

DEVELOPMENTS IN SOLID EARTH GEOPHYSICS

SPECTRAL ANALYSIS IN GEOPHYSICS

by
Markus Bath

SEISMOLOGICAL INSTITUTE
UNIVERSITY OF UPPSALA, SWEDEN

ELSEVIER SCIENTIFIC
PUBLISHING COMPANY

AMSTERDAM—OXFORD—NEW YORK
1974

Маркус Бат

СПЕКТРАЛЬНЫЙ
АНАЛИЗ
В ГЕОФИЗИКЕ

Перевод с английского
В. Н. ЛИСИНА, В. М. КУЗНЕЦОВА

Под редакцией канд. техн. наук О. А. ПОТАПОВА

МОСКВА «НЕДРА»
1980

УДК 543.42 : 550.83

6280



Бат Маркус. Спектральный анализ в геофизике.
Пер. с англ. М.: Недра, 1980, 535 с. — Пер. изд.:
Нидерланды, 1974.

Описываются методы изучения формы сигналов и спектров. Рассматриваются спектральные функции, свойства наблюдаемых спектров, вычисление, надежность определения и способы представления их. Освещено применение спектрального анализа в сейсмологии (исследование структуры земной коры, свойств сейсмических источников), при изучении полей силы тяжести и геомагнитного.

Книга рассчитана на инженеров-геофизиков, а также научных работников, занимающихся вопросами спектрального анализа.

Табл. 55, ил. 100, список литературы — 1583 назв.



6545-15-80

Handwritten signature

Б 20804—216
043(01)—80 112—80. 1904050000

© Elsevier Scientific Publishing Company, 1974

© перевод на русский язык «Недра», 1980

Спектральный анализ — одно из самых эффективных средств познания сущности явлений природы, обнаружения причинно-следственных связей между компонентами естественных процессов. Общеизвестна удивительная способность спектрального анализа делать сложное простым, а в кажущемся беспорядке выявлять логически стройное взаимодействие. Область применения спектрального анализа практически безгранична, но нигде его мощь не проявляется столь очевидно, как в геофизике, где дедукция, в силу серьезных ограничений на модельное воспроизведение процессов, наблюдаемых в твердой, жидкой и газообразных оболочках Земли, оказывается единственно приемлемым способом научной интерпретации измеренных характеристик геофизических полей.

Появление быстродействующих ЭВМ, снявших технические трудности нахождения спектральных функций, способствовало бурному развитию спектральных методов для изучения как внутреннего строения твердой Земли, так и многообразных явлений, происходящих в Мировом океане и атмосфере. Количество публикаций за последние 15—20 лет, посвященных теоретическим разработкам и практическому приложению спектрального анализа в геофизике, может поразить даже самое искушенное воображение. Возникла настоятельная необходимость критического осмысления того, что уже сделано усилиями геофизиков всего мира в этой области, систематизации огромной массы фактического материала.

Предлагаемая вниманию читателя книга представляет собой удачную попытку решения упомянутой выше задачи. Автору, известному шведскому сейсмологу, удалось сжато осветить вопросы общей теории спектральных преобразований (главы 1—6) и методологии использования спектральных методов для обработки геофизических наблюдений (главы 7—10). Основной упор в книге сделан на рассмотрение способов обработки кинетических геофизических полей (в первую очередь, сейсмических), которые позволяют получать наиболее богатые и надежные сведения о структуре всех трех основных сфер Земли. Соответствующим образом освещены методы спектрального изучения потенциальных геофизиче-

ских полей. Кроме того, предпочтение отдано наиболее актуальным областям исследования, т. е. предсказанию землетрясений и распознаванию природы источника упругих волн. Замечательной особенностью книги является уникальная по своему объему библиография, включающая значительные работы, отражающие развитие или применение геофизических спектральных методов и поэтому имеющая самостоятельное значение как своего рода путеводитель.

Книга, несомненно, принесет большую пользу всем исследователям-геофизикам.

Кандидат технических наук
О. А. ПОТАПОВ

Методы спектрального анализа играют доминирующую роль в современных геофизических исследованиях. Цель книги — познакомить читателя с методами спектрального анализа, с их достоинствами и недостатками и показать, как они применяются в геофизике. Основное внимание будет уделено применению спектрального анализа в сейсмологии, где получены наиболее интересные результаты. Наряду с этим будут рассмотрены и приложения спектрального анализа при решении задач метеорологии, океанографии, гравиметрии и магнитометрии. В книге основное внимание обращено на методическую сторону, результаты даны лишь кратко со ссылками на первоисточники. В главах 1—6 рассматривается общая методология с учетом геофизических приложений, а главы 7—10 посвящены отдельным областям геофизики.

Уровень изложения материала предполагает, что читатель является специалистом в одной из отраслей геофизической науки и владеет соответствующим аппаратом прикладной математики и математической статистики. Несмотря на то что книга в первую очередь адресована геофизикам, она может оказаться полезной любому, кто заинтересован в использовании спектральных методов, поскольку содержание первых шести глав общезначимо.

При работе над данной книгой я преследовал несколько связанных друг с другом, но различных целей, а именно: создать учебник для геофизиков; пособие для работников в нескольких областях прикладной геофизики, особенно в прикладной сейсмологии, геофизической разведке, и для лиц, занятых решением проблемы обнаружения ядерных взрывов, а также создать справочник по литературе, содержащий работы, опубликованные по 1972 г. включительно. При составлении списка литературы предпочтение отдавалось тем работам, в которых рассматривались спектры наблюдаемых данных, причем только тем, которые легко доступны для читателя в больших библиотеках или в геофизических институтах. Многочисленные статьи по теоретическим вопросам, неопубликованные рукописи и отчеты институтов, выпущенные малыми тиражами, в список не включены. Цель книги — дать основы спектрального анализа геофизической информации, что позволит читателю пользоваться без затруднений специальными статьями и книгами по данному вопросу, а также выполнять спектральный анализ при решении своих собственных задач. Коротко говоря, при подготовке этой книги я постоянно имел в виду три фактора: образование, исследование и практическое использование.

Необходимость составления критического обзора состояния геофизической спектроскопии, особенно в сейсмологии, стала очевидной в нашем институте в 1965 г. Но первый шаг в этом направлении был сделан нами несколько позднее, и в этом заслуга д-ра Хамида Н. Аль-Садн. Он составил обзор сейсмологической спектроскопии при написании своей докторской диссертации в Упсальском университете в 1969—1972 гг. Этот набросок, который, правда, пришлось полностью переработать и намного расширить, оказал помощь на начальной стадии предпринятой нами работы. Я хотел бы выразить свою искреннюю благодарность д-ру Аль-Садн. Также я хотел бы поблагодарить своего коллегу помощника профессора Ота Кулханека за полезные беседы, моих коллег по институту Клауса Мейера и Рутгера Вальстрёма за помощь по отдельным вопросам, мисс Улу Хельмквист из Упсалы за руководство машинописными работами, госпожу Эстер Дрейманис из Упсалы за вычерчивание рисунков и свою жену Ингрид Бат за постоянные поощрение и поддержку в этой срочной работе. Выражаю глубокую признательность Шведскому Совету по естественнонаучным исследованиям за оказанную им материальную помощь и издательству научной литературы «Эльзевир» за ценное сотрудничество при подготовке этой книги к изданию.

*Сейсмологический институт,
Упсала, Швеция*

*МАРКУС БАТ
Август 1973 г.*

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

- a_n, b_n — коэффициенты Фурье
 $a(\omega), b(\omega)$ — косинусное и синусное преобразования Фурье
 a — обратная временная или произвольная постоянная
 $a(t)$ — ускорение
 $A, A(t), A(\omega)$ — амплитуда, смещение
 b — длина разрывного нарушения
 $B(\theta) = |B(\theta)| e^{i\Psi(\theta)}$ — пространственная функция источника
 c — фазовая скорость, произвольная постоянная
 $C(\omega)$ — передаточная функция коры
 $C_r(\omega, r)$ — передаточная функция коры под станцией
 $C_s(\omega)$ — передаточная функция коры вблизи источника
 $C_{11}(\tau)$ — функция автокорреляции
 $C_{12}(\tau)$ — функция взаимной корреляции
 D — функция направленности
 e — основание натурального логарифма
 E — полная энергия (сейсмической волны, цунами)
 E, N, Z — составляющие восток—запад, север—юг и вертикальная
 $E_{11}(\omega) = E(\omega)$ — мощность
 $E_{12}(\omega)$ — взаимная мощность
 E_x — математическое ожидание
 $f(t)$ — функция времени
 $f_1(t) * f_2(t)$ — свертка функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$
 $F(\omega)$ — Фурье-преобразование функции $f(t)$
 $F^*(\omega)$ — комплексно-сопряженная функция $F(\omega)$
 $|F(\omega)|$ — абсолютное значение функции $F(\omega)$
 $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$ — пара преобразований Фурье
 $g, g(x, y)$ — ускорение силы тяжести
 $g(t)$ — функция на выходе фильтра при входе $f(t)$
 $G(\omega)$ — Фурье-преобразование функции $g(t)$
 $G(r), G(\Delta)$ — геометрическое расхождение по амплитуде
 h — глубина, глубина очага, мощность слоя
 $h(t)$ — импульсная реакция фильтра
 $H(\omega)$ — передаточная функция фильтра
 $|H(\omega)|^2$ — энергетическая передаточная функция
 i — $\sqrt{-1}$, либо угол падения волны на границу
 $i(t)$ — импульсная реакция измерительного прибора
 $I(\omega)$ — передаточная функция измерительного прибора
 Im — мнимая часть
 $k(k_x, k_y, k_z)$ — волновое число $= 2\pi/L$
 K — коэффициент связи со средой
 k, i, j, l, m, n, M, N — целые числа
 L — длина волны
 m — магнитуда объемной волны
 M — магнитуда поверхностной волны
 $M(\omega, r)$ — передаточная функция мантии
 $n(t)$ — временная функция помехи
 $N(\omega)$ — Фурье-преобразование функции $n(t)$
 $p(t)$ — временная функция давления
 $P(\omega)$ — частотная функция давления
 $\overline{P}(\omega)$ — модифицированная периодограмма
 $P_{12}(\omega)$ — ко-спектр
 Pr — вероятность
 q — нормирующий множитель в выражении для $I(\omega)$
 $q(\Delta, h)$ — калибровочная функция в формуле магнитуды

- Q — коэффициент добротности
- $Q_{12}(\omega)$ — квадратурный спектр
- r — расстояние (вдоль луча)
- r, θ, z — цилиндрические координаты
- r_0 — радиус Земли
- $R, R(\omega)$ — коэффициент отражения
- Re — действительная часть
- $s(t)$ — временная функция источника или временная функция сигнала
- $S(\omega)$ — Фурье-преобразование функции $s(t)$
- t — время
- \bar{T} — периодичность
- T — период, основной период, длина записи
- τ — длина весовой функции
- \bar{T} — температура или осредненное T
- $u(t)$ — функция единичного скачка (Хевисайда)
- U — групповая скорость
- ν — циклическая частота, равная $1/T$
- $V, v(t), V(\omega)$ — скорость
- V_P, V_S — скорости волн P и S
- V_F — скорость распространения смещения
- $w_j(x)$ — функция Уолша
- $\omega(t)$ — временная весовая функция (временное окно)
- $W(\omega)$ — спектральная весовая функция, Фурье-преобразование функции $\omega(t)$ (спектральное окно)
- W — мощность взрыва
- x, y, z — прямоугольные координаты
- α, β — константы
- γ — угловой коэффициент спектральной кривой
- $\gamma_{12}(\omega)$ — функция когерентности
- $\Gamma(k)$ — функция рельефа местности
- δ — дополнение широты до 90°
- $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака
- Δ — эллиптическое расстояние
- Δt — интервал дискретизации
- Δt_e — эквивалентная ширина функции $f(t)$
- Δx — разность по x
- ϵ — долгота
- θ, ψ — направление, азимут
- κ — коэффициент ослабления амплитуды
- Λ — треугольная функция
- μ — число степеней свободы
- ν — целое число
- ξ, η — пространственные сдвиги
- Π — прямоугольная функция
- ρ — плотность
- σ — среднее квадратическое отклонение
- σ^2 — дисперсия
- τ — временной сдвиг
- Φ, φ — фазовый угол
- Ψ — фазовый угол функции $B(\theta)$
- ω — угловая частота, $\omega = 2\pi\nu$
- ω_M, ω_N — частота Найквиста

Примечание. Следует особо обратить внимание на использование двух мер частоты: угловой частоты ω , с помощью которой измеряется количество радиан в секунду ($2\pi/T$), и циклической частоты ν , с помощью которой измеряется количество периодов в секунду ($1/T$). Угловая частота используется преимущественно в теоретических разработках, а циклическая — при рассмотрении наблюдаемых спектров.

МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ ФОРМЫ И СПЕКТРОВ СИГНАЛОВ

Эта глава является по существу введенным в книгу. Современные способы анализа геофизических записей и преобразования их в спектры требуют обширных математических разработок и наличия больших электронных вычислительных машин. Ранние способы обработки были более простыми и основывались на использовании измерений, получаемых непосредственно с записи. Эти способы анализа будут кратко рассмотрены в данной главе, поскольку они образуют основу для дальнейших разработок. Наряду с современными аналитическими (цифровыми) методами обработки, которым будут посвящены последующие главы этой книги, разработаны и неаналитические (аналоговые) методы прямого получения спектров. Эти методы тоже будут кратко рассмотрены в этой главе. С целью лучшего закрепления излагаемых идей мы будем обращаться в основном к сейсмограммам, хотя все рассуждения равно применимы почти к любому виду геофизических записей.

1.1. АНАЛИЗ СЕЙСМОГРАММ И ДРУГИХ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ЗАПИСЕЙ

Волновое поле, создаваемое источником сейсмической энергии (землетрясением или взрывом), является функцией пространства и времени. Полное представление этой функции обеспечивается совокупностью сейсмических записей, полученных на всей поверхности Земли.

Волновое поле можно представить функцией $f(x, y, z, t)$, где f обозначает данную волну (амплитуду, энергию или иную характеристику), x, y, z — пространственные координаты, а t — время. Однако иметь дело с такой функцией неудобно, и поэтому проще рассматривать случаи, когда один или несколько аргументов функции постоянные. Можно привести несколько примеров таких функций.

1. $f(t)$ представляет собой сейсмическую запись в некоторой точке наблюдений с координатами x, y, z .

2. $f(x, y, z)$ представляет собой некоторое стационарное, т. е. неизменное во времени, волновое поле. Такие поля не возбуждаются землетрясениями или взрывами. При землетрясениях или взрывах возникают волновые явления переходного типа. Но

можно создать искусственный непрерывно действующий источник с постоянной энергией, своего рода насос, который создает стационарное волновое поле. Примером естественных квазистационарных волновых полей являются микросейсмь. С другой стороны, функция $f(x, y, z)$ может представлять собой поле в один из моментов времени.

3. $f(x, t)$ представляет собой последовательность сейсмических записей вдоль профиля, ориентированного в заданном направлении от источника.

Пространство, в котором производятся наблюдения, по необходимости ограничено самой земной поверхностью или, во всяком случае, частью среды в непосредственной близости от нее. Каждый сейсмограф дает хронологию сейсмических волн, подходящих к нему. При обычной двумерной записи, будь то на бумаге или на магнитной ленте, по одной оси регистрируется время, а по другой — амплитуда по одному из направлений в пространстве. Иногда используются специальные установки, у которых обе оси — пространственные, и регистрируют, например, компоненты север—юг и восток—запад. Три таких сейсмографа можно использовать для полной регистрации движения частиц среды. Если не принимать во внимание упомянутые специальные устройства, то окажется, что наиболее характерным признаком сейсмографов является использование времени в качестве одной из двух координат. Другими словами, сейсмографы регистрируют волновое поле во временной области. Этот факт имел и имеет большое значение для развития анализа сейсмических волн. Наибольшее внимание уделялось зависящим от времени характеристикам, т. е. временам вступлений, временам пробега и скоростям, иными словами, кинематическим свойствам волнового поля. Кроме того, некоторое внимание уделялось другой из регистрируемых координат, как правило, амплитуде и соответствующему ей периоду. На ранних этапах развития сейсмологии, ввиду меньшей надежности измерений и больших трудностей в интерпретации, амплитудные (динамические) характеристики сейсмических волн использовались в значительно меньшей степени, нежели временные. В то время как совместная обработка времен регистрации волн рядом точек наблюдения для определения эпицентральных расстояний и времени землетрясения была обычным делом уже на заре инструментальной сейсмологии, прошло много лет, прежде чем соответствующей обработке стали подвергать данные амплитудных измерений. Только начиная с 30-х годов двадцатого столетия, после введения магнитудных шкал изучению амплитуд стало уделяться больше внимания.

Амплитуда, время и период, о которых только что шла речь, обычно измеряются просто и быстро с помощью обыкновенной измерительной линейки. В этой книге будет показано, каким образом шло развитие сейсмологии с извлечением большей информации посредством детального анализа формы волны (во временной

области) и соответствующих спектров (в частотной области).

Следовательно, обработка сейсмограмм включает два следующих подхода: 1) измерение волновых импульсов — измерение времен вступления, амплитуд и периодов; 2) анализ формы волны и спектров.

Эти два метода различаются не только простотой измерений, но также и простотой интерпретации. В общем случае сейсмограмма и ее свойства есть результат действия источника (землетрясение, взрыв или что-либо другое), среды, в которой распространяются волны (характеристики траекторий), и характеристик сейсмографа. Любая особенность сейсмограммы может быть использована при интерпретации лишь в том случае, если зарегистрированная на ней информация поддается надежному измерению и зависит только от одного или немногих из упомянутых факторов. Эти условия выполняются для времени вступления и времени пробега. Каждая из этих характеристик может быть точно измерена и зависит только от свойств среды. Но даже простые измерения амплитуд по сейсмической записи более сложны. Частично это объясняется тем, что пересчет в амплитуду смещения частиц среды сам по себе менее точен, чем отсчет времени, так как для этого необходимо точно знать передаточную характеристику сейсмографа. Кроме того, амплитуда зависит как от свойств источника, так и от свойств пути пробега. Простые измерения амплитуд использовались в основном для вычисления магнитуд, так как после коррекции за путь пробега (расстояние) они дают меру энергии источника. Достоинства простых измерений амплитуд заключаются в легкости и быстроте их получения и в достаточной их надежности для определения магнитуды, но просто амплитуды не содержат в себе всю информацию, которую можно извлечь из записи. Изучение формы волны и спектров позволяет продвинуться значительно дальше, но оно связано с намного большим объемом вычислений и с большими трудностями при интерпретации.

При развитии сейсмологии наиболее надежные основы нашего современного знания внутренней структуры Земли были получены в результате обработки данных о временах вступления волн. Скорости сейсмических волн являются теми физическими характеристиками внутренних частей Земли, которые непосредственно с высочайшей точностью рассчитывают по временам пробега. В противоположность этому большая часть простых измерений амплитуд использовалась для определения свойств источника. Новые способы изучения формы волны и спектров могут эффективно дополнить эти простые методы. Путем подходящей комбинации наблюдений можно выделить одно или другое из множества свойств, влияющих на наблюдаемые форму волны или спектр, и, таким образом, изучить данное свойство более подробно, чем позволяют это сделать простые способы. Это обстоятельство тесно связано с тем, что при первом подходе используются

точные отсчеты, а при втором подходе анализируются группы волн целиком.

Применение второго подхода к обработке геофизических записей задержалось. Задержка объясняется причинами как практического плана (громоздкость вычисления спектральных оценок), так и теоретического плана (трудность объяснения наблюдаемых волновых форм и спектров через свойства источника, пути пробега и приемника). В течение последних двадцати лет эти трудности были устранены, и в настоящее время спектральные методы занимают одно из самых значительных мест среди способов обработки геофизических данных. Это также подтверждается огромным увеличением за последнее время количества геофизической литературы, посвященной спектрам и их интерпретации.

1.2. СПОСОБЫ АНАЛИЗА ДО ПОЯВЛЕНИЯ ЭВМ

Проследивая схематично историю развития спектрального анализа, можно утверждать, что до внедрения больших ЭВМ в повседневную практику едва ли можно было говорить о спектральном анализе геофизических явлений в подлинном смысле этого слова. Но у спектрального анализа были заметные предшественники, с помощью которых делались попытки изображать данные в областях, отличных от простой временной.

1.2.1. ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Гармонический анализ или разложение некоторого временного ряда в ряд Фурье, является самым значительным способом вычислений. С помощью гармонического анализа можно разложить данную кривую на последовательность синусных и косинусных функций, т. е. гармонических функций. Сущность этого анализа такова, что он применим только к явлениям, обладающим хотя бы одним четко выраженным основным периодом или, в крайнем случае, предполагаемым основным периодом. В метеорологии имеются выдающиеся примеры применения гармонического анализа к различным метеорологическим параметрам, что естественно, если учесть их хорошо известную годичную и суточную периодичность. С другой стороны, метеорологические турбулентные потоки, будучи, очевидно, непериодическими, обычно таким способом не анализируются, но зато метеорология является той областью, где современные методы спектрального анализа оказались особенно успешными. Земные приливы — еще один пример явлений с четко выраженной периодичностью. Гармонический анализ используется для прогноза приливо-отливных движений в океане. Кроме того, он применяется в сейсмологии для решения таких задач, как исследование периодичности землетрясений (преимущественно безрезультатно) или годовых вариаций микросейсм (благодаря связи микросейсм с метеорологическими явле-

ниями результаты несколько лучше). В то же время гармонический анализ сейсмограмм почти не выполнялся. Другой областью, где спектральные методы оказались очень эффективными, является сейсмология.

До второй мировой войны в основном разрабатывались вопросы, связанные с периодичностями различных явлений и оценками статистической значимости найденных периодов. Существует несколько обзоров этих исследований, среди которых выделяется [1375], где содержится перечень 319 работ, посвященных изучению периодичностей.

Кроме гармонического анализа известны и другие ранние попытки исследования данных, полученных не только по отсчетам во временной области. Мы дадим краткое описание некоторых наиболее интересных приемов, а именно, анализа частоты появления событий и связей между амплитудой и периодом. Анализ формы записи волн по сейсмограммам также появился в эту раннюю эпоху, но за последнее время методика анализа существенно обновилась.

1.2.2. ЧАСТОТА ПОЯВЛЕНИЯ СОБЫТИЙ

Частота появления событий является статистической мерой, широко используемой благодаря относительной простоте ее определения. Распределение частоты можно изучать по любому интересующему нас параметру. Такие распределения обычно называются гистограммами и изображаются в виде ступенчатой кривой. Как правило, при их построении не возникает никаких трудностей, следует лишь обеспечить получение выборки достаточно большого объема и представительность выборки, характеризующих изучаемое явление. Хотя такие изображения и не являются спектрами, тем не менее, их можно называть спектрами, толкуя это слово в расширенном смысле.

Не рассматривая многочисленные примеры таких распределений, которые можно найти в геофизической литературе, приведем один пример. На рис. 1, взятом из работы [189], изображены гистограммы распределения периодов микросейсм, зарегистрированных на четырех скандинавских станциях в течение 30-минутного интервала 23 марта 1949 г. Частоты появления событий N выражены в процентах, а каждый «спектр периодов» получен более чем по 200 измерениям непосредственно с сейсмограмм. Все кривые сопоставимы между собой, так как характеристики сейсмографов почти одинаковые, а источник микросейсм один и тот же для всех станций — погоду определял циклон, расположенный вблизи северного побережья Норвегии, и можно было считать, что источник микросейсм располагается вблизи всего атлантического побережья Норвегии. В приведенном и нескольких других примерах сравнительное изучение одновременных спектров периодов на четырех станциях позволило исследовать влияния не-

скольких факторов на эти спектры и особенно различные эффекты, связанные с расстоянием до источника микросейсм. Как правило, одиа кривая распределения не очень информативна, но ее информативность возрастает, если произвести сопоставление с несколькими кривыми распределения, полученными в тех же или сходных условиях. Спектры периодов, изображенные на рис. 1, имели бы

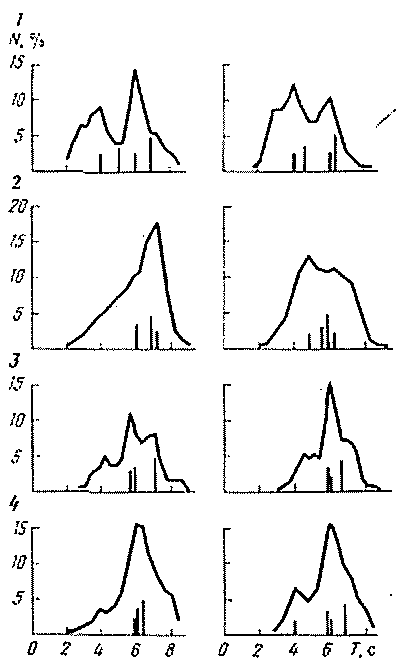


Рис. 1. Спектры периодов микросейсм, зарегистрированных на станциях Берген (1), Копенгаген (2), Хельсинки (3) и Упсала (4) 23 марта 1949 г. около 6 ч по Гринвичу.

Вертикальными линиями обозначены вычисленные периоды: самая короткая линия соответствует моде, средняя — среднему арифметическому периоду, самая длинная — периоду амплитудного максимума [189]

тот же самый вид, что и амплитудно-периодные спектры (истинные спектры), только в том случае, если бы амплитуды были пропорциональны соответствующим частотам появления событий.

Последнее условие приблизительно выполняется для резонансных явлений. Их «периодные спектры» имеют экстремумы, соответствующие тем же периодам, что и максимальные амплитуды на амплитудно-периодных спектрах. Если только значения экстремальных периодов надежны, то спектры периодов можно использовать вместо амплитудно-периодных спектров. Преимущество периодных спектров заключается в относительной простоте их определения по сравнению с истинными спектрами, что важно в тех случаях, когда нет возможности применить более сложные способы, основанные на использовании вычислительных машин. В качестве типичного примера можно указать резонансные (вертикальные) колебания слоев земной коры под воздействием сейсмических волн. В этом слу-

чае экстремальные периоды характерны для каждого отдельного района, и они позволяют вычислять мощности слоев (см. раздел 7.1) или же классифицировать различные районы по степени их сейсмичности в инженерных целях. Изучение колебаний водной поверхности озер или полузакрытых водоемов (заливы) может служить еще одним примером успешного использования периодных спектров вместо истинных амплитудно-периодных спектров.

1.2.3. АМПЛИТУДНО-ПЕРИОДНЫЕ ГРАФИКИ

Амплитудно-периодный график, изображающий распределение амплитуд в зависимости от периода или частоты изучаемого явления, является в сущности ничем иным, как спектром. Поэтому он более привычен для рассмотрения, чем диаграммы частоты появления событий, рассмотренные в предыдущем разделе. Причина того, что мы все-таки включили амплитудно-периодные графики в раздел, посвященный достижениям спектрального анализа в эпоху до появления ЭВМ, состоит в том, что подобные графики ранее обычно определялись по прямым временным отсчетам, т. е. по измеренным амплитудам и соответствующих периодов непосредственно с записей. Таким образом, измерения совсем просты, и не требуется никакой особой теории построения таких спектров, а вычисления легко выполняются с помощью любой настольной вычислительной машинки.

Ранее в геофизической литературе приводилось множество примеров использования этой методики. Делать полный обзор этих примеров вряд ли целесообразно, достаточно одного примера, касающегося микросейсм. М. Бат [188] изучал амплитудно-периодные зависимости для 3—8-секундных микросейсм, зарегистрированных в Упсале, Швеция. На рис. 2 изображена осредняющая кривая, пересчитанная в логарифмических координатах (логарифмическая амплитуда и логарифмическая круговая частота). Точками обозначены средние амплитуды для заданных целых значений периода; осреднение выполнено по многочисленным измерениям, хотя и с неодинаковым числом измерений для всех изученных периодов. Наблюдается общее уменьшение амплитуды с увеличением частоты, что подтверждается неоднократно поздними, более совершенными способами спектрального анализа (см. раздел 9.3.3). На рис. 2 нанесены две контрольные наклонные прямые с $\gamma = -1,5$ и $\gamma = -2,0$. У энергетических спектров, обычно используемых в таких случаях, наклон будет вдвое большим. Спектр, показанный на рис. 2, отображает средние условия, т. е. его можно рассматривать как осредненный спектр. Как правило, получить достоверный спектр таким простым способом в реальности намного труднее. Другим геофизическим явлением, допускающим подобную обработку, являются наблюдения высоты и периодов океанических поверхностных волн.

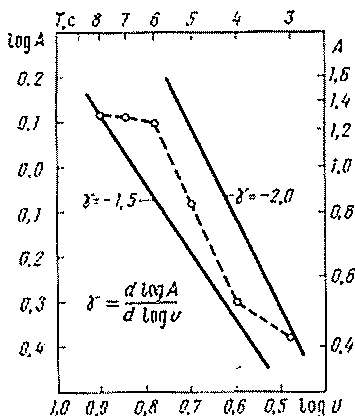


Рис. 2. Зависимость амплитуды от частоты, осредненная по многочисленным измерениям микросейсм среднeperиодными сейсмографами на станции Упсала

Амплитудно-периодные графики нашли широкое применение уже на ранней стадии изучения резонансных колебаний зданий и других сооружений, а также земной поверхности. При исследовании изучаемое тело подвергается искусственной вибрации с заданными частотами, а возбуждаемые амплитуды измеряются. График зависимости амплитуды от периода содержит сведения об искомым резонансных частотах.

Вместо непосредственно измеряемой амплитуды можно вычислить некоторую ее функцию и построить зависимость этой функции от периода. Этот прием осуществляется, например, в способах периодаграмм. Такие способы используются преимущественно с целью определения преобладающих периодов на записи при их подготовке к гармоническому анализу. Простой периодограммный анализ заключается в измерении амплитуд через равные промежутки времени, осреднении амплитуд по интервалам различной длительности и построении графика зависимости осредненных амплитуд от длительности интервала осреднения. Доминирующие периоды проявятся на подобном графике в виде максимумов.

1.3. АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ВОЛНОВЫХ ИМПУЛЬСОВ

При внимательном просмотре сейсмограмм обнаруживается, что сейсмические волны разнообразны по своим типам. Оказалось также, что одни источники неоднократно возбуждают те же самые или близкие типы волн, отличные от типов, возникающих от других источников. Это открытие привело к использованию волны как для определения вида источника, так и для изучения геологического строения.

Анализ формы волновых импульсов является дальнейшим развитием метода исследования сейсмических записей, особенно в тех случаях, когда изучается волновая группа в целом. Форма сейсмических волн анализируется целиком во временной области по полученным сейсмограммам. В общем цель таких исследований — увязать наблюдаемые на данной станции волновые характеристики с отдельными эпицентрными областями. Эти исследования основываются на экспериментальном факте существования подобных характеристик и повторяемости механизма землетрясения и путей распространения волн для любой эпицентральной области и любой станции наблюдения. Определив на основании анализа большого количества материалов конкретные волновые характеристики, можно по ним находить приближенное положение эпицентров, оценивать свойства источников и их механизм, а также изучать особенности путей пробега волн.

Наряду с накоплением сведений о многих областях, используя записи на одной или нескольких станциях, можно проводить сравнительное изучение волновых форм ограниченного числа событий по глобальной сети сейсмографов. Последняя методика,

вероятно, более информативна. Она, несомненно, благоприятна для обнаружения двойного или многократного вступления группы волн Р, за которой с интервалом в несколько секунд следует более интенсивное вступление. Сведения о кратных волнах важны не только для вычисления координат эпицентра, но и для создания модели очага и путей распространения волн (многократные толчки).

Ранее в сейсмологии выполнены обширные исследования форм волн [1472, 1473]. В последнее время интерес к анализу волновых форм возобновился. Любую сейсмическую волну можно подвергнуть указанному анализу, но при изложении этого вопроса все же удобно делать различие между объемными и поверхностными волнами.

1.3.1. ОБЪЕМНЫЕ ВОЛНЫ

То, что определенным районам почти всегда соответствуют свои особенности, является хорошо известным фактом. Например, волны от землетрясений в Северной Атлантике регистрируются шведскими сейсмическими станциями, как правило, с более длиннопериодными двойными вступлениями внутри Р-группы и менее резкими, чем волны азиатских землетрясений. Волны от землетрясений в Греции характеризуются двойными вступлениями, разделенными промежутком времени в 4—5 с. Мексиканские землетрясения вызывают очень длиннопериодные волны и т. д. Объемные волны, без сомнения, несут в себе информацию о механизме очага землетрясения и свойствах среды, в которой они распространяются, но зачастую эти две причины трудно разделить.

В то же время следует иметь в виду, что по одним только формам записи объемных волн невозможно судить ни о местоположении очага, ни о природе волн. Хотя для одной и той же эпицентральной области механизмы очагов землетрясений могут быть похожими, все же часто наблюдаются индивидуальные отклонения, влияющие на форму волны. Это хорошо известно по результатам многочисленных изучений механизма очага. В подтверждение можно привести такой факт. Изучая в течение более сорока лет сейсмограммы многочисленных среднефокусных землетрясений в районе Гиндукуша, я обнаружил всего две записи, разделенные многими годами (1922 и 1939 годы), которые были настолько похожи друг на друга, что одну можно было считать копией другой. Все остальные записи различались, хотя главные признаки сохраняли подобие. Другой пример. Не составляет большого труда отождествить Р-волну от глубокофокусного землетрясения, которая очень схожа с Р-волной от ядерного взрыва. Ясно, что разделение только по форме Р-волны невозможно, тем более если ограничиться записями одной станции.

1.3.2. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ

Форма записи поверхностных волн, особенно при наличии дисперсии, является результатом влияния среды, а не источника. Влияние источника на поверхностные волны сказывается в соотношении амплитуд различных компонент (т. е. в их спектральном составе) и в соотношении возбуждаемых волн Лява и Релея. Все это зависит от типа источника и его направления на станцию наблюдения. Начальный импульс в источнике также влияет на наблюдаемые волновые импульсы. Я убедился на личном опыте, что форма поверхностной волны является исключительно чувствительным индикатором идентичности происхождения данного явления. Можно использовать простой способ, заключающийся в копировании волновых цугов с одной сейсмограммы на кальку и в последующем наложении кальки на другую сейсмограмму. Если все детали двух записей совпадают, значит они несомненно одного происхождения. Этот способ очень чувствителен к изменениям в расстоянии (о величине изменений можно судить по дисперсионным кривым) и к азимуту из-за азимутальных неоднородностей строения земной коры (особенно из-за неравномерного распределения океанического и континентального типов земной коры). Для экспрессного определения местоположения очага способ поверхностных волн эффективнее способа объемных волн особенно при наличии «библиотеки форм записи волн» на изучаемой станции. Кроме того, способ поверхностных волн применим и в случае сравнительно слабых очагов (лишь бы обнаруживался дисперсионный волновой цуг), когда волны Р и S обычно столь малонитенсивные, что ни о каком точном анализе волновых форм не может быть и речи. Благодаря зависимости формы записи поверхностных волн от начального импульса, этот способ лучше всего применять в тех случаях, когда начальный импульс одинаковый, т. е. при использовании взрывных источников [1481]. Если этот метод применяется в основном для проверки идентичности импульсов, то его можно использовать более широко; любые обнаруженные различия могут быть вызваны либо различными эпицентрами, либо различной глубиной, либо различными начальными импульсами.

Наряду с классификацией импульсов по их форме записи возможна классификация по спектрам волн. Систематическое сравнение потенциальных возможностей этих двух подходов к классификации сейсмических импульсов не проведено. Некоторые сведения по этому вопросу можно найти в [1418], где показано подобие между амплитудными спектрами волн Релея, возникающих при взрыве в атмосфере в заданной точке и регистрируемых заданной станцией. Различные станции, даже сравнительно близко расположенные, дают совершенно различные спектры от одного и того же взрыва в зависимости от влияния путей пробега. В случае землетрясений должно наблюдаться еще большее различие.

1.3.3. СИНТЕТИЧЕСКИЕ СЕЙСМОГРАММЫ

Существует еще один подход к анализу формы сейсмических волн, который следует отметить. Способы обработки, упомянутые в предыдущем разделе, сводились в основном к классификации волновых форм на базе описательного анализа, без серьезных попыток объяснить наблюдаемые явления. Это особенно справедливо для объемных волн. В случае поверхностных волн изучение дисперсии естественным образом приводило к объяснению наблюдаемых волновых форм. Другой подход, основанный на математическом анализе, заключается в построении так называемых синтетических сейсмограмм при определенных допущениях относительно источника, среды и приемника. После сравнения теоретических и наблюдаемых волновых импульсов теоретические предположения изменяются таким образом, чтобы достичь наилучшего совпадения сравниваемых событий. Перечислим кратко наиболее важные моменты развития метода синтетических сейсмограмм.

1. Вероятно, самую первую теоретическую сейсмограмму построил Г. Лэмб еще в 1904 г. [193]. Из-за большого количества упрощающих предположений эта сейсмограмма сильно отличается от наблюдаемых в действительности, но его попытка, обычно называемая задачей Лэмба, сыграла огромную роль в сейсмологии. Позднее было выполнено несколько теоретических работ этой задачи.

2. Затем нам хотелось бы упомянуть Н. Риккера [1201—1204], разработавшего импульсную теорию строения сейсмограмм. Взяв за исходный резкий импульс в источнике возбуждения, он рассчитал изменения формы импульса в процессе распространения волны. Предполагалось, что эти изменения вызываются влиянием вязкости среды и связанного с ней рассеяния. Сейсмограмма рассматривалась как сумма элементарных волн, чья форма, длительность и амплитуда изменяются с расстоянием от источника. Эти разработки предназначались, главным образом, для использования в сейсморазведке, где опытные данные хорошо согласуются с теоретическими. Оцука [1105] применил эту теорию к обработке ScS -волн.

3. Интерес к синтетическим сейсмограммам, основанным на более реальных моделях внутреннего строения Земли, проявился вновь в 60-х годах двадцатого столетия. Синтетические сейсмограммы стали применяться при решении проблемы обнаружения подземных ядерных взрывов и в исследованиях функций источника землетрясений после создания теории движущегося источника. Эти работы касаются как близких, так и далеких источников возбуждения и ограничены временной областью. Среди них выделяются работы [199, 600, 821], посвященные синтезу сейсмограмм при подземных взрывных источниках (рис. 3), и работы [228, 259, 260, 760, 761, 980, 981, 982], в которых сделаны выводы

относительно свойств источников землетрясений на основе изучения формы Р-волн и синтетических поверхностных волн. О. Иенсен и Р. Эллис [728] разработали способы расчета синтетических Р- и S-волн с использованием теории линейных систем, а Дуглас и другие [452] рассчитали сейсмограммы для Р-волн и волн Релея, возникающих при взрывах и землетрясениях. Расчет синтетических сейсмограмм для объемных волн был использован с целью изучения внутреннего строения Земли [634]. Еще раньше

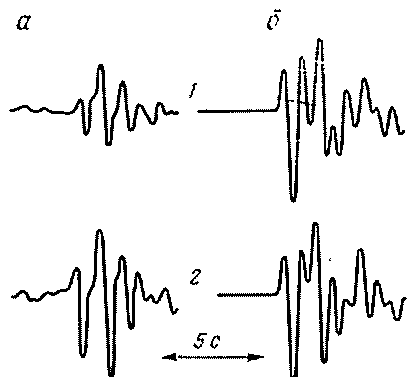


Рис. 3. Записи вертикальной составляющей Р-волн, полученные на станции Умеа в Швеции при подземных ядерных взрывах на полигоне в Неваде 19 мая 1965 г. на глубине 0,5 км (1) и 23 июля 1965 г. на глубине 0,4 км (2) (а) и соответствующие им синтетические сейсмограммы (б) [821]

были созданы способы расчета поверхностных волн [1259] для изучения дисперсии и релеевских волн, возникающих при землетрясениях [124]. Работа [349] посвящена вопросам синтеза длиннопериодных волн. Метод синтетических сейсмограмм нашел заметное применение и в сейсморазведке как средство изучения формы продольных волн при отражении и прохождении через тонкослоистые среды [10].

4. Наиболее интересные современные теоретические разработки в области расчета синтетических сейсмограмм и анализа формы волновых импульсов базируются на сложении неискаженных колебаний, включающих в себя все типы сейсмических волн. Подробный обзор этой области исследований содержится в [141, 867].

Следует подчеркнуть, что современные разработки вопросов анализа формы волновых импульсов, рассмотренные в пунктах 3 и 4, были бы неосуществимы без использования больших ЭВМ.

Несмотря на то, что с помощью анализа формы записи волн наибольшие успехи достигнуты при обработке сигналов от землетрясений и взрывов, очевидно, что данный подход будет полезен и в других областях геофизики.

1. Микросейсмы обладают типичными формами в зависимости от природы источника и расстояния до него.

2. Так же как и сейсмические поверхностные волны, волны атмосферного давления обладают типичными формами, частично благодаря дисперсии. Вследствие изменения атмосферных волн

во времени использование при анализе формы этих волн весьма затруднено по сравнению с сейсмическими поверхностными волнами.

3. Метеорологические записи — термограммы и барограммы при прохождении холодного фронта также обладают типичными волновыми формами.

4. То же справедливо и для записей многих других явлений, как, например, океанических поверхностных волн и зыби или геомагнитных бурь и т. п.

Знание интерпретатором типичных волновых форм и характерных особенностей изучаемых записей любого явления оказывает огромную помощь при экспрессных оценках источников и расстояния до них. Анализ волновых форм на сейсмических записях дает наилучшие результаты в случае совместного изучения объемных и поверхностных волн.

1.4. ЧАСТОТНЫЙ И СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗЫ

Методы анализа, рассмотренные выше, характеризуются тем, что они ограничены временной областью. Ранее в литературе термин «частота» встречался редко, при необходимости вместо него употребляется «период». При описании функции любого физического явления, изменяющегося во времени и в пространстве, скорость этого изменения, т. е. частота или волновое число, становится значимым параметром. Сейсмический сигнал является типичным примером такой функции.

Частота (и волновое число) во многих случаях является более значимой и более полезной независимой переменной, нежели просто время (или пространственные координаты). Преобразование наблюдаемой записи в частотную форму представления не означает добавления чего-то нового, это просто перегруппировка данных в другом порядке; другими словами, данные группируются по частоте, а не по времени. Значение такого представления становится ясным хотя бы из того, что большинство геофизических явлений теоретически выражаются в частотно-зависимой форме. Следовательно, эта форма представления более непосредственно связана с изучаемыми явлениями. Более того, некоторые математические операции, как, например, фильтрация, легче выполняются в частотном представлении, чем во временном. Другое преимущество спектрального анализа заключается в том, что анализируется полный сигнал. Обычные же измерения по сейсмограммам во временном представлении являются точечными измерениями, например, отсчет времени первого вступления, определение направления смещения или максимальной амплитуды в волновой группе. Из анализа полных волновых групп можно извлечь намного больше сведений, чем из точечных отсчетов во временной области. Преобразование записи из временной формы в частотную (или волночисловую) называется ее спек-
т р о м.

Происхождение термина «спектр» можно объяснить с лингвистической и исторической точек зрения. Этимологически слово «спектр» связано с латинским глаголом *specio*, т. е. «видеть», и означает нечто видимое, воображаемое. Из истории науки известно, что в 1671 г. Исаак Ньютон использовал заимствованное из латыни слово «спектр» именно в этом смысле.

В обычном смысле спектр выражает не что иное, как некую функцию, т. е. зависимость некоторой величины от одной или нескольких независимых переменных. В науке термин «спектр» обозначает нечто более конкретное. И все-таки он выражает зависимость некоторой функции от одной или нескольких независимых переменных. Эта функция может быть либо амплитудой, либо энергией, либо другим свойством, но независимый параметр, как правило, — частота или волновое число.

Спектр, используемый в геофизике (и в других областях науки), есть статистическая величина, выражаемая математически, которая получается из временных или пространственных функций определенными преобразованиями. В общем случае спектр — комплексная функция, выражаемая следующими двумя способами, причем оба способа выражения используются в геофизической литературе.

Сумма вещественной и мнимой частей:

$$F(\omega) = a(\omega) - ib(\omega);$$

произведение вещественной и мнимой частей:

$$F(\omega) = |F(\omega)| e^{i\Phi(\omega)},$$

где

$$|F(\omega)| = [a^2(\omega) + b^2(\omega)]^{\frac{1}{2}},$$

$$\Phi(\omega) = \arctg \left[-\frac{b(\omega)}{a(\omega)} \right] + 2n\pi,$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

В приведенных выше выражениях $F(\omega)$ есть функция независимой переменной ω . Это означает, что $F(\omega)$ — спектр. Если $a(\omega)$ и $b(\omega)$ характеризуют амплитуду, то $|F(\omega)|$ — амплитудный спектр, а $\Phi(\omega)$ — соответствующий фазовый спектр. В качестве независимой переменной обычно выступает частота ω или ν или волновое число k . В приведенных выше выражениях употребляется только одна независимая переменная ω и анализ называется одномерным. Можно расширить это понятие на две переменные или более, например, используя волновые числа по двум пространственным направлениям k_x и k_y в качестве независимых переменных.

Практически переход от геофизической записи (во временном представлении) к спектру (в частотном представлении) требует и более глубокой математической подготовки, и больших ЭВМ. Этим вопросам и будет уделено основное внимание в данной книге.

Кроме того, разработаны и неаналитические методы прямого определения спектров. Такие методы в свое время имели большое значение, и, учитывая их важность, они будут рассмотрены в разделе 1.6.

В настоящее время существует обширнейшая литература по спектральному анализу. Благодаря своей практически всеобщей применимости спектральный анализ привлек ученых, работающих во многих отраслях науки. Есть много основополагающих теоретических работ из области чистой математики. Так как в спектральном анализе широко используется статистический подход к данным, вполне естественно, что и в статистических журналах содержится много материала по спектральному анализу. Из прикладных областей следует упомянуть технику, особенно электротехнику и электронку, где спектры стали исследоваться раньше, чем в геофизике. Вопросы спектрального анализа различные ученые излагают различно в зависимости от того, с каких позиций они подходят к рассматриваемой проблеме: с позиций чистой математики, статистики или технических приложений. В данной книге мы будем рассматривать приложения спектрального анализа к геофизике и особенно к сейсмологии. Следовательно, наш подход будет больше практическим, но наряду с этим будет рассмотрено столько основных теоретических положений, сколько необходимо для того, чтобы читатель смог получить полное представление о различных операциях, составляющих процесс получения и интерпретации любого спектра.

Преобразование Фурье используются в геофизике как в теоретических изысканиях вплоть до решения дифференциальных уравнений [193], так и при обработке наблюдений. Теоретические приложения в этой книге рассмотрены не будут. В то же время в приложениях спектрального анализа к обработке наблюдений необходимо рассмотреть большое количество осложняющих факторов. Это рассмотрение и составит главный предмет данной книги.

Любое исследование наблюдаемых данных включает в себя три этапа: 1) сбор, 2) обработку и 3) вывод.

В книге мы будем иметь дело в основном с пунктом 2 и только по вопросам, относящимся к вычислению спектров и связанных с ними величин, например, функций корреляции. Будут приведены многочисленные примеры из различных отраслей геофизики, которые ясно продемонстрируют, каким образом изучение спектров обогатило геофизические исследования, перенеся явления в другую область.

1.5. СОПОСТАВЛЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО И ВРЕМЕННОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

Преимущество спектров состоит в том, что они используются в частотной (или волночисловой) области, где независимая переменная (частота или волновое число) обеспечивает надежный и

однозначный контроль сравнения различных записей, так как сравниваются одни и те же значения этого параметра. Производя измерения только во временной области, во многих случаях мы не уверены в том, что сравнение сделано правильно, поскольку одно время еще не дает возможности утверждать, что мы сравниваем две одинаковые записи. Это замечание касается всех записей, у которых частота (волновое число) играет решающую роль. Кроме того, частотное представление не только более информативно, но нередко проще в вычислительном отношении.

Несмотря на однозначность измерений в частотной области, не следует упускать из виду, что есть случаи, когда и во временной области возможно совершенно однозначное сравнение. Можно привести два примера из собственного опыта в сейсмологии:

1) записи от однотипного источника (одно и то же местоположение, один и тот же механизм) на одной и той же станции, например, записи одной станцией ядерных взрывов в атмосфере [190];

2) записи поверхностного шума, распространяющегося вниз вдоль вертикального профиля сейсмоприемников [191].

В обоих этих случаях можно уверенно сопоставлять все записи в пределах каждой группы и отождествлять их волны и даже изгибы. В столь исключительных случаях спектральный анализ практически бесполезен, поскольку отношение амплитуд в соответственных точках на двух записях или более будет сохраняться пропорциональным любому спектральному отношению, которое можно только образовать. Тем более что измерения во временной области обеспечивают получение подобной информации с той же точностью за счет лишь части той работы, которая необходима для выполнения спектрального анализа.

Следует, однако, признать, что такие идентичные записи являются скорее исключением, чем правилом, а это значит, что в большинстве случаев, встречающихся в геофизике, спектральный анализ имеет несомненное преимущество в смысле однозначности выводов перед исследованиями в одной только временной области.

1.6. НЕАНАЛИТИЧЕСКИЕ (АНАЛОГОВЫЕ) СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СПЕКТРОВ

В настоящее время большинство спектров вычисляется на больших ЭВМ аналитическим способом. Рассмотрим некоторые неаналитические способы. Часть этих способов была разработана на ранних этапах развития геофизики, до появления ЭВМ. Другие способы разработаны недавно и удачно дополняют аналитические способы. Применение аналоговых способов в настоящее время может быть оправдано лишь тогда, когда требуется обрабатывать большие объемы геофизической информации, поэтому создание специального аналогового анализатора окупается эко-

номией времени мощных ЭВМ. Ниже мы выделим три группы неаналитических спектрографов или спектральных анализаторов, причем упор будет сделан на позднейшие разработки.

1.6.1. РЕЗОНАТОРЫ И СПОСОБЫ ФИЛЬТРАЦИИ

Существует два решения этой задачи. Раннее и более простое решение заключается в использовании ряда настроенных сейсмографов, каждый из которых регистрирует в ограниченной полосе спектра, т. е. аналог механической фильтрации. Часто оказывается более выгодным использовать одно- или малокабельную широкополосную аппаратуру с магнитной записью. Полученная запись затем пропускается через переменные фильтры или набор фильтров (низкочастотных, полосовых, высокочастотных). В этом состоит второе решение, наиболее обычное сейчас. На выходе получается спектральная амплитуда или, если возвести ее в квадрат, энергия, соответствующая центральной частоте каждого фильтра. Чем уже полосы пропускания фильтров, тем более детальным получается спектр.

Методика частотного анализа, при которой применяется один полосовой фильтр с изменяемой центральной частотой, использовалась при изучении T -фаз [992]. Переменные узкополосные фильтры нашли применение для обработки записей подземных взрывов [555], записей взрывов в карьерах и под водой [1531, 1525—1527], наблюдений геомагнитных пульсаций [790], сейсмограмм объемных волн от близких и далеких землетрясений [1448—1450], записей сейсмических поверхностных волн [861]; при этом результирующие спектры назывались *г р у п о в ы м и с п е к т р а м и*. Полосовая фильтрация во временной области часто приводит к увеличению точности отсчета времени вступления волн. На примере анализа записей близких взрывов было показано, что некоторые волны становятся читаемыми только на низкочастотной фильтрации [1528, 1531]. После высокочастотной фильтрации или на первичных широкополосных записях эти волны практически нечитаемы.

Читатель найдет подробное описание резонаторов и их спектральных характеристик в книге А. А. Харкевича [74]. Спектральные анализаторы, конструируемые в настоящее время, как правило, используют узкополосную электрическую фильтрацию.

1.6.2. ЗВУКОВОЙ ИЛИ АКУСТИЧЕСКИЙ СПЕКТРОГРАФ

Эти спектрографы созданы на базе аппаратуры для частотного анализа звуковых волн. Разработки звуковых спектрографов четверть столетия назад хорошо описаны В. Кёнигом и другими [820]. Звук посредством микрофона преобразуется в электрическую аналоговую форму и записывается в виде трехмерной диаграммы: по горизонтали — ось времени, по вертикали — ось

частоты, а энергия или интенсивность показана переменным зачерпленным диаграммы. Время и частота отсчитываются точно, но энергию в первых конструкциях нельзя было отчитать количественно. Благодаря различным усовершенствованиям, предложенным В. Кёнигом и А. Руппелем [819] и Л. Керста [799], стали возможными надежные количественные измерения энергии. Последний из авторов строил временные разрезы для заданных моментов времени, на которых изображалась зависимость энергии или амплитуды от частоты, как на обычном спектре.

При трехмерном представлении вертикальная линия дает амплитудно-частотный спектр в любой заданный момент времени, а горизонтальная линия показывает изменение амплитуды во времени для любой заданной частоты. В сравнении с односторонним амплитудно-частотным спектром звуковой spectroграф дает более детальные сведения, позволяющие изучать нестационарность (изменчивость во времени) сигнала; другими словами, он позволяет получать изменяющиеся во времени или мгновенные спектры (см. раздел 3.6.5).

Другая потенциальная возможность этого метода заключается в его гибкости. Как только получен сигнал в электрическом аналоговом виде, электрические фильтры и другие устройства обеспечивают громадное разнообразие представлений в широком интервале частот и различной разрешенности как по времени, так и по частоте. Этот метод применим для изучения любых сигналов, в том числе и сейсмических, которые можно получить в электрической аналоговой форме.

В [77] описан частотный анализатор, предназначенный для использования главным образом в сейсморазведке. Этот прибор является модификацией анализатора Родмана, созданного для исследования звуковых волн. В этой же работе дается описание первых анализаторов, разработанных в России Б. Б. Голицыным в 1913 г.

С помощью электронного spectroграфа, являющегося усовершенствованием звукового spectroграфа П. Поттера (магнитная запись, анализатор гетеродинного типа и регистрация выходного сигнала на электрочувствительную бумагу), был проведен спектральный анализ сейсмических сигналов и изучены дисперсия волн Р, РКР и S [496—498, 865], а также длиннопериодные микросейсмы [1099]. Принцип действия электронного spectroграфа заключается в следующем. Запись в электрическом аналоговом виде (на магнитной пленке, установленной на барабане) подается на вход электрической схемы, содержащей переменные полосовые фильтры. С помощью этих фильтров из данной записи последовательно отфильтровываются спектральные компоненты. Метод обеспечивает высокое разрешение сложных переходных сигналов (поверхностных или объемных волн) и превосходит простую корреляцию или Фурье-анализ. Последний, подобно способам, рассмотренным в разделе 1.6.1, дает средние по вре-

мени, а спектрограф изображает спектр как функцию времени. Большое преимущество изображения зависимостей частоты от времени (переменных во времени спектров) состоит в том, что с их помощью можно четко проследить за развитием изучаемого явления во времени. Дальнейшее усовершенствование этого спектрографа, обеспечивающее непрерывную запись, осуществлено и использовано Р. Уокером и другими [1488] для изучения микросейсм. Описание применения этого метода для спектрального анализа сейсмических волн от микроземлетрясений (см. раздел 8.1.6) дано в [1357, 1408].

П. Смит и другие [1334] использовали метод прямой записи непрерывного амплитудно-частотного спектра звука в океане в звуковом анализаторе гетеродинного типа, удобного для изучения океанического шума метеорологического, биологического и вулканического происхождений. Применение звуковых спектрографов для обработки записей подводного звука описано также в [734, 1274]. Следует упомянуть исследование суточных вариаций короткопериодных геомагнитных пульсаций [651, 795]. Новая и значительно улучшенная модель звукового спектрографа описана А. Прести [1178].

1.6.3. СВЕТОВОЙ ИЛИ ОПТИЧЕСКИЙ СПЕКТРОГРАФ

Если для звукового спектрографа требуется сигнал в электрической аналоговой форме, то для оптического спектрографа требуется сигнал, изображенный на фотопленке в виде переменной плотности или переменной площади почернения фотослоя. На записях такого вида отраженные волны прослеживаются по монтажу трасс намного увереннее, чем по сейсмограммам, записанным способом отклонений.

Метод оптического сканирования, разработанный П. Джексоном [709, 710], использует дифракцию монохроматического света на непрозрачных препятствиях. Принцип метода ясен из рис. 4. Схема установки аналогична той, которая используется в физике при анализе света неизвестного состава. При анализе сейсмических данных свет известен (монохроматический, предпочтительнее лазерный), а сейсмограмма представляет собой ту неизвестную структуру, которую нужно проанализировать. Дифракция Фраунгофера аналогична преобразованию Фурье, поскольку процесс дифракции зависит от размеров элементов в дифракционной решетке. Сферическая линза осуществляет двумерное преобразование, а цилиндрическая — одномерное. Подробности можно найти в [159, 1168] или в учебниках физики. Как и звуковой спектрограф, оптический спектрограф дает трехмерное представление строения волны в тех же координатах.

Этот метод анализа нашел широкое применение при обработке данных разведочной сейсмики. Он оказался эффективнее цифровых и аналоговых вычислительных методов прежде всего потому,

что позволяет одновременно обрабатывать многоканальные сейсмические записи и дает возможность оператору в любой момент наблюдать и видоизменять процесс обработки. Метод позволяет выполнять определенные операции над спектрами, например, различные виды фильтрации, подавление кратных отражений и волн-помех, получение корреляционных функций и т. п. Этот

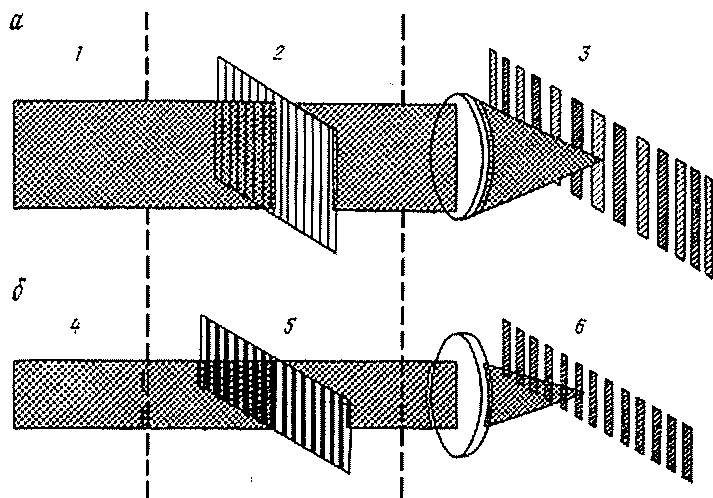


Рис. 4. Сравнение оптической спектроскопии (а) с дифракционным анализом сейсмограмм (б) [710]

1 — неизвестный свет; 2 — известная дифракционная решетка; 3 — спектр света; 4 — известный свет; 5 — сейсмограмма (неизвестная дифракционная решетка); 6 — спектр сейсмограммы

метод хорошо описан в [446, 551]. Другие методы, базирующиеся на геометрической оптике, также позволяют вычислять корреляционные функции и свертки [712].

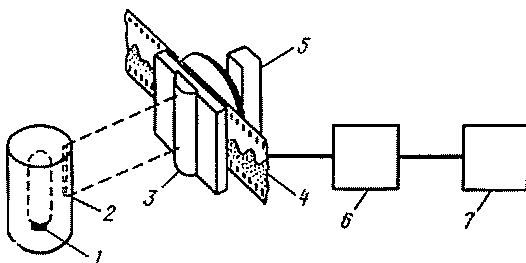
Этот же принцип был использован для получения двумерных спектров поверхности моря по фотографиям солнечных бликов, т. е. солнечного света, отраженного от поверхности океана [1366]. На плоскости преобразования радиус до любой точки пропорционален волновому числу, а его направление указывает направление распространения волны. Оптическая плотность связана со спектральной амплитудой поверхностной волны в океане.

Существует несколько различных типов оптических спектрометров [673, 939, 1242]. В принципе любой фотомеханический волновой анализатор (рис. 5) состоит из фотомеханического преобразователя и измерительного устройства. Преобразователь переводит графическую запись сейсмических колебаний в электрическую форму. Часть изучаемой записи фотографируется на 35-миллиметровую пленку. Нижняя или верхняя часть дорожки зачерняется таким образом, чтобы сама трасса являлась границей

между непрозрачной и прозрачной частями, т. е. получается запись по способу переменной ширины площади. Пленка перемещается с постоянной скоростью между освещаемой щелью и фотоэлементом. Соответствующим подбором ширины щели добиваются того, что в любой момент времени освещаемая площадь фотокатода и вместе с этим сила тока в фотоэлементе пропорциональна

Рис. 5. Фотомеханический анализатор.

1 — лампа; 2 — щель; 3 — линза; 4 — пленка; 5 — фотоэлемент; 6 — катодный повторитель; 7 — избирательный вольтметр



мгновенной амплитуде анализируемой трассы. Ток фотоэлемента через вспомогательные элементы цепи подается на избирательный вольтметр, с которого можно непосредственно считывать спектральные амплитуды. Если скорость протяжки пленки постепенно изменять по заданной программе, то отпадает необходимость в избирательных свойствах измерительного инструмента. Частотный диапазон преобразователя зависит от ширины щели. Для получения более высоких частот требуется более узкая щель. В [1242] использована комбинация фотомеханического анализатора и регистрирующего устройства звукового анализатора для определения спектров геомагнитных пульсаций.

1.6.4. ДРУГИЕ АНАЛОГОВЫЕ МЕТОДЫ

Аналоговыми методами в отличие от цифровых начинают анализ обычно с графического представления кривой $f(t)$. Разработано слишком большое количество различных механических и электрических анализаторов, чтобы давать их описание здесь, тем более что все они в данный момент имеют только историческую ценность. Например, в 1898 г. А. А. Майкельсон создал гармонический анализатор, который позволял определять первые 80 Фурье-компонент заданной кривой. Это устройство можно было использовать в качестве гармонического Фурье-преобразователя. В [1375] детально описаны старые методы анализа подобного рода. Обзор большого числа методов определения коэффициентов Фурье и методов фильтрации дан в [177]. В создание этих методов было вложено много выдумки, но они не могут найти широкого применения в современной эпохе использования ЭВМ. Раньше они применялись в основном для анализа метеорологических временных рядов и других периодических явлений, но реже — для обработки сейсмических волн. Следует также подчеркнуть,

что исследования формы записи волн, наблюдаемых в механике и электротехнике, начали проводиться значительно раньше, чем в геофизике.

Среди других специфических методов волнового анализа можно назвать метод огибающей [1939], применимый только к особо простым волновым импульсам и встречающийся иногда в некоторых областях техники. Примеры использования метода огибающей для анализа сейсмических поверхностных волн релеевского типа можно найти в [372].

Ранее была создана различная аппаратура для проведения не только Фурье-анализа, но и для вычисления таких родственных функций, как функции автокорреляции и взаимной корреляции [1301]. Такие вычисления в наше время выполняются, как правило, с помощью ЭВМ, поэтому нет необходимости рассматривать эту аппаратуру в данной книге.

1.7. СРАВНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И МЕХАНИЧЕСКИХ СПЕКТРОВ

Полезно сравнить электромагнитные спектры, хорошо известные из физики, с механическими спектрами, которые будут рассматриваться в этой книге. Под механическими спектрами мы понимаем спектры механических величин, в отличие от спектров электромагнитных явлений. Механические спектры можно получить по данным наблюдений сейсмических волн, метеорологических турбулентных потоков, поверхностных волн в океане, вариаций гравитационных и магнитных полей. Их особенности заключаются в следующем.

1. *Способ получения.* Электромагнитные или оптические (в более узком диапазоне) спектры получают в экспериментальной физике путем преломления света призмой, в результате чего образуется линейчатый или полосовой спектр. Такие спектры соответствуют частотным механическим спектрам. Дифракционные картины в оптике являются аналогами волночисловых спектров в механическом случае.

2. *История развития.* Оптические спектры начали использоваться с 1859 г. физиками Р. Бунзенем и Р. Кирхгофом. Что касается механических спектров, то здесь трудно выделить одно авторитетное имя, но все же имя Дж. Тьюки и год 1949 кажутся вполне обоснованными. Сравнительно более позднее развитие механических спектральных методов можно объяснить их тесной связью с появлением быстродействующих ЭВМ, хотя в начале двадцатого столетия А. Шустер разработал некоторые вопросы. Мы не рассматриваем в этой связи гармонический анализ, который имеет более длительную историю, нежели механические спектры, и прослеживается до Ж. Фурье.

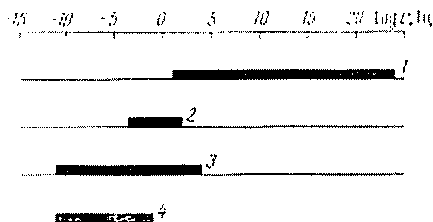
3. *Спектральные параметры.* Оптические спектры изображают энергию (интенсивность) в функции частоты. Механические

спектры более разнообразны по способам представления и включают в себя также фазовые спектры.

4. *Вид спектров.* Оптические спектры — линейчатые или полосчатые в зависимости от состояния излучателя, которым может быть либо атом, либо молекула. Механический спектр может быть либо линейчатым, либо непрерывным. Это зависит от характера источника (периодический источник имеет линейчатый спектр, а случайный процесс — непрерывный спектр) или от метода ана-

Рис. 6. Частотные диапазоны некоторых геофизических явлений в сравнении с электромагнитным спектром.

1 — электромагнитные волны; 2 — сейсмические волны; 3 — флуктуации геомагнитного поля; 4 — колебания уровня моря



лиза (разложение в ряд Фурье дает линейчатые спектры, а преобразование Фурье — непрерывные спектры).

5. *Точность.* Оптические спектры, получаемые в лабораторных, хорошо контролируемых условиях, определяются более высокой точностью, чем механические спектры. Среди последних практически только спектры свободных колебаний Земли могут сравниться по разрешенности и точности с оптическими спектрами.

6. *Диапазон.* Электромагнитные спектры имеют несравненно больший диапазон, чем механические спектры. Диапазоны спектров перекрываются в интервале периодов от 0,1 до 0,01 с. Отсюда диапазон электромагнитного спектра простирается до периодов, приблизительно равных 10^{-24} с. Даже если взять механический период равным продолжительности всей геологической истории Земли, то и в этом случае окажется, что электромагнитный спектр имеет диапазон периодов на пять порядков больше. Среди вариаций геофизического поля наибольшим диапазоном обладают наблюдаемые или расчетные периоды изменений элементов геомагнитного поля, которые занимают интервал от 10^{-4} до 10^{11} с (см. раздел 10.1.1). Обратите внимание на рис. 6.

7. *Интерпретация спектров.* При объяснении оптических спектров, получаемых в хорошо известных лабораторных условиях, почти все сводится к интерпретации наблюдаемых линий и полос и практически ничего не говорится о влиянии условий эксперимента. В случае механических спектров на вычисления спектров расходуется столько же времени, сколько и на их интерпретацию. Такое положение дел, вероятно, объясняет, почему приемы вычисления механических спектров совершенно отличаются от приемов получения оптических спектров.

РЯДЫ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Спектры Фурье подробно рассмотрены в многочисленных учебниках. Мы не намерены повторять все это. Наша цель — обратить внимание на основные теоремы, касающиеся рядов и преобразований Фурье, которые будут необходимы для понимания последующих глав книги. Предлагаемый обзор достаточен для большинства геофизических приложений. Для удобства читателей приводятся выводы некоторых формул с приемлемой для прикладной математики строгостью. Мы надеемся, что к концу главы читатель получит ясное представление о связи между аналитической функцией (во временной области) и ее спектром (в частотной области).

Чтобы лучше усвоить математические операции, используемые в этой и следующих главах, читателю рекомендуется попрактиковаться в употреблении теорем на простых функциях. Это поможет лучше постичь смысл теорем и придаст уверенности при решении более сложных задач, которые возникают при обработке наблюдаемых данных. Такого же правила перехода от простого к сложному следует придерживаться и при опробовании вычислительных программ.

Изложение материала базируется на книгах [159, 193, 274, 724, 725, 864, 939, 1124, 1126, 1373]. Помимо изложения основ теории некоторые из этих книг содержат многочисленные примеры использования спектрального анализа в оптике, акустике, электронике, электротехнике и связи. Спектральный анализ с точки зрения математической статистики — главный предмет обсуждения в [74, 203, 204, 416, 581, 588, 721, 724, 1469]. Несколько специальных задач рассмотрено в [596]. Множество полезных упражнений можно найти в [551]. Можно рекомендовать работу [1104] в которой есть ценные советы по методике вычислений. Имеется также множество чисто математических книг по теории рядов и преобразований Фурье. Здесь достаточно сослаться на [895] и [1518].

2.1. РЯДЫ ФУРЬЕ

Фурье (1768—1830), французский инженер и математик, открыл свою теорему, решая задачи по теплопроводности. Он сделал сообщение о своей теории в Академии наук Франции 21 декабря 1807 г. Несмотря на то что другие математики предложили

очень похожие теоремы и что собственный вклад Ж. Фурье в эту область математики не бесспорен, именно его имя оказалось связанным с подобными разработками во всех книгах во всем мире.

Согласно теореме Фурье любую функцию $f(t)$, удовлетворяющую определенным условиям, можно представить в виде суммы бесконечного числа синусоидальных слагаемых. Дирихле в 1829 г. сформулировал условия, при которых теорема выполняется. Кратко условия Дирихле формулируются следующим образом.

1. $f(t)$ должна быть периодической, т. е. $f(t) = f(t + 2\pi)$, где 2π — период. Если $f(t)$ — не периодическая функция, но определена на конечном интервале, то сумма синусоидальных членов все же будет сходиться к $f(t)$ на заданном интервале. Вне этого интервала сумма будет повторением $f(t)$.

2. $f(t)$ должна быть по меньшей мере кусочно-непрерывной, причем число разрывов конечно, а скачки — ограниченные.

3. $f(t)$ должна иметь конечное число максимумов и минимумов.

4. Интеграл

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt$$

должен сходиться, что следует из условия 2. Другая часто встречающаяся формулировка этого условия гласит, что интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt$$

должен быть конечным, где $|f(t)|$ измеряется от среднего значения.

Условия Дирихле в различных работах формулируются по-разному, но сущность их соответствует приведенным выше формулировкам. Следует отметить, что эти условия, налагаемые на $f(t)$, являются достаточными, но не все из них необходимы. Это означает, что теорема Фурье справедлива для более широкого класса функций. Это было продемонстрировано Фехером в 1904 г., который посредством иного суммирования показал, что единственное требование заключается в том, чтобы функция $f(t)$ была интегрируемой. Однако в этом условии больше чисто математического, чем физического смысла. Все известные в физическом мире функции удовлетворяют более строгим условиям Дирихле.

2.1.1. ТЕОРИЯ РЯДОВ ФУРЬЕ

Согласно теореме Фурье функция $f(t)$, имеющая видимый период 2π и удовлетворяющая условиям Дирихле, может быть представлена следующим бесконечным рядом Фурье:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \sin nt), \quad (1)$$

где a_0 , a_n , b_n — постоянные.

Постоянные находятся путем умножения (1) поочередно на $\cos(0)t$, $\cos nt$, $\sin nt$ и интегрирования относительно t по периоду 2π с использованием свойства ортогональности функций синуса и косинуса:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin mt \sin nt dt = \int_{-\pi}^{\pi} \cos mt \cos nt dt = \begin{cases} \pi & \text{при } m = n \\ 0 & \text{при } m \neq n, \end{cases}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin mt \cos nt dt = 0 \text{ для всех } m \text{ и } n,$$

где m и n — целые числа.

Интегрирование и дифференцирование ряда Фурье (1) можно выполнять почленно для всех физически реализуемых функций. В результате интегрирования получаем

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt, \\ a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos nt dt, \\ b_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin nt dt. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В общем случае, когда основной период равен T , получаем следующие выражения для коэффициентов и самого ряда Фурье:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt, \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos \frac{2n\pi t}{T} dt, \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin \frac{2n\pi t}{T} dt, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2n\pi t}{T} + b_n \sin \frac{2n\pi t}{T} \right).$$

Можно показать (см. ссылки на литературу в начале данной главы), что коэффициенты a_n и b_n стремятся к нулю с увеличением n до бесконечности, если $f(t)$ интегрируема. Мы условились измерять $f(t)$ от произвольной линии отсчета (уровня a_0). С равным успехом можно было бы измерять $f(t)$ от нулевой линии ($a_0 = 0$). Последний прием — самый обычный, и он будет использоваться в дальнейшем, если не будет специальных оговорок. На выводы этого и следующих разделов использование произвольной линии отсчета не влияет.

Коэффициенты a_n и b_n называются коэффициентами Фурье, а их вычисление — Фурье-анализом или гармоническим анализом и в более специальном варианте — анализом волновых форм. Разложение (1) выполняется для всех видов функций $f(t)$, удовлетворяющих условиям Дирихле, безразлично вещественных или комплексных. Соответствующие коэффициенты Фурье будут также вещественными или комплексными. У физического временного ряда, аналогичного геофизической записи, $f(t)$ — вещественная и, значит, все коэффициенты тоже вещественные.

Из (2) и (3) видно, что a_0 — среднее значение функции $f(t)$ на интервале интегрирования, а a_n и b_n — удвоенные средние модулированных функций $f(t) \cos nt$ и $f(t) \sin nt$. В терминах, принятых в теории электричества, среднее значение a_0 называется компонентой постоянного тока, а a_n и b_n (с нулевым средним значением) — компонентами переменного тока функции $f(t)$. Пределы интегрирования от $-\pi$ до $+\pi$ можно заменить на пределы $0-2\pi$, учитывая периодичность $f(t)$ и тригонометрические функции. Уравнения (2) или их эквиваленты (3) называются интегралами Коши.

Специальная теорема, называемая теоремой Римана, гласит, что разложение (1) — единственно, т. е. существует только одно множество значений коэффициентов. В этом можно убедиться следующим образом. Если бы было два различных множества коэффициентов, то можно было бы записать правую часть выражения (1) двумя способами, которые должны быть тождественно равны для всех значений t . Однако такое может случиться только тогда, когда соответствующие коэффициенты этих двух множеств равны между собой. Смысл этой теоремы заключается в том, что, если бы мы смогли найти коэффициенты выражения (1) каким-либо другим способом, результат был бы тем же самым. Например, можно воспользоваться способом наименьших квадратов. Каждое наблюдение зависимости $f(t)$ дает одно уравнение типа (1) с неизвестными коэффициентами. Если число наблюдений больше числа коэффициентов, подлежащих определению, то можно применить способ наименьших квадратов. Решение системы уравнений приводит точно к тем же самым формулам (2) и (3), что и следовало ожидать согласно теореме Римана. Подробное описание можно найти в [939, 1115]. Расширяя диапазон n и на

отрицательные значения, можно посредством теоремы Эйлера выразить (1) в комплексной форме. Читатель может проделать это в качестве упражнения, обратившись, например, к [1373].

2.1.2. РАЗЛОЖЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В РЯД ФУРЬЕ

При разложении в ряд Фурье могут встретиться два случая.

1. Анализируемая функция $f(t)$ — аналитическая, т. е. задана математическим выражением.

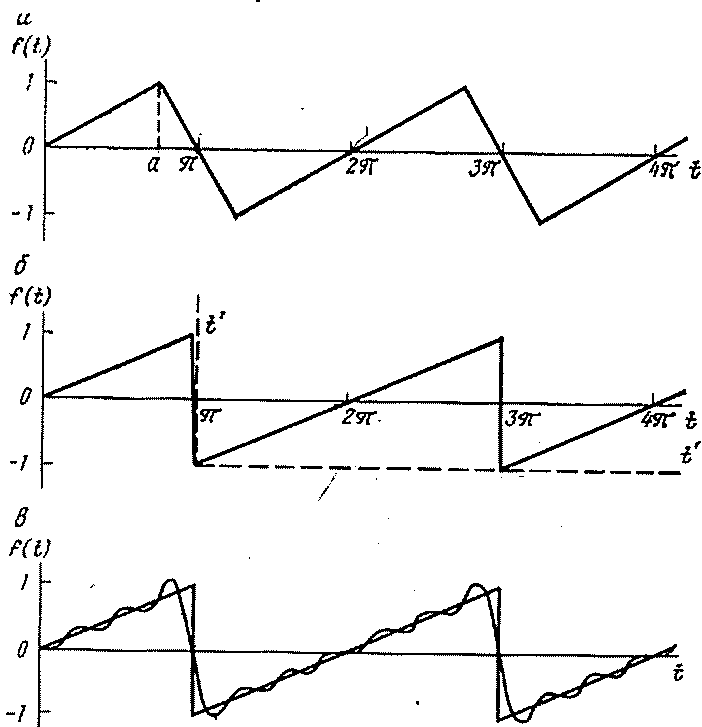


Рис. 7. Разложение в ряд Фурье пилообразной функции (а, б) и график, иллюстрирующий явление Гиббса (в)

2. Функция задана только графически или численно. Этот случай — самый обычный в геофизике, где $f(t)$ обозначает наблюдаемые данные. В последующих главах мы будем заниматься в основном именно этим случаем.

В данном разделе рассмотрим первый случай и предположим, что функция $f(t)$ имеет пилообразную форму (рис. 7, а):

$$f(t) = t/a \text{ для } 0 \leq t < a,$$

$$f(t) = (\pi - t)/(\pi - a) \text{ для } a \leq t < \pi.$$

(4)

Пилообразная форма волны называется кососимметричной или антисимметричной относительно точек $t = 0$ и $t = \pi$, откуда следует, что $f(t)$ — нечетная функция в окрестности этих точек. Поэтому в разложении Фурье останутся только синусные члены. Из (2) и (4) находим, интегрируя по частям:

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(t) \sin nt \, dt = \frac{2}{n\pi} \int_0^a t \sin nt \, dt + \\ + \frac{2}{(\pi - a)\pi} \int_a^{\pi} (\pi - t) \sin nt \, dt = \frac{2}{n^2 a (\pi - a)} \sin na. \quad (5)$$

В частном случае, когда $a = \pi$ (рис. 7, б), выражение (5) для b_n превращается в неопределенность типа $0/0$. Раскрывая неопределенность по правилу Лопиталья, получаем

$$b_n = -2/n\pi \cos n\pi,$$

или

$$b_n = 2/n\pi \text{ при } n \text{ нечетном,} \\ b_n = -2/n\pi \text{ при } n \text{ четном.} \quad (6)$$

Очевидно, что амплитуды b_n уменьшаются пропорционально $1/n$ с увеличением n . Можно доказать, что это — общее свойство функций с простыми разрывами.

Учитывая (1), получаем следующее разложение функции $f(t)$ в ряд Фурье:

$$f(t) = \frac{2}{\pi} \left(\frac{\sin t}{1} - \frac{\sin 2t}{2} + \frac{\sin 3t}{3} - \dots \right). \quad (7)$$

В несколько отличной системе координат f' и t' (см. рис. 7, б), связанной с f и t соотношениями

$$f' = f/2 + 1/2, \\ t' = t - \pi, \quad (8)$$

это разложение в записи без штрихов принимает вид

$$f(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sin t}{1} + \frac{\sin 2t}{2} + \frac{\sin 3t}{3} + \dots \right). \quad (9)$$

На рис. 7, в изображен график выражения (9) с членами вплоть до $\sin 6t/6$. Наихудшее приближение к пилообразной форме кривой наблюдается вблизи разрывов $f(t)$ в точках $t = 0$ и $t = 2\pi$. Этот эффект называется явлением Гиббса. В самих точках разрыва ряд принимает значения, равные половине двух соседних, т. е. $\frac{1}{2} [f(t+) + f(t-)]$, что также является общим свойством разложений Фурье. В рассматриваемом случае значения в точках разрыва равны $1/2$. Из (9) следует, что $f(0) = f(2\pi) = 1/2$, независимо от того, сколько членов включено в разложе-

ние. Можно показать, что в точках разрыва функции $f(t)$ всегда остается некоторое конечное расхождение независимо от числа взятых членов, тогда как для непрерывных частей $f(t)$ приближение будет тем лучше, чем больше членов в ряду.

Явление Гиббса можно объяснить следующим образом. Погрешность, возникающая из-за конечности числа n членов разложения, определяем по формуле

$$f_n(t) - f(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \text{Si} \left(n + \frac{1}{2} \right) t, \quad (10)$$

учитывая синусный интеграл

$$\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin x}{x} dx$$

и интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$$

и заменяя сумму в (9) соответствующим интегралом. Таким образом, погрешность зависит только от $(n + 1/2)t$. Значит, для заданного значения этой величины, соответствующей, например, максимальной погрешности, сама погрешность не будет уменьшаться с увеличением n членов ряда. С увеличением n будет уменьшаться t , а выражение $(n + 1/2)t$ и погрешность будут оставаться постоянными. Для пилообразной кривой эта постоянная погрешность достигает приблизительно 9% от значения скачка функции $f(t)$.

В то же время, если сохранять постоянным t , а n устремить к бесконечности, то погрешность (10) будет заметно приближаться к нулю. Для значений $t = 0, 2\pi, \dots$ погрешность равна $\pm 1/2$, что согласуется с полученным выше результатом. Для удобства обзора различные случаи сведены в табл. 1 (см. также рис. 7, в). Как мы увидим впоследствии, рассмотренные особенности разложений широко используются при анализе геофизических записей.

Таблица 1

Сходимость приближения пилообразной функции
с помощью рядов Фурье

Число гармоник n	Независимая переменная		Погрешность
	t	$(n + 1/2)t$	
Конечное, произвольное	0, 2π, ...	0, $(n + 1/2)2\pi, \dots$	$\pm 1/2$
Бесконечно большое	Постоянная, произвольная	Бесконечная	0
Произвольное	Произвольная	Постоянная, соответствующая максимальной погрешности	$\pm 0,09$

2.1.3. РАЗЛОЖЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ КРИВЫХ В РЯД ФУРЬЕ

Как было отмечено в разделе 1.2.1, гармонический анализ или разложение наблюдаемых данных в ряды Фурье сыграли большую роль в развитии исследований периодичностей. До появления ЭВМ гармонический анализ безраздельно господствовал в этой области науки. Анализ выполнялся либо с помощью специальной аппаратуры (см. раздел 1.6.4), либо с помощью вычислительных схем (см., например, [1939]). В настоящее время эти способы почти полностью вытеснены ЭВМ, причем в большинстве случаев входные данные представлены в цифровом виде. Для обработки данных в цифровом виде необходимо заменить приведенные выше интегральные формулы для коэффициентов Фурье соответствующими формулами дискретного суммирования. Это будет сделано в разделе 4.5.2.

Мы не будем задерживаться на старых способах, поэтому в данном разделе ограничимся несколькими замечаниями. В разделе 2.1.2 мы вывели разложение в ряд Фурье из общих формул. Эти формулы вполне применимы во всех случаях при разложении в ряд Фурье. Однако при решении специальных задач удобнее применять формулы, выведенные именно для рассматриваемой задачи. Один из примеров — определение лунных суточных геофизических вариаций [1933]. Другой пример использования разложений в ряд Фурье (пространственная задача) — изучение геологических структур (складки и т. п.), поддающихся упрощенному выражению [1678, 1359]. Подробнее это дано в разделе 3.5.3.

Как подчеркнуто в [1933], многочисленные разложения в ряды геофизических наблюдений производятся с использованием значений, усредненных по некоторым промежуткам времени. Это приводит к занижению амплитуд (рис. 8) по сравнению с теми, которые должны получаться при уменьшении интервала дискретизации. Связь между амплитудой A_N синусоиды, восстановленной по N отсчетам, равномерно распределенным в пределах периода, и истинной амплитудой A можно получить, если приравнять площади, ограниченные этими кривыми:

$$A = A_N \frac{\pi/N}{\sin(\pi/N)} = A_N \frac{1}{\text{sinc}(1/N)} \quad (11)$$

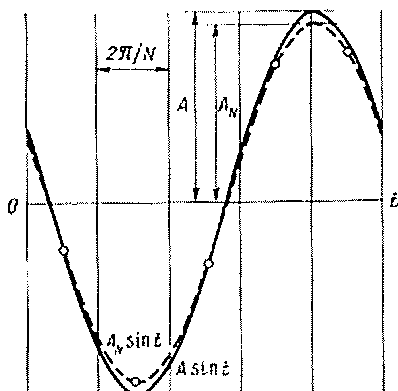


Рис. 8. Схема, поясняющая эффект уменьшения амплитуды синусоиды при проведении ее через средние значения [1933]

В случае $N = 12$ (среднемесячные значения при изучении годовых вариаций) корректирующий множитель равен 1,01152, в случае $N = 24$ (среднечасовые значения при изучении суточных вариаций) он равен 1,00286, а для $N = \infty$ корректирующий множитель равен 1. Если на период приходится всего одно наблюдение ($N = 1$), множитель равен бесконечности. В этом случае $A_N = 0$, а A — неопределенная величина. Очевидно, что $N = 2$ — наименьшее приемлемое число наблюдений (отсчетов) на период (см. раздел 4.3.2), и тогда множитель будет равен $\pi/2 = 1,57080$. Формула (11) справедлива всегда, когда используются средненные значения в рядах или преобразованиях Фурье.

2.2. ИНТЕГРАЛ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ

2.2.1. ВЫВОД ИНТЕГРАЛА ФУРЬЕ

Заменяя аргумент t в интегралах (3) произвольной переменной интегрирования λ и подставляя выражения (3) вместо постоянных a_0 , a_n и b_n в исходный ряд Фурье (1), получим

$$f(t) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\lambda) d\lambda + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left\{ \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\lambda) \cos \frac{2n\pi\lambda}{T} d\lambda \right\} \cos \frac{2n\pi t}{T} + \left\{ \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\lambda) \sin \frac{2n\pi\lambda}{T} d\lambda \right\} \sin \frac{2n\pi t}{T} \right]. \quad (12)$$

Бесконечный ряд в правой части выражения (12) сходится к $f(t)$, если t — не точка разрыва, и к $1/2 [f(t+) + f(t-)]$, если t — точка разрыва. Из (12) непосредственно находим, что $f(T/2) = f(-T/2)$, т. е. значения $f(t)$ на концах интервала совпадают. Это часто называют граничным условием для $f(t)$. Однако этим условием можно пренебречь на том основании, что согласно условиям Дирихле можно иметь один конечный разрыв между этими двумя концами. Следовательно, конечным точкам следует присвоить значение

$$f(\pm T/2) = 1/2 [f(T/2) + f(-T/2)].$$

Выполнение граничного условия обеспечивает более быструю сходимость ряда Фурье. Этого можно достичь изменением первоначальной функции путем прибавления к ней такой функции, чтобы упомянутое граничное условие выполнялось [864]. Соответствующие теоретические граничные условия сохраняют свою силу и для всех производных от $f(t)$, в чем можно убедиться, продифференцировав (12).

Ряд Фурье (12) преобразуется к виду

$$f(t) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\lambda) d\lambda + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\lambda) \cos \left[\frac{2n\pi}{T} (t - \lambda) \right] d\lambda. \quad (13)$$

Множитель $\cos(2n\pi/T)(t - \lambda)$, появляющийся во втором интеграле выражения (13), называется ядром Дирихле. Пусть

$$\begin{aligned}\omega_n &= 2n\pi/T, \\ \omega_{n-1} &= 2(n-1)\pi/T, \\ \omega_n - \omega_{n-1} &= 2\pi/T = \Delta\omega.\end{aligned}$$

Подставив в (13), получим

$$f(t) = \frac{\Delta\omega}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} f(\lambda) d\lambda + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Delta\omega}{\pi} \int_{-T/2}^{T/2} f(\lambda) \cos[\omega_n(t - \lambda)] d\lambda. \quad (14)$$

Теперь, если положить $T \rightarrow \infty$, происходят следующие изменения.

1. Интеграл

$$1/T \int_{-T/2}^{T/2} f(\lambda) d\lambda \text{ исчезает, поскольку } \int_{-T/2}^{T/2} f(\lambda) d\lambda$$

сходится, так как $f(\lambda)$ удовлетворяет условиям Дирихле.

2. Приращение $\Delta\omega$ становится очень малым и в пределе $\Delta\omega$ можно заменить на $d\omega$. Дискретно увеличивающееся ω_n становится непрерывной переменной ω .

3. Суммирование превращается в интегрирование с пределами 0 и ∞ .

В результате в пределе (14) принимает вид

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda) \cos[\omega(t - \lambda)] d\lambda. \quad (15)$$

Это и есть интеграл Фурье.

2.2.2. ВЫВОД ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Представляя косинусное и синусное преобразования в следующем виде:

$$\begin{aligned}a(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda) \cos \omega\lambda d\lambda, \\ b(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda) \sin \omega\lambda d\lambda\end{aligned} \quad (16)$$

и определяя функцию $\Phi(\omega)$ по формуле

$$\sin \Phi(\omega) = -b(\omega)/[a^2(\omega) + b^2(\omega)]^{1/2},$$

откуда следует

$$\begin{aligned}\cos \Phi(\omega) &= a(\omega)/[a^2(\omega) + b^2(\omega)]^{1/2}, \\ \operatorname{tg} \Phi(\omega) &= -b(\omega)/a(\omega) \text{ и } \Phi(-\omega) = -\Phi(\omega),\end{aligned} \quad (17)$$

получаем из (15) путем разложения косинусной функции под знаком интеграла и введения обозначений $a(\omega)$ и $b(\omega)$

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [a(\omega) \cos \omega t + b(\omega) \sin \omega t] d\omega.$$

Вводя функцию $\Phi(\omega)$, получаем

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [a^2(\omega) + b^2(\omega)]^{1/2} [\cos \Phi(\omega) \cos \omega t - \sin \Phi(\omega) \sin \omega t] d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} [a^2(\omega) + b^2(\omega)]^{1/2} e^{i[\omega t + \Phi(\omega)]} d\omega + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} [a^2(\omega) + b^2(\omega)]^{1/2} e^{-i[\omega t + \Phi(\omega)]} d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} [a^2(\omega) + b^2(\omega)]^{1/2} e^{i[\omega t + \Phi(\omega)]} d\omega + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^0 [a^2(\omega) + b^2(\omega)]^{1/2} e^{i[\omega t + \Phi(\omega)]} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (18) \end{aligned}$$

Учитывая выражения (16) для $a(\omega)$ и $b(\omega)$, имеем

$$\begin{aligned} F(\omega) &= |F(\omega)| e^{i\Phi(\omega)} = [a^2(\omega) + b^2(\omega)]^{1/2} e^{i\Phi(\omega)} = \\ &= [a^2(\omega) + b^2(\omega)]^{1/2} [\cos \Phi(\omega) + i \sin \Phi(\omega)] = \\ &= a(\omega) - ib(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (19) \end{aligned}$$

Соответствующее графическое представление показано на рис. 9.

Таким образом, мы вывели следующий важный набор формул.

1. *Преобразование Фурье*, называемое также *комплексным преобразованием Фурье* или *спектром Фурье*:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (20)$$

$$F(\omega) = a(\omega) - ib(\omega) = |F(\omega)| e^{i\Phi(\omega)}, \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} |F(\omega)| &= [a^2(\omega) + b^2(\omega)]^{1/2} - \text{амплитудный спектр} \\ \Phi(\omega) &= \text{arctg} [-b(\omega)/a(\omega)] + 2n\pi - \text{фазовый спектр} \\ n &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Функцию $\Phi(\omega)$ иногда называют спектром запаздывания фаз.

2. Обратное преобразование Фурье:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (23)$$

Уравнение (20) описывает Фурье-анализ функции $f(t)$, а (23) — Фурье-синтез той же функции, т. е. синтезирование исходной функции $f(t)$ из различных спектральных компонент $F(\omega)$. Функции $f(t)$ и $F(\omega)$ образуют пару Фурье, а их взаимность обозначается как $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$. Уравнения (20) и (23) выражают взаимно-однозначное соответствие между этими двумя функциями. В отличие от обычного преобразования координат преобразование Фурье выражает не взаимно-однозначное точечное соответствие двух областей представления, а только соответствие между кривыми. Формулы (20) и (23) применимы для любых видов функций $f(t)$ и $F(\omega)$ — вещественных, мнимых, комплексных, четных, нечетных, комбинированных, лишь бы выполнялись условия Дирихле. Преобразование Фурье — особый вид интегральных преобразований [193]. Очевидно, что уравнения (20) и (23) являются интегральными уравнениями. Например, (20) является интегральным уравнением Фредгольма первого рода, а функция $e^{-i\omega t}$ — его ядром. Формула обращения (23) есть решение этого интегрального уравнения и наоборот [193].

Согласно (20), функция $F(\omega)$ соответствует среднему выражения $f(t) e^{-i\omega t}$ на интервале интегрирования. У наблюдаемых рядов этот интервал по необходимости имеет ограниченную протяженность. Благодаря ортогональности тригонометрических функций множитель $e^{-i\omega t}$ действует как оператор, извлекающий из $f(t)$ только компоненты с частотой ω . Другими словами, $F(\omega)$ есть среднее тех компонент функции $f(t)$, которые имеют частоту ω .

Так как $F(\omega)$ относится к единичному частотному интервалу, эта величина именуется «плотностью» или точнее спектральной плотностью в случае $F(\omega)$ и амплитудной плотностью в случае $|F(\omega)|$. $F(\omega)$ имеет ту же размерность, что и $f(t)$. Например, если $f(t)$ — смещение, т. е. имеет размерность длины, то и $F(\omega)$ имеет размерность длины, а $|F(\omega)|^2$ имеет размерность длины в квадрате.

Можно отнести спектральную плотность к единичному временному, а не к единичному частотному интервалу. Это достигается путем умножения функции $F(\omega)$ на число периодов в секунду (ν) или на любую пропорциональную ему величину,

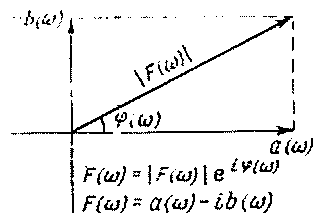


Рис. 9. Графическое изображение составляющих спектра

подобную ω . Следовательно, $\omega F(\omega)$ — спектральная плотность, отнесенная к единичному временному интервалу.

В (23) интегрирование производится по всем частотам от $-\infty$ до $+\infty$. Отрицательные частоты не имеют физического смысла, но запись (23) предпочтительнее в математическом отношении. Эта формулировка позволяет использовать ряд эффективных математических приемов. Например, интегрирование на комплексной плоскости с использованием теоремы о вычетах позволяет оценить интегралы вида (20) в замкнутой форме. Но в приложениях к физическим явлениям следует возвращаться к вещественным, положительным значениям ω .

2.2.3. СООТВЕТСТВИЕ СВОЙСТВ $f(t)$ И $F(\omega)$

Учитывая свойство симметрии функций $f(t)$ и $F(\omega)$, можно из (20) и (23) легко вывести несколько полезных соотношений. Любая функция $f(t)$ разделяется на четную и нечетную части:

$$f(t) = 1/2 [f(t) + f(-t)] + 1/2 [f(t) - f(-t)] = f_e(t) + f_o(t), \quad (24)$$

где $f_e(t) = f_e(-t)$ — четная или симметричная часть, а $f_o(t) = -f_o(-t)$ — нечетная или антисимметричная (кососимметричная) часть. В общем случае $f(t)$ есть комплексная функция. Разделяя $f(t)$ на действительную Re и мнимую Im части, с учетом (24) имеем

$$f(t) = \text{Re } f_e(t) + i \text{Im } f_e(t) + \text{Re } f_o(t) + i \text{Im } f_o(t). \quad (25)$$

Подставляя это выражение в формулу (20) вместо $F(\omega)$, получим:

$$F(\omega) = 2 \int_0^{\infty} [\text{Re } f_e(t) + i \text{Im } f_e(t)] \cos \omega t dt - 2i \int_0^{\infty} [\text{Re } f_o(t) + i \text{Im } f_o(t)] \sin \omega t dt. \quad (26)$$

Уравнения (25) и (26) можно дополнить соответствующими выражениями для $f(-t)$, $f^*(t)$, $f^*(-t)$ и их преобразованиями. Уравнения (25) и (26) позволяют нам судить о свойствах функции $F(\omega)$ по свойствам любой заданной функции $f(t)$: действительная она или мнимая, четная или нечетная либо является некоторой комбинацией этих двух случаев. Такие же соответствия можно составить и для $f(-t)$, $f^*(t)$, $f^*(-t)$. Например, $f^*(t) \leftrightarrow \leftrightarrow F^*(\omega)$. Поскольку, как показал предшествующий опыт, подобные выкладки не представляют особых трудностей, читатель

с большей пользой выполнит их сам. Только следует иметь в виду, что четность или нечетность функции $F(\omega)$ определяется множителями, содержащими ω , т. е. $\cos \omega t$ и $\sin \omega t$. В табл. 2 приведены несколько примеров, которые могут послужить началом более глубокого изучения.

Таблица 2

Соответствие свойств функций $f(t)$ и $F(\omega)$

$f(t)$	$F(\omega)$
Действительная и четная Действительная и нечетная Мнимая и четная Мнимая и нечетная	Действительная и четная Мнимая и нечетная Мнимая и четная Действительная и нечетная

Применяя эти соображения к геофизической записи или к любой физически реализуемой временной кривой $f(t)$, необходимо иметь в виду, что $f(t)$ — чисто вещественная функция и, как следствие соотношения (26), $F(\omega)$ — комплексная. Таким образом, имеем

вещественный ряд Фурье $f(t)$

Вещественная функция времени или вещественный временной ряд $f(t)$ \nearrow
 \searrow комплексное преобразование Фурье $F(\omega)$

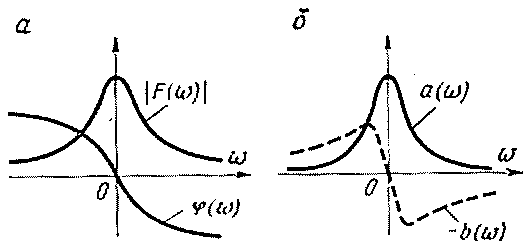
Более того, в случае вещественной $f(t)$ и только в этом случае имеем

$$F(\pm\omega) = F^*(\mp\omega). \quad (27)$$

Далее в этом случае вещественная часть функции $F(\omega)$ — четная, а мнимая — нечетная. Функция, удовлетворяющая этим условиям,

Рис. 10. Эрмитово свойство спектра $F(\omega)$. Действительная часть четная, мнимая — нечетная

$$a = |F(\omega)| = [\alpha^2(\omega) + b^2(\omega)]^{1/2}, \quad \text{tg } \varphi(\omega) = \frac{b(\omega)}{a(\omega)}; \quad \bar{a} = a(\omega) = |F(\omega)| \cos \varphi(\omega),$$

$$-b(\omega) = |F^*(\omega)| \sin \varphi(\omega)$$


называется эрмитовой. Следовательно, все геофизические спектры являются эрмитовыми функциями. Обратно, если $F(\omega)$ обладает этим свойством, значит функция $f(t)$ — вещественная. Эрмитово свойство геофизических и всех физических спектров имеет большое значение, и о нем всегда следует помнить. Оно схематично изображено на рис. 10.

Свойства симметрии определялись до сих пор относительно нулевой точки, т. е. точки с координатами $t = 0$ и $\omega = 0$. Однако функции могут обнаруживать симметрию и несимметрию по отношению и к другим точкам. Например, спектр может обладать симметрией относительно любого максимума. Все такие случаи можно свести к описанным выше с помощью подстановок $t_0 \pm t$ и $\omega_0 \pm \omega$, где t_0 и ω_0 соответствуют точкам симметрии или антисимметрии.

2.2.4. КО-СПЕКТР И КВАДРАТУРНЫЙ СПЕКТР

Действительная $a(\omega)$ и мнимая $b(\omega)$ части функции $F(\omega)$, определенные выражениями (16), используются и самостоятельно, имея специальные названия,

$$\begin{aligned} a(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \omega t dt, \\ b(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin \omega t dt. \end{aligned} \quad (28)$$

Функция $a(\omega)$ является косинусным преобразованием Фурье функции $f(t)$ и называется ко-спектром. Функция $b(\omega)$ является синусным преобразованием Фурье функции $f(t)$ и называется квадратурным спектром [1032]. Очевидно, что выражение $ib(\omega)$, входящее в запись функции $F(\omega)$, примет вид

$$ib(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i(\pi/2)} \sin \omega t dt. \quad (29)$$

Это означает, что $ib(\omega)$ является синусным преобразованием функции $f(t)$ после того, как фаза каждой гармоники $f(t)$ изменена на $\pi/2$. Каждую гармоническую компоненту функции $f(t)$ можно записать в виде $a_n \cos nt + b_n \sin nt$ [см. условие (1)]. Увеличение nt на $\pi/2$ изменит запись каждой гармоники на $-a_n \sin nt + b_n \cos nt$. На векторной диаграмме с осями a_n и b_n последний вектор оказывается повернутым на $\pi/2$ по отношению к первому. Это и объясняет название «квадратурный».

Функции $a(\omega)$ и $b(\omega)$ соответствуют коэффициентам Фурье a_n и b_n в уравнении (3) следующим образом:

$$a(\omega) \rightarrow 1/2 a_n; \quad b(\omega) \rightarrow 1/2 b_n. \quad (30)$$

Это легко доказывается:

$$\begin{aligned} a(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda) \cos \omega \lambda d\lambda = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \frac{2n\pi}{T} t dt \rightarrow \\ &\rightarrow \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos \frac{2n\pi}{T} t dt = \frac{a_n}{2}. \end{aligned}$$

2.3. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Если функции $f(t)$ и $F(\omega)$ образуют пару преобразований Фурье, т. е. $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$, то эти две функции связаны между собой преобразованием Фурье (20) и соответствующим обратным преобразованием (23). Эти уравнения позволяют сформулировать несколько теорем, наиболее важные из которых будут рассмотрены ниже.

• 2.3.1. ТЕОРЕМА СЛОЖЕНИЯ

Если $f_1(t) \leftrightarrow F_1(\omega)$ и $f_2(t) \leftrightarrow F_2(\omega)$, то $[a_1 f_1(t) \pm a_2 f_2(t)] \leftrightarrow [a_1 F_1(\omega) \pm a_2 F_2(\omega)]$, где a_1 и a_2 — константы.

Доказательство. Согласно (23), имеем

$$\begin{aligned} a_1 f_1(t) \pm a_2 f_2(t) &= a_1 / 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} F_1(\omega) e^{i\omega t} d\omega \pm a_2 / 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \\ &= 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} [a_1 F_1(\omega) \pm a_2 F_2(\omega)] e^{i\omega t} d\omega, \end{aligned}$$

т. е.

$$[a_1 f_1(t) \pm a_2 f_2(t)] \leftrightarrow [a_1 F_1(\omega) \pm a_2 F_2(\omega)]. \quad (31)$$

Эту теорему можно распространить на любую (конечную) сумму сигналов и соответствующих им спектров:

$$\sum_{n=1}^m a_n f_n(t) \leftrightarrow \sum_{n=1}^m a_n F_n(\omega). \quad (32)$$

Итак, спектр суммы некоторого количества сигналов равен сумме их спектров. Это практически важный результат, так как с помощью теоремы можно вычислять спектры более простым путем, если исследуемую функцию удастся выразить в виде суммы более простых функций. Применение этого правила в случаях, когда $f(t)$ выражается в виде ряда Фурье и ступенчатой кривой, аппроксимирующей любую заданную кривую, можно найти в [74].

2.3.2. ТЕОРЕМА О СИММЕТРИИ

Если $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$, то $F(\pm t) \leftrightarrow 2\pi f(\mp \omega)$.

Доказательство. В формуле преобразования Фурье (20) поменяем местами t и ω :

$$\begin{aligned} F(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) e^{-i\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} f(-\omega) e^{i\omega t} d\omega = \\ &= 2\pi \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(-\omega) e^{i\omega t} d\omega, \end{aligned}$$

откуда получаем

$$F(t) \leftrightarrow 2\pi f(-\omega).$$

То, что преобразование функции $F(-t)$ равно $2\pi f(\omega)$, доказывается совершенно аналогичным образом. Объединяя обе формулы в одну, получаем

$$F(\pm t) \leftrightarrow 2\pi f(\mp \omega). \quad (33)$$

Таким образом, если $F(\omega)$ — спектр сигнала $f(t)$, то спектр функции $F(\pm t)$ будет равен $2\pi f(\mp \omega)$, а сигнал функции $f(\pm \omega)$ равен $(1/2\pi) F(\mp t)$.

2.3.3. ТЕОРЕМА О ПОДОБИИ

Если $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$ и a — вещественная постоянная, то

$$f(at) \leftrightarrow (1/|a|) F(\omega/a).$$

Доказательство. Используя формулу обратного преобразования Фурье (23), получаем

$$f(at) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega at} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a} F\left(\frac{\omega}{a}\right) e^{i\omega t} d\omega,$$

т. е.

$$f(at) \leftrightarrow \frac{1}{a} F\left(\frac{\omega}{a}\right).$$

Аналогично доказывается, что

$$f(-at) \leftrightarrow \frac{1}{a} F\left(-\frac{\omega}{a}\right).$$

Эти два соотношения можно обобщить уравнением

$$f(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} F\left(\frac{\omega}{a}\right), \quad (34)$$

справедливым как для положительных, так и для отрицательных a .

Согласно этой формуле, расширение (сжатие) временного масштаба в a раз вызывает сжатие (расширение) частотного масштаба во столько же раз, тогда как площадь, ограниченная спектральной кривой, остается неизменной. Этот факт отражает связь между временным и частотным представлениями, которую мы будем еще рассматривать в разделах 4.3.4 и 5.3.3.

2.3.4. ТЕОРЕМА О ВРЕМЕННОМ СДВИГЕ

Если $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$, то $f(t \pm a) \leftrightarrow e^{\pm i\omega a} F(\omega)$, где a — вещественная постоянная.

Доказательство. Из формулы обратного преобразования Фурье (23) непосредственно следует:

$$f(t \pm a) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega(t \pm a)} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{\pm i\omega a} e^{i\omega t} d\omega,$$

откуда

$$f(t \pm a) \leftrightarrow e^{\pm i\omega a} F(\omega). \quad (35)$$

Очевидно, что у временной функции, сдвинутой на некоторый отрезок времени, амплитудный спектр остается неизменным, а фазовый спектр изменяется на величину, определяемую этим временным сдвигом. Это легко видеть, если рассмотреть разложение функции $f(t)$ в ряд Фурье.

• 2.3.5. ТЕОРЕМА О ЧАСТОТНОМ СДВИГЕ

Если $F(\omega) \leftrightarrow f(t)$, то $F(\omega \pm \omega_0) \leftrightarrow e^{\mp i\omega_0 t} f(t)$, где ω_0 — вещественная постоянная.

Доказательство. Из формулы преобразования Фурье получаем

$$F(\omega \pm \omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i(\omega \pm \omega_0)t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{\mp i\omega_0 t} dt,$$

т. е.

$$F(\omega \pm \omega_0) \leftrightarrow e^{\mp i\omega_0 t} f(t). \quad (36)$$

Разлагая выражение $e^{\mp i\omega_0 t}$ из (36) с помощью формулы Эйлера и затем используя соотношение (31), находим следующие два соотношения, называемые теоремами модуляции:

$$f(t) \cos \omega_0 t \leftrightarrow \frac{1}{2} [F(\omega + \omega_0) + F(\omega - \omega_0)], \quad (37)$$

$$f(t) \sin \omega_0 t \leftrightarrow \frac{i}{2} [F(\omega + \omega_0) - F(\omega - \omega_0)].$$

П. Коулмен и Е. Смит [384] использовали соотношения (37) для объяснения явления расщепления частоты, обнаруженного Р. Шапиро и Ф. Уордом [1295], как явления, вызываемого амплитудной модуляцией. Модуляция амплитуды, частоты и фазы играет большую роль в технике связи. Полное рассмотрение ее спектральных свойств выполнено А. А. Харкевичем [74].

• 2.3.6. ТЕОРЕМА О ПРОИЗВОДНОЙ

Если $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$, то $f'(t) \leftrightarrow i\omega F(\omega)$ и $F'(\omega) \leftrightarrow -itf(t)$.

Доказательство. Продифференцировав формулу обратного преобразования (23) под знаком интеграла, получим

$$f'(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} i\omega F(\omega) e^{i\omega t} d\omega,$$

т. е.

$$f'(t) \leftrightarrow i\omega F(\omega). \quad (38)$$

Производная функции подчеркивает высокочастотные составляющие спектра по отношению к низкочастотным и уничтожает все составляющие с нулевой частотой. Дополнительно появляется сдвиг фаз на $\pi/2$ для всех компонент.

Вторая часть этой теоремы выводится совершенно аналогичным образом, т. е. дифференцированием формулы (20) под знаком интеграла, что дает

$$F'(\omega) \leftrightarrow -if(t). \quad (39)$$

Оба результата можно распространить на любую производную высшего порядка простым продолжением дифференцирования:

$$\begin{aligned} f^{(n)}(t) &\leftrightarrow (i\omega)^n F(\omega), \\ F^{(n)}(\omega) &\leftrightarrow (-it)^n f(t), \end{aligned} \quad (40)$$

где n — порядок дифференцирования.

Из (40) можно легко вывести следующие соотношения между дифференциальными операторами:

$$\left(\frac{d^n}{dx^n} - x^n \right)$$

во временной (t) и частотной (ω) областях:

$$\left(\frac{d^n}{dt^n} - t^n \right) f(t) \leftrightarrow (-1)^{(n/2)-1} \left(\frac{d^n}{d\omega^n} - \omega^n \right) F(\omega), \quad (41)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$. Заметим, в частности, что для $n = 2$ этот оператор имеет один и тот же вид в обеих областях. То же самое имеет место для всех $n = 2 + 4m$, где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

В более общем случае теорема о производной может быть использована для решения дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами как в обычных, так и в частных производных. Например, для следующего уравнения с известной функцией $g(t)$

$$a_N \frac{d^N f(t)}{dt^N} + a_{N-1} \frac{d^{N-1} f(t)}{dt^{N-1}} + \dots + a_1 \frac{df(t)}{dt} + a_0 f(t) = g(t),$$

или в более компактной форме

$$\sum_{n=0}^N a_n \frac{d^n f(t)}{dt^n} = g(t) \quad (42)$$

теорема о производной, примененная к преобразованию этого уравнения, дает следующий результат:

$$F(\omega) \sum_{n=0}^N a_n (i\omega)^n = G(\omega) \quad \text{или} \quad F(\omega) H(\omega) = G(\omega). \quad (43)$$

В теории дифференциальных уравнений это уравнение называется дополнительным или вспомогательным к данному дифференциальному уравнению [193]. Искомая функция $f(t)$ получается из следующего соотношения:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(\omega) e^{i\omega t}}{\sum_{n=0}^N a_n (i\omega)^n} d\omega. \quad (44)$$

2.3.7. ТЕОРЕМА ОБ ИНТЕГРАЛЕ

Если $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$, то $\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt \leftrightarrow \frac{1}{i\omega} F(\omega)$.

Доказательство. Согласно (20), преобразование Фурье функции

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt \text{ имеет вид } \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt \right] e^{-i\omega t} dt.$$

Интегрируя по частям, это выражение можно преобразовать следующим образом:

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt \right] \left[-\frac{1}{i\omega} e^{-i\omega t} \right]_{-\infty}^{\infty} + \frac{1}{i\omega} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} f(t) dt = \frac{1}{i\omega} F(\omega),$$

так как первый член обращается в нуль в силу условий Дирихле. Таким образом, получаем

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt \leftrightarrow \frac{1}{i\omega} F(\omega), \quad (45)$$

что и требовалось доказать. Это соотношение образует аналог теоремы о производной (2.3.6).

Точно так же как теорема о производной помогает при решении дифференциальных уравнений (см. раздел 2.3.6), теорема об интеграле может оказаться полезной при преобразовании данного уравнения в алгебраическую форму в частотной области.

Теоремы о производной и интеграле удачно применяются также в том случае, когда одна запись является производной или интегралом другой. Рассмотрим, например, такой обычный случай:

$$\left. \begin{aligned} \text{смещение } f(t) &\leftrightarrow F(\omega), \\ \text{скорость } v(t) = f'(t) &\leftrightarrow i\omega F(\omega) = \omega F(\omega) e^{i(\pi/2)}, \\ \text{ускорение } a(t) = f''(t) &\leftrightarrow -\omega^2 F(\omega) = \omega^2 F(\omega) e^{i\pi}. \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

Можно было бы начать с записи ускорения и применить теорему об интеграле. Ранее много усилий было потрачено на разработку интегральных способов обработки акселерограмм. Но ясно, что переход в частотную область — более приемлемая операция, поскольку интегрирование и дифференцирование во временной области более сложны, чем в частотной области. Задачи интегрирования и дифференцирования в значительной мере превратились в задачи вычисления спектров и их обратных преобразований.

2.3.8. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ О ТЕОРЕМАХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Следует отметить, что в рассмотренных теоремах спектр появляется в виде функции $F(\omega)$, т. е. без деления на амплитуд-

ный и фазовый спектры. Согласно (21), амплитудный спектр — $|F(\omega)|$, а фазовый спектр — $\Phi(\omega)$. В табл. 3 приведены некоторые из рассмотренных теорем, причем амплитудные и фазовые спектры даны отдельно. Этим примерам может оказаться достаточно, чтобы пояснить способы определения спектров. В любом случае нужно просто записать полученную спектральную функцию в виде $|G(\omega)| e^{i\Phi(\omega)}$ и затем отождествить $|G(\omega)|$ и $\Phi(\omega)$ с соответствующим табличным выражением.

Т а б л и ц а 3

Примеры соотношений между функцией времени, амплитудным и фазовым спектрами (a и ω_0 — вещественные константы)

Раздел	Функция времени	Амплитудный спектр	Фазовый спектр
	$f(t)$	$ F(\omega) $	$\Phi(\omega)$
2.3.1	$af(t)$	$a F(\omega) $	$\Phi(\omega)$
2.3.2	$F(\pm t)$	$2\pi f(\mp\omega) $	$n\pi (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$
2.3.3	$f(at)$	$\frac{1}{ a } \left F\left(\frac{\omega}{a}\right) \right $	$\Phi\left(\frac{\omega}{a}\right)$
2.3.4	$f(t \pm a)$	$ F(\omega) $	$\Phi(\omega) \pm a\omega$
2.3.5	$f(t)e^{\pm i\omega_0 t}$	$ F(\omega \mp \omega_0) $	$\Phi(\omega \mp \omega_0)$
	$f_1(t) * f_2(t)$	$ F_1(\omega) F_2(\omega) $	$\Phi_1(\omega) + \Phi_2(\omega)$
2.3.6	$f'(t)$	$\omega F(\omega) $	$\Phi(\omega) + \pi/2$
	$d/dt [f_1(t) * f_2(t)]$	$\omega F_1(\omega) F_2(\omega) $	$\Phi_1(\omega) + \Phi_2(\omega) + \pi/2$
2.3.7	$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt$	$\frac{ F(\omega) }{\omega}$	$\Phi(\omega) - \frac{\pi}{2}$

Примечание. Теоремы, касающиеся операции свертки (*), будут доказаны в разделе 3.2.

Следует заметить, что приведенные выше теоремы действительны для прямого и обратного преобразований Фурье в том виде, в каком они определены, т. е. для бесконечного протяжения как по t , так и по ω . Иногда, когда обрабатывается ограниченный во времени отрезок записи, лучше использовать к о н е ч н о е п р е о б р а з о в а н и е Ф у р ь е, определяемое как

$$F(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} f(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (47)$$

Однако и в этом случае соответствующая формула обратного преобразования будет содержать интеграл с бесконечными пределами по ω . Следовательно, рассмотренные выше теоремы нельзя приме-

пять к конечному преобразованию Фурье без специальной проверки. Например, теорема о симметрии неприменима непосредственно к конечному преобразованию. Конечные преобразования будут использованы в разделе 4.4 при рассмотрении весовых функций. Они также применяются при решении дифференциальных уравнений [193].

2.4. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФУРЬЕ-ФУНКЦИЙ, ЗАДАНЫХ В АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФОРМЕ

2.4.1. РАЗЛИЧНЫЕ СИСТЕМЫ ПЕРЕХОДА ЗАПИСИ ОТ ПРЯМОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ К ОБРАТНОМУ

Существует два подхода к вычислению преобразований Фурье $F(\omega)$ любой заданной функции $f(t)$.

1. Функция $f(t)$ задана в аналитической форме. В этом случае вычисление состоит из чисто математических операций в соответствии с выражением (20).

2. Функция $f(t)$ представляет собой ряд наблюдений. Этот случай имеет очень большое значение в геофизике и будет рассматриваться в последующих главах. В данном разделе мы будем иметь дело с первым случаем, который важен для полного знакомства с преобразованиями Фурье. Этот случай также играет большую роль в разработке теоретических вопросов геофизики и особенно сейсмологии. Кроме того, теоретические случаи, подобные изложенным в данном разделе, имеют практическую ценность как тесты вычислительных программ для ЭВМ.

В математических таблицах и в учебниках можно встретить множество таблиц преобразований Фурье. При пользовании любой из них очень важно ясно представлять себе те определения, которые введены авторами при записи формул прямого и обратного преобразований. Существует довольно большое разнообразие таких определений; соответственно различаются и сами выражения для преобразований. Можно обобщить все существующие формы записи в следующих двух выражениях, где k, m, n должны определяться каждый раз:

$$f(t) = \frac{1}{(2\pi)^{k_1}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp \{ (-1)^{m_1} (2\pi)^{n_1} i\omega t \} d\omega, \quad (48)$$

$$F(\omega) = \frac{1}{(2\pi)^{k_2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp \{ (-1)^{m_2} (2\pi)^{n_2} i\omega t \} dt.$$

Записывая уравнения преобразований в таком компактном виде, нужно учитывать, что данный параметр, а особенно ω — всего лишь некая фиктивная переменная, которая не поддается спе-

циальной физической интерпретации. Численные значения постоянных k, m, n для наиболее часто встречающихся систем определений приведены в табл. 4. Система 1 принята в данной книге. В табл. 4 приведены также записи преобразования Фурье для различных систем определений, причем сама функция $F(\omega)$ определена в нашей системе. Например, преобразование в системе 5

Таблица 4

Сводка систем записи преобразования Фурье

Система	k_1	m_1	n_1	k_2	m_2	n_2	Преобразование Фурье	
1	1	2	0	0	1	0	$F_1(\omega) = F(\omega)$	$F(\omega) = F_1(\omega)$
2	1	1	0	0	2	0	$F_2(\omega) = F(-\omega)$	$F(\omega) = F_2(-\omega)$
3	1/2	2	0	1/2	1	0	$F_3(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} F(\omega)$	$F(\omega) = \sqrt{2\pi} F_3(\omega)$
4	1/2	1	0	1/2	2	0	$F_4(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} F(-\omega)$	$F(\omega) = \sqrt{2\pi} F_4(-\omega)$
5	0	2	1	0	1	1	$F_5(\omega) = F(2\pi\omega)$	$F(\omega) = F_5(\omega/2\pi)$
6	0	2	-1	0	1	-1	$F_6(\omega) = F\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)$	$F(\omega) = F_6(2\pi\omega)$
7	—	—	—	1	1	0	$F_7(\omega) = \omega F(\omega)$	$F(\omega) = \frac{F_7(\omega)}{\omega}$

$$1/(2\pi)^{k_2} = \omega.$$

можно превратить в преобразование в системе 1 делением частоты на 2π . Таблица позволяет легко переходить от одной системы записи к другой. Очевидно, что спектр данной функции $f(t)$ может быть выражен различными способами. Но, в общем, различные выражения для преобразований Фурье, помещенные в табл. 4, отличаются только используемыми масштабами либо по абсциссе (частоте), либо по ординате (спектру F).

В литературе можно чаще найти более полные таблицы преобразований Лапласа, нежели преобразований Фурье. Может показаться, что в такой ситуации полезно знать формулы перехода от преобразований Лапласа к преобразованиям Фурье. Но при выполнении таких переходов необходимо учитывать как область сходимости преобразования Лапласа, так и вид его, т. е. является ли оно односторонним (интеграл с пределами от 0 до $+\infty$) или двусторонним (интеграл с пределами от $-\infty$ до $+\infty$). Как следствие, формулы перехода могут оказаться весьма сложными [1126] и не очень пригодными.

2.4.2. ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРАВИЛА ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФУРЬЕ

Приведенные ниже советы могут оказаться полезными при вычислении преобразования Фурье $F(\omega)$ функции времени $f(t)$, заданной аналитически.

1. Прямое интегрирование с использованием выражения для $F(\omega)$ является самой быстрой операцией. Полезно иметь под рукой таблицы неопределенных интегралов.

2. Часто встречаются интегралы, для которых не пригодны приемы обычного интегрального исчисления, но, истолкованные как распределения или обобщенные функции, они все же могут быть выражены аналитически [1126]. Наиболее полезные из этих формул:

$$\int_0^{\infty} \sin \omega t \, dt = \frac{1}{\omega} \quad \omega \neq 0, \quad (49)$$

$$\int_0^{\infty} \cos \omega t \, dt = \pi \delta(\omega).$$

3. Часто оказывается полезным интегрирование по контуру в комплексной плоскости. Например, заменив время t мнимой переменной $z = it$, получим следующую формулу преобразования:

$$F(\omega) = \frac{1}{i} \int_{-i\infty}^{i\infty} f\left(\frac{z}{i}\right) e^{-\omega z} \, dz, \quad (50)$$

которую можно решить интегрированием по контуру в комплексной плоскости z . Читатели, не знакомые с этим способом, могут найти его в учебниках по прикладной математике.

4. Часто можно выразить данную функцию $f(t)$ через другие функции, для которых преобразования известны или могут быть легко найдены.

5. Теоремы, приведенные в разделе 2.3, исключительно удобны для вывода вспомогательных соотношений. Действительно, применяя эти теоремы, можно использовать для многих функций небольшой набор преобразований, подобных приведенным в табл. 5.

6. Всегда полезно убедиться в том, что преобразование имеет правильную структуру, соответствующую заданной временной функции. Структура зависит от вида временной функции: четная или нечетная, вещественная или комплексная, с учетом правил, изложенных в разделе 2.2.3.

7. Иногда удобно сначала разложить функцию $f(t)$ в ряд Фурье и затем поочередно преобразовывать ряд, каждый член этого ряда. Часто рекомендуется сравнивать преобразование Фурье $F(\omega)$ с разложением $f(t)$ в ряд Фурье. Эти две функции соответствуют друг другу: $F(\omega)$ дает непрерывный спектр, а разложение в ряд — линейчатый.

8. Удобные формулы для вычисления преобразований Фурье можно получить для функций, удовлетворяющих определенным условиям. Например, в [902] приводятся подобные формулы для кусочно-линейных функций. Их же можно использовать и для функций, аппроксимируемых линейными отрезками.

9. Преобразования часто можно найти в учебниках и сборниках математических таблиц. Большие таблицы преобразований Фурье приведены в [320, 487]. Кроме того, можно рекомендовать [274]. Пользуясь таблицами преобразований, важно учитывать используемые в них определения и преобразовывать формулы в соответствии с табл. 4.

10. Так как обычно таблицы преобразований Лапласа более полны, чем таблицы преобразований Фурье, может оказаться удобным вычислить последние по таблицам преобразований Лапласа. Есть способы таких пересчетов [1126], однако из-за предосторожностей, которые должны приниматься, эти пересчеты не совсем удобны (см. раздел 2.4.1).

2.4.3. ПРИМЕРЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФУРЬЕ

В табл. 5 собраны преобразования Фурье в обозначениях системы 1 (см. табл. 4). Читателю рекомендуется в качестве упражнения проработать все примеры из табл. 5 и изобразить все функции графически. Ниже дается методология решения этих примеров.

1. Начнем с прямоугольной функции $\Pi(t)$. Формула (1) вытекает непосредственно из выражения для $F(\omega)$ с учетом того, что интервал интегрирования по t находится в пределах от $-1/2$ до $+1/2$, причем подынтегральное выражение равно нулю за пределами интервала интегрирования (рис. 11).

2. Из примера 1, применяя сначала теорему о симметрии (см. раздел 2.3.2), а затем теорему о подобии (2.3.3), получаем это преобразование, графическое изображение которого дано на рис. 12 из [150].

3. Частный случай примера 2 для $a = \pi$. Вместо $\text{sinc } t$ иногда употребляется обозначение $\text{dif } t$ (от слова «дифракция»).

4. Из примера 1 с помощью двойного применения теоремы о временном сдвиге (см. раздел 2.3.4) и теоремы сложения (см. раздел 2.3.1) получаем данное преобразование.

5. Из примера 1 с помощью теоремы о частотном сдвиге (см. раздел 2.3.5) вытекает данное решение. При этом заметим, что неограниченная во времени функция $\cos \omega_0 t$ имеет линейчатый спектр с линиями на частотах ω_0 и $-\omega_0$ (пример 13, табл. 5), а усеченная косинусоида имеет неограниченный по частоте спектр, хотя и с максимумом в интервале от ω_0 до $-\omega_0$. На рис. 13, заимствованном из работы [677], изображена подобная рассмотренной функция с соответствующими коэффициентами Фурье, амплитудным и фазовым спектрами.

Номер при- мера	$f(t)$	$F(\omega)$
1	Прямоугольная функция: $\Pi(t) = \begin{cases} 1 & t \leq 1/2 \\ 0 & t > 1/2 \end{cases}$	$\frac{\sin(\omega/2)}{\omega/2} = \text{sinc} \frac{\omega}{2\pi}$
2	Ядро Фурье: $\frac{\sin at}{\pi t} = \frac{a}{\pi} \text{sinc} \frac{at}{\pi}$	$\Pi\left(\frac{\omega}{2a}\right)$
3	Функция фильтрации (интерпо- ляции) — синусный главный импульс: $\frac{\sin \pi t}{\pi t} = \text{sinc} t$	$\Pi\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)$
4	$\Pi(t - t_0) + \Pi(t + t_0)$	$2 \text{sinc} \frac{\omega}{2\pi} \cos \omega t_0$
5	$\Pi(t) \cos \omega_0 t$	$\frac{\sin [(\omega - \omega_0)/2]}{\omega - \omega_0} + \frac{\sin [(\omega + \omega_0)/2]}{\omega + \omega_0} =$ $= \frac{1}{2} \left(\text{sinc} \frac{\omega - \omega_0}{2\pi} + \text{sinc} \frac{\omega + \omega_0}{2\pi} \right)$
6	Треугольная функция: $\Lambda(t) = \begin{cases} 1 - t & t \leq 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases}$	$\text{sinc}^2 \frac{\omega}{2\pi}$
7	Ядро: $\text{sinc}^2 t$	$\Lambda\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)$
8	Знаковая функция: $\text{sgn} t = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases}$	$-\frac{2i}{\omega}$
9	Дельта-функция Дирака (им- пульс единичной площади): $\delta(t) = 0, \quad t \neq 0$ $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$	$1 [= u'(\omega)]$
10	$1 [= u'(t)]$	$2\pi \delta(\omega)$
11	$\delta(t - t_0)$	$e^{-i\omega t_0}$
12	$e^{i\omega_0 t}$	$2\pi \delta(\omega - \omega_0)$
13	$\cos \omega_0 t$	$\pi [\delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)]$
14	$\sin \omega_0 t$	$i\pi [\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)]$

Номер примера	$f(t)$	$F(\omega)$
15	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nt_0)$	$\frac{2\pi}{t_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2n\pi}{t_0}\right)$
16	Функция единичного скачка (Хевисайда): $u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$	$\pi \delta(\omega) - \frac{i}{\omega}$
17	$u(t) e^{i\omega_0 t}$	$\pi \delta(\omega - \omega_0) - \frac{i}{\omega - \omega_0}$
18	$u(t) \cos \omega_0 t$	$\frac{\pi}{2} [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] + \frac{i\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$
19	$u(t) \sin \omega_0 t$	$-\frac{i\pi}{2} [\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)] + \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}$
20	$u(t) \Lambda(2t)$	$\frac{1}{4} \left[\frac{\sin(\omega/4)}{\omega/4} \right]^2 - \frac{i}{\omega} \left[1 - \frac{\sin(\omega/2)}{\omega/2} \right] = \frac{1}{4} \text{sinc}^2 \frac{\omega}{4\pi} - \frac{i}{\omega} \left(1 - \text{sinc} \frac{\omega}{2\pi} \right)$
21	$ t $	$-2/\omega^2$
22	$1/t$	$-i\pi \text{sgn } \omega$
23	$u(t)$	$(a - i\omega)/(a^2 + \omega^2)$
24	Функция Лапласа: $e^{-a t }$	$\frac{2a}{a^2 + \omega^2}$
25	Функция Гаусса: e^{-at^2}	$\sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\omega^2/4a}$
26	te^{-at^2}	$-\frac{i\omega}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\omega^2/4a}$
27	Функция Берляге: $u(t) te^{-at} \sin \omega_0 t$	$\frac{2\omega_0 (a + i\omega)}{[(a + i\omega)^2 + \omega_0^2]^2}$

6. Получается простым интегрированием. Треугольная функция определена только на интервале $-1 \leq t \leq 1$; с ним совпадает и интервал интегрирования.

7. Из примера 6 на основании теоремы о симметрии (2.3.2) и теоремы о подобии (2.3.3) получаем это преобразование.

8. Вычисляя преобразование функции $\operatorname{sgn} t$ обычным интегрированием, получаем неопределенный интеграл, которого не существует:

$$\int_0^{\infty} \sin \omega t \, dt.$$

Однако, истолкованный как распределение, он выражается через (49).

9. Непосредственно с помощью следующей формулы, действительной для $\delta(t)$, получаем

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) f(t) \, dt = f(0). \quad (51)$$

В преобразовании Фурье $f(t) = e^{-i\omega t}$ и $f(0) = 1$. Независимое распределение энергии характерно для б е л о г о ш у м а. Применяя теорему о производной (2.3.6) к паре $\delta(t) \leftrightarrow 1$, получаем $\delta'(t) \leftrightarrow i\omega$ или в общем случае

$$\delta^{(n)}(t) \leftrightarrow (i\omega)^{(n)}. \quad (52)$$

10. Из примера 9 с помощью теоремы о симметрии (см. раздел 2.3.2) следует

$$2\pi\delta(\omega) = \delta(\omega/2\pi)$$

или в общем случае

$$\delta(a\omega) = (1/|a|)\delta(\omega).$$

11. Из примера 9 с помощью теоремы о временном сдвиге (см. раздел 2.3.4) вытекает данное решение.

12. Из примера 9 с помощью теоремы о частотном сдвиге (см. раздел 2.3.5) следует это решение. При этом преобразование функции e^{iat} находится непосредственно как частный случай.

13 и 14. Получаются из примера 10 с помощью теорем модуляции (см. раздел 2.3.5).

Для проверки, объединив примеры 13 и 14, получаем пример 12. Преобразования функций $\cos \pi t$ и $\sin \pi t$ находятся как частный случай.

15. Данное преобразование — бесконечная последовательность единичных импульсов, следующих друг за другом с интервалом t_0 (n — целое число). Сравнительно простой способ нахождения преобразования этой функции заключается в том, чтобы сначала разложить $f(t)$ в ряд Фурье, используя (13):

$$f(t) = \frac{1}{t_0} + \frac{2}{t_0} \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{2n\pi t}{t_0}. \quad (53)$$

Преобразование этого выражения находится из примеров 10 (первый член) и 13 (сумма) с помощью теоремы сложения (2.3.1). Таким образом, так называемая гребенка Дирака преобразуется в гребенку, т. е. в бесконечную последовательность импульсов, каждый из которых имеет амплитудный множитель,

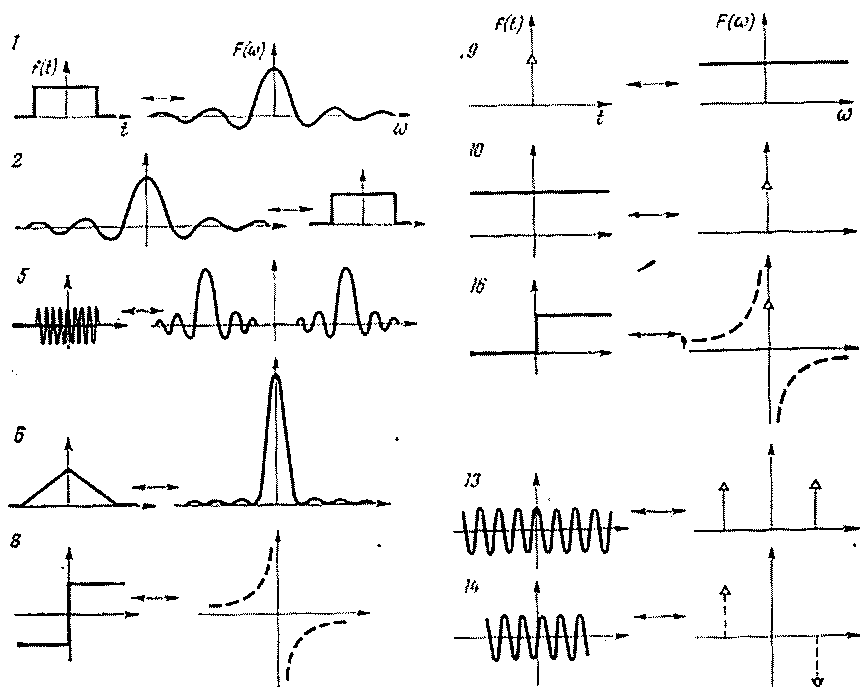


Рис. 11. Схематическое изображение преобразований Фурье некоторых временных функций, заданных аналитически (номера соответствуют номерам примеров в табл. 5 [1126].

1 — действительные части, 2 — мнимые

равный $2\pi/t_0$, и следует один за другим с интервалом $2\pi/t_0$ по оси частот. В качестве упражнения попытайтесь решить пример 15, используя пример II.

16. Учítывая, что $u(t)$ может быть записана в виде

$$u(t) = 1/2 + 1/2 \operatorname{sgn} t, \quad (54)$$

используем примеры 8 и 10, а также теорему сложения (2.3.1). Кроме того, можно просто проинтегрировать функцию $u(t)$. В этом случае к полученным интегралам с бесконечным пределом следует применить соотношение (49). Можно привести простое соотношение, существующее между функциями $\Pi(t)$ и $u(t)$:

$$\Pi(t) = u(t + 1/2) - u(t - 1/2). \quad (55)$$

Видоизменив правую часть этого выражения с помощью теоремы о временном сдвиге (2.3.4), снова получим преобразование функции $\Pi(t)$, как в примере 1. Интересно также установить связь между формулами примеров 16 и 9. Известно, что $\delta(t) = u'(t)$. Применяя теорему о производной (см. раздел 2.3.6) к формуле примера 16, имеем

$$\delta(t) = u'(t) \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow i\omega |\pi\delta(\omega) - i/\omega| = 1$$

в полном согласии с примером 9.

17. Из примера 16 с помощью теоремы о частотном сдвиге получаем данное преобразование.

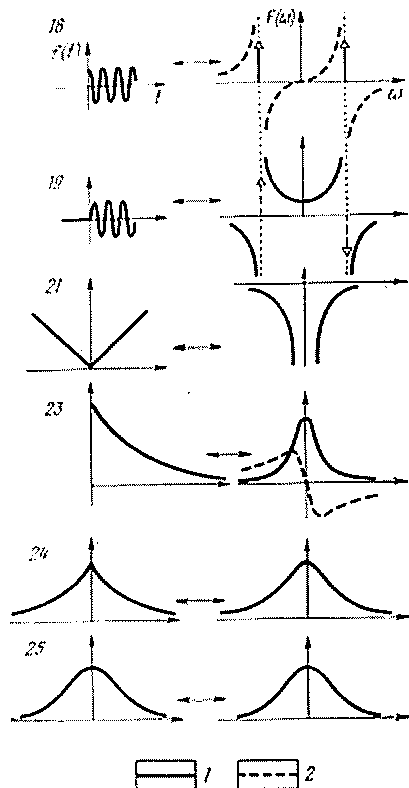
18 и 19. Получаются из примера 16 с помощью теорем модуляции (см. раздел 2.3.5). Для контроля можно получить пример 17, объединив 18 и 19.

20. Прямым интегрированием, учитывая, что подынтегральное выражение отлично от нуля только в интервале $0 < t < 1/2$, получаем решение.

21. Преобразование функции $|t|$ можно получить, приравняв интеграл [1126]

$$|t| = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \omega t}{\omega^2} d\omega \quad (56)$$

формуле обратного преобразования функции $f(t)$ и учи-



тывая, что функция $F(\omega)$ действительная и четная, когда $|t|$ вещественная и четная.

22. Получается простым интегрированием функции $1/t$ с использованием следующей интегральной формулы:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin \omega t}{t} dt = \begin{cases} \pi/2 & \text{при } \omega > 0 \\ 0 & \text{при } \omega = 0. \\ -\pi/2 & \text{при } \omega < 0 \end{cases} \quad (57)$$

Р. Брейсвелл [274] решает эту задачу интегрированием по контуру в комплексной t -плоскости. Этот результат получается также из примера 8 с помощью теоремы о симметрии (см. раздел 2.3.2).

23. Получается простым интегрированием. Отметим, что интегрировать достаточно только в пределах от 0 до $+\infty$, поскольку для $t < 0$ функция не определена.

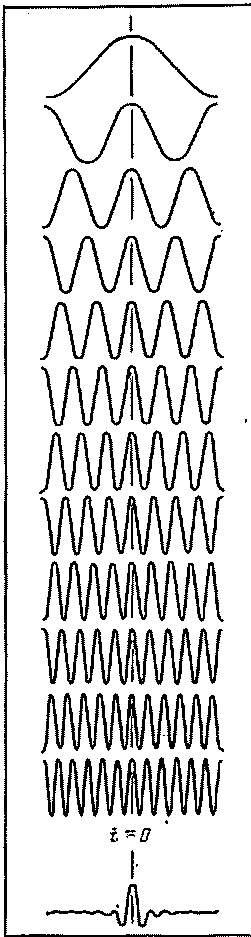
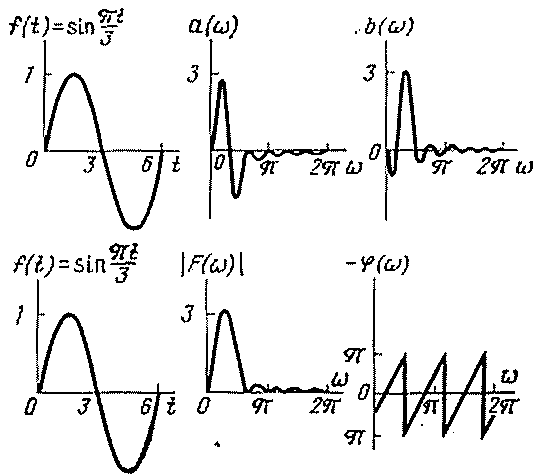


Рис. 12. Приближенный синтез волнового импульса, имеющего прямоугольный амплитудный спектр и нулевой фазовый спектр [150].

Более точно сумме бесконечно большого числа косинусов единичной амплитуды и с частотами от нуля до граничной $\omega = a$ соответствует синк-функция

Рис. 13. Косинусное и синусное Фурье-преобразования, амплитудный и фазовый спектры одного периода синусоиды [677]



24. Запишем функцию Лапласа в виде

$$e^{-a|t|} = e^{-at} u(t) + e^{at} u(-t).$$

Преобразование первого члена дано в примере 23. Преобразование второго члена выражения найдем из примера 23 путем замены $-t$ на t и используя теорему о симметрии (см. раздел 2.3.2) в виде $f(-t) \leftrightarrow F(-\omega)$. Результат получается непосредственно из теоремы сложения (см. раздел 2.3.1).

25. Прямым интегрированием функции e^{-at^2} с использованием интегральной формулы получаем

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-at^2} dt = \sqrt{\pi/a}. \quad (58)$$

Функция Гаусса обычно записывается в виде

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2\sigma^2}, \quad (59)$$

где σ — среднее квадратическое отклонение, а математическое ожидание предполагается равным нулю. Преобразование Фурье функции (59), найденное тем же способом, равно

$$e^{-\sigma^2\omega^2/2}.$$

В этой книге мы будем придерживаться простой формы записи функции $f(t) = e^{-at^2}$, где $a = 1/2\sigma^2$. Выражения, получаемые из e^{-at^2} , можно легко записать в виде (59). Преобразование функции $e^{-\pi t^2}$ получается как частный случай, при $a = \pi$. Очевидно, что преобразование кривой Гаусса — также гауссова кривая.

26. Получается простым интегрированием по схеме пункта 23.

27. Сначала следует найти преобразование функции te^{-at} , что можно выполнить простым интегрированием, а затем применить теорему модуляции (см. раздел 2.3.5).

2.4.4. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ ПО ПРЕОБРАЗОВАНИЯМ ФУРЬЕ

В дополнение к указаниям по решению задач раздела 2.4.3 следует отметить, что ко многим из этих примеров применимы теоремы раздела 2.3. Например, теорему о производной (см. раздел 2.3.6) удобно применять в тех случаях, когда одна функция времени является производной другой: пары примеров 13—14, 18—19 и 25—26. В примерах 18—19 следует использовать соотношение $u'(t) = \delta(t)$. Иногда преобразование функции не очевидно, тогда как преобразования некоторых ее производных получаются довольно легко. В таких случаях рекомендуется сначала найти производную данной функции, затем найти преобразование этой производной и, наконец, используя теорему о производной (2.3.6), перейти к преобразованию исходной функции. Пример из гравиметрии дан в [1296]. Эта схема вычислений обычно применима ко всем теоремам раздела 2.3. В качестве дополнительного упражнения предлагается разделить выражения для $F(\omega)$ из табл. 5 на амплитудные и фазовые спектры в соответствии с табл. 3.

Взаимно-обратная природа функций $f(t)$ и $F(\omega)$ для двух наиболее крайних случаев (примеры 9 и 10) и одного промежуточного случая (пример 25) поясняется рис. 14. Функция, имеющая один и тот же вид в обеих областях представления, т. е. подобная функции Гаусса, называется **в о з в р а т н о й**. Рис. 14 поясняет также связь между пределами интегрирования в двух областях

представления: пример 10 — бесконечные по t и конечные по ω , пример 25 — бесконечные по t и бесконечные по ω , пример 9 — конечные по t и бесконечные по ω . Невозможно иметь одновременно конечные пределы по t и по ω . Эти соотношения приведены в табл. 6.

Особенно поучительно сравнить вид функции $F(\omega)$ для трех случаев, содержащих $\cos \omega_0 t$.

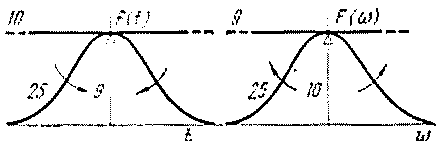


Рис. 14. Графическое представление взаимно-обратного соответствия функций $f(t)$ и $F(\omega)$.

Цифрами обозначены номера примеров из табл. 5

Пример 5 с ограниченной косинусоидой: функция $F(\omega)$ представляет собой бесконечный сплошной спектр.

Пример 13 с бесконечной в обе стороны косинусоидой: функция $F(\omega)$ представляет собой ограниченный линейчатый спектр.

Пример 18 с бесконечной в одну сторону косинусоидой: функция $F(\omega)$ представляет собой комбинацию бесконечного, непрерывного спектра и ограниченного линейчатого спектра.

Чисто линейчатый спектр, соответствующий разложению в ряд Фурье, существует только у строго периодических функций. Во всех других случаях «краевые эффекты» временных функций приводят к возникновению полосовых спектров.

Т а б л и ц а 6

Зависимость между интервалами интегрирования функций $f(t)$ и $F(\omega)$ таблицы 5

$F(\omega)$	$f(t)$	
	Бесконечные	Конечные
Бесконечные: полосовой спектр линейчатый спектр	8, 16—19 ¹ , 21—27 15	1, 4—6, 9, 11, 20 Нет ²
Конечные: полосовой спектр линейчатый спектр	2, 3, 7 10, 12—14, 16—19 ¹ ,	Нет ² Нет ²

¹ С одним бесконечным пределом.

² Подобные случаи невозможны.

Следует также отметить, что если $F(\omega)$ имеет крутой срез, то частота функции $f(t)$ равна частоте среза функции $F(\omega)$. К этому правилу относятся примеры 2, 3, 7, 10, 12—14. Напротив, если функция $f(t)$ имеет крутой срез на каком-то времени, то соответствующая функция $F(\omega)$ обладает периодичностью, равной значению среза во временной области. К этому правилу относятся примеры 1, 4—6, 9, 11 и 20.

Практически при обработке всех видов наблюдаемых данных имеет место случай сочетания конечного диапазона по t с бесконечным диапазоном по ω . Но спектр (опять же из практических соображений) можно изобразить только в ограниченном интервале ω , соответствующем наиболее значимой части спектра.

Соответственно с рис. 11 хотелось бы обратить внимание еще на один момент, облегчающий мышление в области двумерного представления. Без знания связи этих двух областей легко сделать ошибочное предположение о том, что временной функции в виде единичного импульса (пример 9) будет соответствовать скачок в частотной области. Напротив, единичному импульсу во временном представлении соответствует равномерный бесконечный спектр. Это становится ясным из рассмотрения рис. 12. Чтобы создать резкий импульс во временной области, необходимо добавить косинусоиды с частотами от 0 до ∞ . Обратная связь наблюдается в примере 10. Это означает, что узкий спектр $F(\omega)$ с центром на $\omega = 0$ соответствует длительному действию источника, а широкий спектр — кратковременному действию источника. Эту взаимосвязь важно иметь в виду при истолковании спектров.

2.5. МНОГОМЕРНЫЕ РЯДЫ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

2.5.1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ МНОГОМЕРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ

Теоретические разработки данной главы касались одномерных рядов и преобразований Фурье во временной и частотной областях, как наиболее важных для геофизических приложений. Однако легко эту теорию распространить на любое число измерений, причем как для рядов, так и для преобразований Фурье.

Например, разложение в двумерный ряд Фурье с пространственными координатами x и y достигается расширением выражения (1):

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx).$$

В этом случае все величины $f(x)$, a_0 , a_n , b_n , соответствующие одной линии $y = \text{const}$, также являются функциями y :

$$\hat{f}(x, y) = a_0(y) + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n(y) \cos nx + b_n(y) \sin nx].$$

Функции $a_0(y)$, $a_i(y)$ и $b_i(y)$ можно разложить в ряд Фурье относительно y в соответствии с (1), и результирующая формула запишется в виде

$$f(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (a_{mn} \cos mx \cos ny + b_{mn} \cos mx \sin ny + c_{mn} \sin mx \cos ny + d_{mn} \sin mx \sin ny), \quad (60)$$

где a_{mn} , b_{mn} , c_{mn} , d_{mn} — постоянные. Заметим, что расширением суммирования до $m = 0$, $n = 0$ в сумму включаются постоянный член и члены с одиночными функциями косинуса или синуса. Уравнение (60) представляет собой разложение функции $f(x, y)$ в двумерный ряд Фурье.

Такие разложения нашли применение при обработке двумерных гравиметровых и геомагнитных полей [577, 1016, 1017, 1048, 1127, 1445] и при обработке данных ГСЗ по изучению земной коры и верхней мантии [1188].

Среди гармонических разложений заслуживают особого внимания разложения по сферическим функциям, так как они чрезвычайно удобны при изучении геофизических явлений глобального характера. Они являются простым средством для выражения распределения данной функции по сферической поверхности [356]. Математическое описание сферических функций содержится в учебниках по прикладной математике. Сферические функции являются комбинациями синусно-косинусных функций и функций Лежандра, причем зависимость по долготе определяется рядом Фурье, а по широте — функциями Лежандра:

$$f(\varepsilon, \delta) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n (A_n^{(m)} \cos m\varepsilon + B_n^{(m)} \sin m\varepsilon) P_n^{(m)}(\cos \delta), \quad (61)$$

где ε — долгота, δ — дополнение широты до 90° , а функция $P_n^{(m)}(\cos \delta)$ — соответствующий полином Лежандра первого рода степени n и порядка m . В ранних исследованиях, до появления ЭВМ, обычно вначале выполняли гармонический анализ для каждой широты [1470], а затем находили широтные функции Лежандра, удовлетворяющие результатам гармонического анализа. В более поздних исследованиях предпринимались попытки прямого определения зависимости по осредненным или точечным значениям изучаемой величины с использованием метода наименьших квадратов. Применение сферических функций для обработки геофизических полей дано в разделе 2.5.4. В случае разложений по сферическим функциям возможна и четырехмерная зависимость (61), если положить, что коэффициенты этого соотношения зависят от глубины z и времени: $A_n^{(m)}(z, t)$, $B_n^{(m)}(z, t)$, т. е. функция примет вид $f(\varepsilon, \delta, z, t)$.

Выражения для трехмерного преобразования Фурье имеют вид:

$$F(k_x, k_y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, t) e^{-i(k_x x + k_y y + \omega t)} dx dy dt, \quad (62)$$

$$f(x, y, t) = 1/(2\pi)^3 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(k_x, k_y, \omega) e^{i(k_x x + k_y y + \omega t)} dk_x dk_y d\omega,$$

где k_x и k_y — волновые числа по двум пространственным направлениям x и y . Вводя пространственно-временной вектор $X(x, y, t)$ и вектор волнового числа и частоты $\Omega(k_x, k_y, \omega)$, можно записать (62) также и в векторной форме:

$$F(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(X) e^{-i\Omega X} dX, \quad (63)$$

$$f(X) = 1/(2\pi)^3 \int_{-\infty}^{\infty} F(\Omega) e^{i\Omega X} d\Omega,$$

Нет необходимости преобразовывать все переменные сразу. Например, из (62) можно предложить два варианта частичных преобразований.

Только временно-частотное преобразование:

$$F(x, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, t) e^{-i\omega t} dt. \quad (64)$$

Только пространственно-волночисловое преобразование:

$$F(k_x, k_y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, t) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy. \quad (65)$$

Естественно, подобные частичные преобразования имеют место и в случае обратного преобразования (62).

Приведенные выше формулы легко обобщаются на любое число параметров, только не следует упускать из виду множитель $1/(2\pi)^n$ в правой части формулы обратного преобразования, где n — число параметров. Уравнения (62) находят применение в геофизике особенно при площадных схемах наблюдений, когда изучают поле не только во времени, но и в пространстве (x, y) . Примеры этого можно найти в [553]. Все теоремы, приведенные в этой главе, сравнительно легко распространяются на многомерные преобразования Фурье.

Заметим, что при двумерном преобразовании геометрические формы в волночисловой области оказываются повернутыми на 90° относительно геометрических форм в пространственной области. Пояснить самым простым способом это замечание можно с помощью вертикальной плоскости единичной высоты, расположенной вдоль оси x . Вдоль оси x плоскость преобразуется в δ -функцию (пример 10

из раздела 2.4.3). Вдоль оси y заданная геометрическая форма представляет собой δ -функцию, которая преобразуется в плоскость в волночисловой области (пример 9 из раздела 2.4.3). Как показано на рис. 15, геометрическая форма кажется повернутой на 90° . Эти рассуждения с соответствующими уточнениями можно распространить и на более сложные геометрические формы.

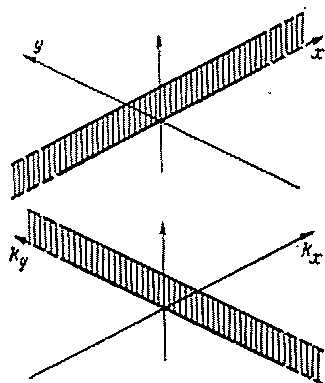


Рис. 15. Поворот на 90° геометрической формы в двумерном волночисловом представлении относительно пространственного представления

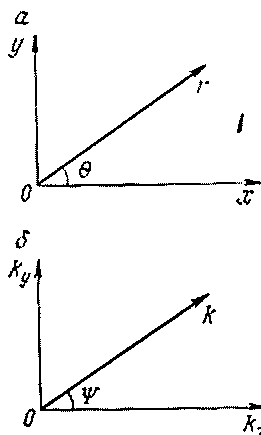


Рис. 16. Координаты, используемые в случае двумерной круговой симметрии.
 $a - x = r \cos \theta, y = r \sin \theta; b - k_x = k \cos \psi, k_y = k \sin \psi$

2.5.2. КРУГОВАЯ СИММЕТРИЯ — ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГАНКЕЛЯ

Особый интерес представляет двумерное пространство с круговой симметрией. В этом случае преобразования Фурье эквивалентны преобразованию Ганкеля [193, 274]. Это легко показать следующим образом. С учетом рис. 16 имеем

$$F(k_x, k_y) = F(k, \psi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy =$$

$$= \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} f(r) e^{-i k r (\cos \psi \cos \theta + \sin \psi \sin \theta)} r dr d\theta =$$

(в силу круговой симметрии)

$$= \int_0^{\infty} r f(r) dr \int_0^{2\pi} e^{-i k r \cos(\theta - \psi)} d\theta = 2\pi \int_0^{\infty} r f(r) J_0(kr) dr,$$

где

$$\int_0^{2\pi} e^{-i k r \cos(\theta - \psi)} d\theta = 2\pi J_0(kr),$$

а $J_0(kr)$ — функция Бесселя нулевого порядка. Это преобразование называется преобразованием Ганкеля нулевого порядка [193] или спектром Ганкеля [623]. Прямое и обратное преобразования Ганкеля имеют вид

$$F(k) = 2\pi \int_0^{\infty} r f(r) J_0(kr) dr, \quad (66)$$

$$f(r) = 1/2\pi \int_0^{\infty} k F(k) J_0(kr) dk.$$

2.5.3. ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОМЕРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В ГЕОФИЗИКЕ

В последнее время обнаруживаются все новые возможности многомерного Фурье-анализа для решения многих задач. Приведем несколько примеров из геофизики.

1. Четырехмерный случай встречается, например, в метеорологии, когда объединяют измерения температуры по двум горизонтальным профилям (x, y) и одному вертикальному (z) и берут в качестве четвертой переменной время (t). То же самое наблюдается в случае любого изменяющегося во времени трехмерного распределения метеорологического или океанографического параметра. Еще один пример — наблюдения с помощью трехмерной сейсмологической установки. Четырехмерная зависимость в случае разложения по сферическим функциям рассмотрена в разделе 2.5.1.

2. Трехмерный случай встречается при изучении формы поверхности океана (x, y, t), изменяющейся под воздействием океанических поверхностных волн, зыби, океанических приливов, вариаций атмосферного давления, ветра и др. Те же переменные действуют при наблюдениях с помощью площадных сейсмологических установок. Еще один пример трехмерного случая (x, y, z) — распределение физических параметров внутри Земли. При этом с помощью переменных x и y допускается существование горизонтальной неоднородности распределения, но исключается t из числа переменных параметров в предположении стационарности условий. В том случае, когда наблюдения охватывают большие площади или объемы, более удобно использование не прямоугольной, а других систем координат, особенно сферической.

3. Двумерный случай (x, t) представлен любой записью во времени, выполняемой по профилю в направлении x . Сюда относятся линейные графики всех видов измерений, например, линейные сейсмологические приемные схемы или линейные графики температурных измерений. Площадной двумерный случай (x, y) представлен рельефом Земли, когда z и t не учитываются. Здесь опять удобнее использовать сферические функции, особенно в тех

случаях, когда изучаются большие участки земной поверхности. Двумерное преобразование $f(x, y) \leftrightarrow F(k_x, k_y)$ очень широко используется в сейсмологии (при обработке групповых записей), в океанографии (изучение океанических поверхностных волн), при исследовании гравитационного и геомагнитного полей, о чем будет идти речь в последующих главах. В результате применения частичного преобразования к паре $f(x, t) \leftrightarrow F(x, \omega)$ можно изобразить функцию $F(x, \omega)$ с помощью изолиний в прямоугольной системе координат, где в качестве осей взяты расстояние x и частота ω . Этот способ был использован в [1530] при изучении скоростей смещения частиц среды в волнах P и S.

4. Одномерный случай (t) встречается наиболее часто и представляет собой любую запись во времени, полученную в данной точке, например, сейсмограмму, термограмму и т. п. В пространстве (z) примером является вертикальное распределение физических свойств внутри Земли в предположении отсутствия горизонтальных неоднородностей и временной стационарности распределения. Хотя с математической точки зрения выражение вертикальных изменений скорости распространения упругих волн в виде волночислового спектра $V(k_z)$ — совершенно нормальная операция, пользы от такого представления, по всей вероятности, было бы очень мало.

5. Нуль-мерный случай представлен постоянными, например временем (t) в данной точке или в пространстве (x, y, z) плоской стационарной поверхностью.

Хотя приведенные примеры взяты из геофизических дисциплин, этим они не ограничиваются; можно привести примеры почти из любой отрасли науки или из повседневной жизни. В действительности все можно выразить в виде спектра и образовать один образ путем трансформации другого образа.

2.5.4. ПРИМЕНЕНИЕ СФЕРИЧЕСКИХ ГАРМОНИК В ГЕОФИЗИКЕ

Для изучения любого явления глобального характера требуется привлечение сферических гармоник. Приведем несколько примеров из геофизики.

1. Гравиметрия [633, 791—794] и все виды приливных явлений.

2. Топография [633, 883], распределение материков и океанов [1493], тектоника [389, 390] и крупномасштабные деформации земной коры.

3. Геомагнетизм [356, 501, 956], палеомагнетизм [1568]. В работе [934] показано, что разложение до шестого порядка для сферической Земли объединяет компактность представления с достаточной точностью.

4. Тепловой поток Земли [622, 881, 884] и конвекционные токи внутри Земли.

5. Свободные колебания Земли.

6. Глобальные исследования в метеорологии: в работе [483] разработан и использован при обработке метеорологических данных в масштабе полушарий метод сферических функций, предполагающий наличие асимметрии между северным и южным полушариями; в работе [480] использован метод сферических функций при изучении схемы ветров над северным полушарием.

7. Изучение взаимосвязи между различными типами глобальных распределений. Решение этой задачи было предпринято в [157 и 1422]. Были прокоррелированы значения коэффициентов разложений по сферическим функциям данных о тепловом потоке, о скоростях распространения волн Р в земной коре и телесейсмических разностях времени, о мощности земной коры, о рельефе земной поверхности, о гравитационном потенциале и о магнитном поле. Детальный анализ все еще невозможен из-за недостатка данных. Кроме того, многочисленные дополнительные эффекты требуют применения способов корреляции.

2.5.5. ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ К ОБРАБОТКЕ ГРУППОВЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Для любого частного случая можно легко записать выражения для прямого и обратного преобразований Фурье, основываясь на обобщенных уравнениях (62). Рассмотрим пример использования двумерных групповых станций наблюдения:

$$F(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy, \quad (67)$$

или то же в векторной форме:

$$F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(r) e^{-ikr} dr. \quad (68)$$

Отождествив функции $f(x, y) = f(r)$ с весовым коэффициентом w_{js} для данной комбинации элементов группы $r = r_j - r_s$, получим

$$F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} w_{js} e^{-ik(r_j - r_s)} dr, \quad (69)$$

или в случае дискретного суммирования по конечному числу элементов N :

$$F(k) = \sum_{j=1}^N \sum_{s=1}^N w_{js} e^{-ik(r_j - r_s)}. \quad (70)$$

В результате получено выражение для двумерного спектрального окна рассматриваемой приемной группы

[619] и [179, 623]. В частном случае линейной равномерной группы спектральное окно принимает вид

$$F(k) = \sum_{j=1}^N \omega_{jj} + 2 \sum_{j,s=1}^N \omega_{js} \cos k(j-s) \quad (71)$$

на основании выражения (70). Во второй сумме $j \neq s$, а $\omega_{js} = \omega_{sj}$. Уравнение (71) можно упростить:

$$F(k) = 2\omega_0 + 2 \sum_{m=1}^M \omega_m \cos km = 2 \sum_{m=0}^M \omega_m \cos km, \quad (72)$$

где

$$\left. \begin{aligned} 2\omega_0 &= \sum_{j=1}^N \omega_{jj} - \text{константа,} \\ m &= (j-1)N - \frac{1}{2}j(j+1) + s, \\ M &= N(N-1)/2. \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

M — число элементов в так называемой д о п о л н и т е л ь н о й г р у п п е. Правильность соотношения (73) проще всего доказывается методом индукции. Краткое, но ясное, изложение теории линейных групп с одинаковыми весовыми коэффициентами можно найти в [1092]. Дальнейшее рассмотрение в приложении к двумерной пространственной фильтрации будет выполнено в разделах 6.4.2 и 10.2.2.

Один из примеров применения преобразований Фурье к обработке групповых наблюдений изображен на рис. 17. Здесь изолинии отображают поведение плотности энергетического спектра релейской волны $E(k) = |F(k)|^2$ на частоте 0,05 Гц (или периода в 20 с) с k_x и k_y в качестве координат. Вектор, проведенный на таких диаграммах из начала координат до любой точки, позволяет вычислить для заданной частоты направление подхода волны:

волновое число

$$k = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}, \quad (74)$$

направление подхода

$$\text{tg}^{-1}(k_y/k_x).$$

Эта методика была значительно усовершенствована Дж. Кейпоном [334] и использована при обработке данных, полученных с помощью сейсмической приемной группы с большой апертурой в штате Монтана, США. Используя различные оптимальные полосы пропускания по волновому числу (см. раздел 4.4) для различных волновых чисел, он добился лучшего разрешения и, как следствие, более точного определения направления подхода.

Изложенный способ обработки позволил разделить поверхностные волны от одного источника, но распространяющиеся по

различным направлениям, а также интерферирующие поверхностные волны от различных источников [336, 337]. Этот же способ, естественно, применим и к групповым данным иного характера, например, к записям микробарографов [929] или регистраторов океанических волн. Родственный групповой способ, пригодный для обнаружения слабых сигналов на фоне шумов, разра-

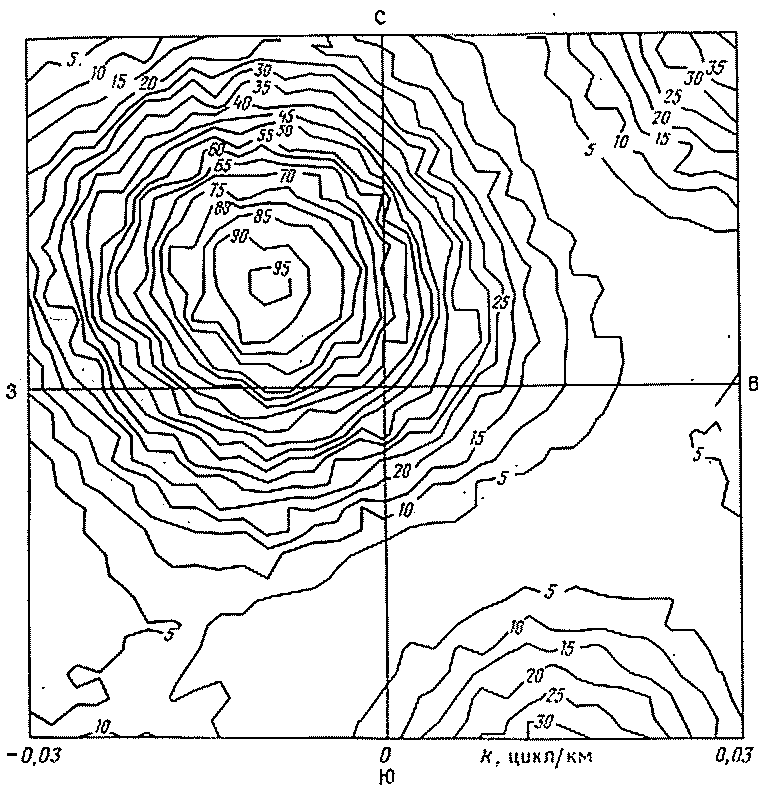


Рис. 17. Волночисловой спектр энергии волны Релея на частоте 0,05 Гц от землетрясения на Курильских островах 12 ноября 1966 г.

Волна наблюдалась с помощью станции LISA в штате Монтана, США [339]

ботан И. Помантье и Р. Германом [1169]. Разработку отдельных вопросов можно найти в [176, 178, 553, 619, 703].

Часто графики такого же типа используются для определения фазовой скорости: $c = \omega/k$, соответствующей максимальной энергии E . Однако, как указано в [1328], такой прием может приводить к ошибкам. Максимуму энергии $E(k_x, k_y, \omega)$ должно соответствовать выполнение следующих условий:

$$\partial E / \partial k_x = \partial E / \partial k_y = \partial E / \partial \omega = 0. \quad (75)$$

Для графика с k_x и k_y в качестве осей координат и постоянной ω (см. рис. 17) первые две производные могут обратиться в нуль, но это не гарантирует выполнения условия $\partial E/\partial \omega = 0$, которое необходимо для правильного определения фазовой скорости. Следовательно, более правильная схема вычислений имеет вид:

- 1) по графику $E(k_x, k_y)$ для заданной частоты ω определяется азимут прихода волны;

- 2) по графику $E(\omega, k)$, где k — полное волновое число, определяется фазовая скорость.

В [1328] предложена несколько видоизмененная и более простая схема вычисления фазовой скорости.

Близкий, хотя и отличный от рассмотренного, способ анализа групповых данных — способ скоростных спектров, заключающийся в построении диаграммы энергии на плоскости с координатами приращения $dt/d\Delta$ и времени T . Такие диаграммы называются скоростными спектрами, так как на них энергия изображается в зависимости от скорости (при этом «спектр» понимается в широком смысле). Этот способ оказался эффективным при разделении кратных близко следующих друг за другом объемных волн с различными кажущимися скоростями [419].

К настоящему времени теории и практике группирования посвящено много работ как опубликованных, так и фондовых в виде отчетов институтов. Эти труды заслуживают обобщения в отдельной книге. В данной книге вопросы группирования будут упоминаться только в связи со спектральными разработками. Теория группирования и спектральный анализ являются двумя параллельными, частично перекрывающимися областями исследования, но в общем преследующими различные цели. Спектральный анализ — один из методов, используемых при обработке групповых данных. Хотя группирование используется практически во всех областях геофизики, все же в современной литературе преобладают исследования, посвященные одиночным сейсмографным приемным системам. Автор выражает надежду, что его книга облегчит читателю знакомство с литературой по группированию. В большинстве этих работ описываются специальные приемные установки. Но в то же время показано, что данные, полученные с помощью обычной сети сейсмических станций, также могут обрабатываться способами, разработанными для группирования станций, например, в Скандинавии [686, 718, 1509]. В других районах с более изменчивым геологическим строением, особенно при наличии изменчивого осадочного чехла, использование подобных групп станций не дает результата.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ И ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА СПЕКТРОВ НАБЛЮДЕННЫХ ДАННЫХ

В этой главе мы постепенно перейдем от спектрального анализа функций, заданных аналитически, к спектральному анализу эмпирических данных. Последний занимает главное место в приложении спектрального анализа к геофизическим данным. Нет сомнения, что книга Р. Б. Блэкмана и Дж. Тьюки [247] явилась крупной вехой в развитии этой области науки. Разработав методы вычисления энергетических спектров с помощью ЭВМ, эти ученые способствовали бурному развитию прикладных задач, связанных с применением спектральных методов в геофизике. Их методы доминировали в геофизической спектроскопии на протяжении почти десятилетия после появления этой книги. Лишь с середины 60-х годов они постепенно уступили место более эффективным в вычислительном отношении методам, известным под названием быстрого преобразования Фурье (БПФ). В данной главе будут рассмотрены корреляционные функции и энергетические спектры, которые все еще имеют очень большое значение в геофизике, а быстрое преобразование Фурье будет изложено в разделе 4.6.3. В конце главы будут рассмотрены наиболее типичные сигналы, наблюдаемые в геофизике, а также некоторые альтернативы и расширения введенных спектральных концепций с точки зрения их значимости для геофизики.

3.1. КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ

3.1.1. ФУНКЦИЯ АВТОКОРРЕЛЯЦИИ

В этом разделе мы ограничимся рассмотрением в основном вещественных функций времени $f(t)$ как единственных функций, представляющих геофизический интерес. Функция автокорреляции определяется следующим образом:

$$C_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_1(t + \tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_1(t - \tau) dt. \quad (1)$$

Простой подстановкой находим, что функция автокорреляции является четной функцией: $C_{11}(\tau) = C_{11}(-\tau)$. Она имеет максимум при $\tau = 0$.

Так как введенный выше интеграл имеет бесконечные пределы, может возникнуть вопрос: при каких условиях этот интеграл будет иметь конечные значения? Не вдаваясь в исчерпывающий анализ этого вопроса, перечислим следующие практические правила [функции $f(t)$ предполагаются конечными].

1. Для функций, заданных аналитически, пределы интегрирования конечны только в том случае, когда сами функции имеют ненулевые значения на ограниченном интервале изменения аргумента. В противном случае интегралы в выражении (1) будут ограничены, если подынтегральные функции достаточно быстро затухают в направлении к $\pm \infty$, иными словами, если выполняются условия Дирихле.

2. Для наблюдаемых данных интервал интегрирования всегда ограничен, так как диапазоны наблюдений всегда конечны.

В связи с этим следует заметить, что существуют и другие определения, использующие пределы определенных интегралов. Например, функцию автокорреляции можно определить как

$$C_{11}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f_1(t) f_1(t + \tau) dt. \quad (2)$$

Можно записать соответствующие формулы и для следующих величин. Для стационарных, т. е. статистически независимых от времени функций $f_1(t)$ средние величины, подобные (2), очевидно, не зависят от длины записи T . С чисто математической точки зрения, неопределенный интеграл в (1) соответствует пределу в (2) без множителя $1/T$ перед интегралом. Выражение (2) в пределе стремится к нулю для функции $f_1(t)$, удовлетворяющей условиям Дирихле. Однако на практике интегрирование всегда должно выполняться в ограниченном интервале T и, следовательно, выражение (2) представляет собой среднее произведения $f_1(t) f_1(t + \tau)$ на длине записи T . Умножение на $1/T$ является своего рода нормирующей процедурой, которая особенно необходима при сравнении рядов различной длины T . В таком случае выражение (2) имеет определенное значение, не зависящее от T , аналогично (1). И, наконец, нас интересуют только относительные показатели, но вычисленные способом, допускающим сравнение.

Функцию автокорреляции, определенную здесь для одномерной реализации, можно легко распространить на многомерные случаи. Например, двумерная пространственная автокорреляционная функция имеет вид

$$C_{11}(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x, y) f_1(x + \xi, y + \eta) dx dy. \quad (3)$$

Это выражение нашло применение в анализе геофизических, в частности геомагнитных карт (см. гл. 10). При изучении океанических

волн использовалась соответствующая пространственно-временная корреляционная функция [971]:

$$C_{11}(\xi, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x, t) f_1(x + \xi, t + \tau) dx dt. \quad (4)$$

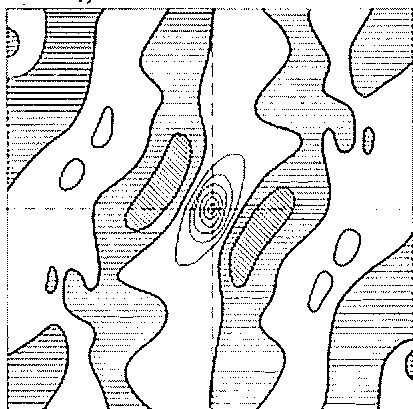
Аналогично условиям симметрии $C_{11}(\tau) = C_{11}(-\tau)$ в одномерном случае можно найти с помощью надлежащих подстановок соответствующие условия для двумерного случая (3):

$$C_{11}(\xi, \pm\eta) = C_{11}(-\xi, \mp\eta). \quad (5)$$

Соотношение (5) указывает на симметрию относительно начала координат в $\xi\eta$ -плоскости,

Рис. 18. Двумерная автокорреляционная функция поверхностных волн океана.

Обратите внимание на симметрию изолиний. Затрихованные участки соответствуют отрицательным значениям корреляционной функции [1063].



что эквивалентно кососимметрии относительно любой прямой, проходящей через начало координат. Отсюда следует, что достаточно знать значения функции $C_{11}(\xi, \eta)$ в любой из ξ, η -полуплоскостей (рис. 18).

3.1.2. ФУНКЦИЯ ВЗАИМНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ

Функция взаимной корреляции определяется следующим выражением:

$$C_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t + \tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t - \tau) f_2(t) dt. \quad (6)$$

То, что оба интеграла в (6) аналогичны, подтверждается простой подстановкой в одно из них. Это означает, что $C_{12}(\tau) = C_{21}(-\tau)$.

Обобщения функции взаимной корреляции (6) можно выполнить следующими путями.

1. В случае больше одного изменяющегося параметра обобщение аналогично выражению (3) в разделе 3.1.1 для функции автокорреляции.

2. В случае более двух исходных функций f_1 и f_2 функция взаимной корреляции играет важную роль, например, при изучении турбулентности [648]. Некоторые сведения по этому вопросу можно найти в разделе 3.6.4.

Функции автокорреляции и взаимной корреляции используются при вычислении энергетических спектров (см. раздел 3.3) и для обнаружения слабых сигналов на фоне помех.

3.2. СВЕРТКА

3.2.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СВЕРТКИ

Понятие свертки будет широко использоваться в последующих главах, особенно при описании различных процессов фильтрации (см. гл. 6). Здесь оно вводится частично вследствие формального сходства свертки с функцией взаимной корреляции. Свертка определяется следующим образом:

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t - \tau) f_2(\tau) d\tau \quad (7)$$

или

$$f_1(\tau) * f_2(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(\tau - t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau - t) f_2(t) dt. \quad (8)$$

Правые части, полученные подстановкой $t - \tau$ вместо τ в первом выражении и $\tau - t$ вместо t во втором, характеризуют действие коммутативного закона. Легко также показать, что операция свертки подчиняется закону сочетания и распределения. Интеграл, выражающий свертку, соответствует и интегралу Дюамеля [193]. Хотя данное определение свертки наиболее употребительно, иногда можно встретить несколько отличные формулировки [864].

Объединяя формулы для функций корреляции (1) и (6) и свертки (8), находим (e — четная, o — нечетная):

$$\left. \begin{aligned} C_{11}(\tau) &= C_{11}(-\tau) = f_1(\tau) * f_1(-\tau), \\ C_{12}(\tau) &= C_{21}(-\tau) = f_1(-\tau) * f_2(\tau) = [f_{1e}(\tau) - f_{1o}(\tau)] * f_2(\tau), \\ C_{12}(-\tau) &= C_{21}(\tau) = f_1(\tau) * f_2(-\tau) = f_1(\tau) * [f_{2e}(\tau) - f_{2o}(\tau)]. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Как и функции корреляции, свертку тоже можно распространить на многомерный случай.

3.2.2. ТЕОРЕМА СВЕРТКИ

Если $f_1(t) \leftrightarrow F_1(\omega)$ и $f_2(t) \leftrightarrow F_2(\omega)$, то $f_1(t) \cdot f_2(t) \leftrightarrow 1/2\pi \cdot F_1(\omega) * F_2(\omega)$ и $f_1(t) * f_2(t) \leftrightarrow F_1(\omega) \cdot F_2(\omega)$.

Доказательство. Преобразование Фурье произведения

$f_1(t) \cdot f_2(t)$ согласно уравнению (20) раздела 2.2.2 имеет вид

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t) e^{-i\omega t} dt &= \int_{-\infty}^{\infty} f_2(t) e^{-i\omega t} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(\lambda) e^{i\lambda t} d\lambda \right] dt = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(\lambda) d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} f_2(t) e^{-i(\omega-\lambda)t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(\lambda) F_2(\omega - \lambda) d\lambda = \\ &= \frac{1}{2\pi} F_1(\omega) * F_2(\omega), \end{aligned}$$

где λ — переменная интегрирования. Таким образом, мы нашли, что

$$f_1(t) \cdot f_2(t) \leftrightarrow 1/2\pi \cdot F_1(\omega) * F_2(\omega). \quad (10)$$

Чтобы доказать вторую часть этой теоремы, найдем обратное Фурье-преобразование произведения $F_1(\omega) \cdot F_2(\omega)$ в соответствии с (23) раздела 2.2.2:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(\omega) F_2(\omega) e^{i\omega t} d\omega &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) e^{i\omega t} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) d\tau \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) e^{i\omega(t-\tau)} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau = \\ &= f_1(t) * f_2(t), \end{aligned}$$

откуда имеем

$$F_1(\omega) \cdot F_2(\omega) \leftrightarrow f_1(t) * f_2(t). \quad (11)$$

Изменение порядка интегрирования, как это сделано выше, допустимо, если сигналы обладают конечной энергией. Это условие выполняется для всех физических сигналов. Итак, спектр произведения двух функций есть свертка их спектров, а сигнал, соответствующий произведению двух спектров, является сверткой двух сигналов. Теорему можно распространить на любое конечное число n сигналов:

$$f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot \dots \cdot f_n(t) \leftrightarrow (1/2\pi)^{n-1} F_1(\omega) * F_2(\omega) * \dots * F_n(\omega) \quad (12)$$

и

$$F_1(\omega) \cdot F_2(\omega) \cdot \dots \cdot F_n(\omega) \leftrightarrow f_1(t) * f_2(t) * \dots * f_n(t). \quad (13)$$

В нескольких примерах раздела 2.4 встречаются произведения двух временных функций, для каждой из которых даны преобразования. Полезно проверить эти примеры с помощью теоремы свертки (10).

3.2.3. ПРОИЗВОДНАЯ СВЕРТКИ

Если $f_1(t) \leftrightarrow F_1(\omega)$ и $f_2(t) \leftrightarrow F_2(\omega)$, то

$$[f_1(t) * f_2(t)]' = f_1'(t) * f_2(t) = f_1(t) * f_2'(t) \leftrightarrow i\omega F_1(\omega) \cdot F_2(\omega).$$

Доказательство. Согласно теореме о производной (см. раздел 2.3.6) имеем $f_1'(t) \leftrightarrow i\omega F_1(\omega)$ и $f_2'(t) \leftrightarrow i\omega F_2(\omega)$. Тогда из (11) находим, что

$$f_1'(t) * f_2(t) \leftrightarrow i\omega F_1(\omega) F_2(\omega) \quad (14)$$

и

$$f_1(t) * f_2'(t) \leftrightarrow F_1(\omega) i\omega F_2(\omega).$$

Из (11) и теоремы о производной (см. раздел 2.3.6) следует также, что

$$[f_1(t) * f_2(t)]' \leftrightarrow i\omega F_1(\omega) F_2(\omega). \quad (15)$$

Из этих соотношений получаем полезный результат:

$$[f_1(t) * f_2(t)]' = f_1'(t) * f_2(t) = f_1(t) * f_2'(t). \quad (16)$$

Следует особо отметить различие между производной свертки и производной произведения функций.

3.3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ

3.3.1. ПОНЯТИЕ ОБ ЭНЕРГИИ

Возьмем конкретный пример. Функция времени $f(t)$ характеризует смещение на сейсмической записи. Тогда функция частоты $F(\omega)$, связанная с $f(t)$ посредством (20) и (23) из главы 2, будет представлять собой спектр смещения. Во многих случаях, однако, оказывается более удобным рассматривать энергию (мощность) сигнала, а не его амплитуду или смещение. В общем случае энергия (мощность) находится как величина, пропорциональная квадрату амплитуды. Соответствующие спектры называются энергетическими спектрами (спектрами мощности).

Во временном представлении средняя энергия любой вещественной функции $f(t)$ определяется выражением

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt, \quad (17)$$

когда этот предел существует. В любом практическом случае T ограничено. Функция $|f(t)|^2$ называется мгновенной энергией, а интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$$

— полной энергией функции $f(t)$, если подынтегральное выражение сходится.

В общем случае временная функция $f(t)$ может обозначать изменение любой величины, как, например, смещение, скорость частиц среды, ускорение, температура, количество дождевых осадков, скорость ветра, напряженность геомагнитного поля, сила электрического тока, электрический потенциал и т. п. Отсюда можно заключить, что в геофизической спектроскопии термин энергия (мощность) используется значительно шире, чем в физике.

3.3.2. ТЕОРЕМА ПАРСЕВАЛЯ

Выведем теперь соотношение между мощностью сигнала и его спектром. Пусть $f_1(t)$ и $f_2(t)$ — два сигнала со спектрами $F_1(\omega)$ и $F_2(\omega)$; рассмотрим интеграл

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t) dt &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) e^{i\omega t} d\omega \right] dt = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) e^{i\omega t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) F_1(-\omega) d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) F_1^*(\omega) d\omega. \end{aligned} \quad (18)$$

Согласно положению из раздела 2.2.3 $F(-\omega) = F^*(\omega)$, когда функция $f(t)$ вещественная. Уравнение (18) выражает теорему о мощности.

Теперь, если положить $f_1(t) = f_2(t) = f(t)$, то получим $F_1(\omega) = F_2(\omega) = F(\omega)$, откуда непосредственно следует соотношение

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) F^*(\omega) d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega, \end{aligned} \quad (19)$$

поскольку $|F(\omega)|^2$ — четная функция, когда $f(t)$ — вещественная; $F(\omega)$ — эрмитова функция, т. е. ее действительная часть — четная, а мнимая — нечетная (см. раздел 2.2.3).

Это соотношение обычно называют теоремой Парсеваля или теоремой Релея; иногда же его именуют теоремой Планшереля или теоремой полноты. Действительная величина $|F(\omega)|^2$ известна как спектр мощности или энергетический спектр, либо более точно как спектральная плотность мощности или спектральная плотность энергии, т. е. мощность или энергия, приходящаяся на единичный интервал оси частот. Поскольку в (19) входит квадрат абсолютного значения амплитудного спектра, информация о фазовом спек-

тре функции времени отсутствует. Это означает, что если задана только мощность, то восстановить первоначальный сигнал $f(t)$ невозможно, в отличие от того случая, когда задана функция $F(\omega)$. Это означает также, что сигналы с идентичными амплитудными, но различными фазовыми спектрами будут иметь одинаковые спектры мощности (энергетические спектры).

С другой стороны, уравнение Парсеваля (19) позволяет определить влияние любых изменений функции $f(t)$ на энергетический спектр. Например, простой временной сдвиг не повлияет на энергетический спектр, в чем можно убедиться, применив теорему о временном сдвиге (см. раздел 2.3.4):

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t \pm a)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |e^{\pm i a \omega} F(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega. \quad (20)$$

Но изменение масштаба времени $t \rightarrow at$ уменьшает энергию в a раз; к этому выводу легко прийти, применив теорему о подобии (см. раздел 2.3.3). Это свойство важно учитывать при сравнении спектров, рассчитанных по записям с различными временными масштабами.

Все рассуждения до сих пор основывались на предположении о конечности полной и средней энергий функции $f(t)$. Для переходных сигналов эти предположения выполняются. В случае же сигналов бесконечной длительности (микросейсмь, океанические поверхностные волны, атмосферные возмущения) полная энергия функции $f(t)$ может стать бесконечной даже в том случае, когда ее средняя энергия конечная. Данное затруднение можно обойти, рассматривая только конечные отрезки T функции $f(t)$ и полагая $f(t) = 0$ вне этих отрезков. Тогда интеграл с бесконечными пределами в формуле Парсеваля (19) заменяется на

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi T} \int_{-T/2}^{T/2} |F(\omega)|^2 d\omega. \quad (21)$$

Как следствие, величина $|F(\omega)|^2/T$ также играет огромную роль в спектральном анализе; иногда ее называют спектральной плотностью мощности, чаще — периодограммой (см. раздел 4.6.2).

3.3.3. ФУНКЦИЯ АВТОКОРРЕЛЯЦИИ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР

Применив определение (1) автокорреляционной функции и теорему о временном сдвиге (см. раздел 2.3.4) к (18), получим

$$\begin{aligned} C_{11}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_1(t + \tau) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F_1(\omega)|^2 e^{i\omega\tau} d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_{11}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \end{aligned} \quad (22)$$

и обратно

$$E_{11}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C_{11}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau, \quad (23)$$

где $E_{11}^j(\omega) = |F_1(\omega)|^2 = F_1^*(\omega) F_1(\omega)$ — спектральная плотность энергии, а

$$F_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) e^{-i\omega t} dt.$$

Следовательно, функция автокорреляции и энергетический спектр образуют пару Фурье:

$$C_{11}(\tau) \leftrightarrow E_{11}(\omega). \quad (24)$$

Так как $C_{11}(\tau)$ — вещественная и четная, выражение (23) для $E_{11}(\omega)$ упростится:

$$E_{11}(\omega) = 2 \int_0^{\infty} C_{11}(\tau) \cos \omega\tau d\tau. \quad (25)$$

Из свойства $C_{11}(\tau)$ следует, что $E_{11}(\omega) = E_{11}(-\omega)$. Более того, сразу получаем следующее соотношение из (22):

$$C_{11}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} |f_1(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_{11}(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F_1(\omega)|^2 d\omega \quad (26)$$

в согласии с формулой Парсеваля (19). Соотношение (24) между $E_{11}(\omega)$ и $C_{11}(\tau)$ известно под названием соотношения Винера — Хинчина [548, 725]. Обобщение на случай нестационарных процессов дано в [863].

Энергетические спектры играют огромную роль в геофизике. Как было показано, энергетический спектр сигнала можно вычислить двумя способами:

1) сначала вычислить функцию автокорреляции, а затем ее Фурье-преобразование;

2) сначала вычислить Фурье-преобразование данного сигнала, а затем, возводя в квадрат, — его абсолютное значение.

Эти два способа приводят к одинаковым результатам. Корреляционные функции, как и энергии, не содержат полную информацию об исходных сигналах из-за потери сведений о фазах.

3.3.4. ФУНКЦИЯ ВЗАИМНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ И ВЗАИМНЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР

Таким же путем, как и для функций автокорреляции (см. раздел 3.3.3), можно показать, что функция взаимной корреляции (см. раздел 3.1.2) образует пару Фурье

с взаимным энергетическим спектром $E_{12}(\omega) = F_1^*(\omega)F_2(\omega)$.

$$\left. \begin{aligned} C_{12}(\tau) &\leftrightarrow E_{12}(\omega), \\ C_{12}(\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_{12}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega, \\ E_{12}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} C_{12}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Из свойства функции $C_{12}(\tau)$ следует, что

$$\begin{aligned} E_{12}(\omega) &= E_{12}^*(-\omega) = E_{21}(-\omega) = E_{21}^*(\omega), \\ E_{21}(\omega) &= E_{21}^*(-\omega) = E_{12}(-\omega) = E_{12}^*(\omega). \end{aligned} \quad (28)$$

В соответствии с (26) находим следующее соотношение:

$$C_{12}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)f_2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_{12}(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1^*(\omega)F_2(\omega) d\omega. \quad (29)$$

В отличие от энергетического спектра E_{11} , который всегда вещественный и положительный, взаимный энергетический спектр E_{12} в общем случае комплексный. Следовательно, только $|E_{12}(\omega)|$ может использоваться в качестве меры взаимной энергии. В некоторых приложениях было признано полезным разделить $E_{12}(\omega)$ на его действительную часть (ко-спектр) и мнимую часть (квadrатурный спектр)

$$E_{12}(\omega) = P_{12}(\omega) - iQ_{12}(\omega) = F_1^*(\omega)F_2(\omega), \quad (30)$$

где $P_{12}(\omega)$ — ко-спектр, а $Q_{12}(\omega)$ — квадратурный спектр.

Используя последнее равенство в (30) с заменой $F_1(\omega) = a_1(\omega) - ib_1(\omega)$, имеем следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} P_{12}(\omega) &= a_1(\omega)a_2(\omega) + b_1(\omega)b_2(\omega), \\ Q_{12}(\omega) &= a_1(\omega)b_2(\omega) - a_2(\omega)b_1(\omega), \\ P_{12}(\omega) &= P_{21}(\omega), \\ Q_{12}(\omega) &= -Q_{21}(\omega). \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Две части взаимного энергетического спектра можно также записать следующим образом:
ко-спектр

$$P_{12}(\omega) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [C_{12}(\tau) + C_{21}(\tau)] \cos \omega\tau d\tau, \quad (32)$$

квadrатурный спектр

$$Q_{12}(\omega) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [C_{12}(\tau) - C_{21}(\tau)] \sin \omega\tau d\tau.$$

Сдвиг фаз между F_1 и F_2 находится из соотношения

$$\operatorname{tg} \varphi = -Q_{12}(\omega)/P_{12}(\omega). \quad (33)$$

По аналогии в случае автоэнергетического спектра имеем

$$E_{11}(\omega) = P_{11}(\omega) = a_1^2(\omega) + b_1^2(\omega),$$

$$E_{22}(\omega) = P_{22}(\omega) = a_2^2(\omega) + b_2^2(\omega),$$

$$Q_{11}(\omega) = Q_{22}(\omega) = 0.$$

Подводя итог, запишем в систематическом виде функции времени и их преобразования, введенные в данной главе:

Функция времени	Преобразования Фурье
Автокорреляция $C_{11}(\tau)$	$ F_1(\omega) ^2 = E_{11}(\omega)$
Взаимная корреляция $C_{12}(\tau)$	$F_1^*(\omega) F_2(\omega) = E_{12}(\omega)$
Свертка $f_1(t) * f_2(t)$	$F_1(\omega) F_2(\omega)$

Таблица 7

Названия корреляционных функций и энергетических спектров

Функция	Система 1	Система 2
$C_{11}(\tau)$	Функция автокорреляции	Функция автоковариации
$\frac{C_{11}(\tau)}{C_{11}(0)}$	Нормированная функция автокорреляции	Функция автокорреляции
$C_{12}(\tau)$	Функция взаимной корреляции	Функция взаимной ковариации
$\frac{C_{12}(\tau)}{[C_{11}(0)C_{22}(0)]^{1/2}}$	Нормированная функция взаимной корреляции	Функция взаимной корреляции
$E_{11}(\omega)$	Энергетический спектр	Автоковариационный спектр или автоспектр
$E_{12}(\omega)$	Взаимный энергетический спектр	Взаимный ковариационный спектр или взаимный спектр

При чтении различных книг читатель встретится с вводящим в замешательство множеством наименований корреляционных и спектральных функций. Вообще говоря, их можно сгруппировать в две параллельные системы (табл. 7). В данной книге мы будем придерживаться в основном системы 1. На рис. 19 схематически изображены связи между различными функциями.

В литературе отражены различные мнения о сравнительной пользе корреляционных функций и соответствующих энергетических спектров. С точки зрения математической статистики оба класса функций важны и интересны. В то же время, если взглянуть на этот вопрос с чисто технической стороны, то окажется, что корреляционные функции очень удобны для вычисления энергетических спектров, имеющих большой исследовательский интерес.

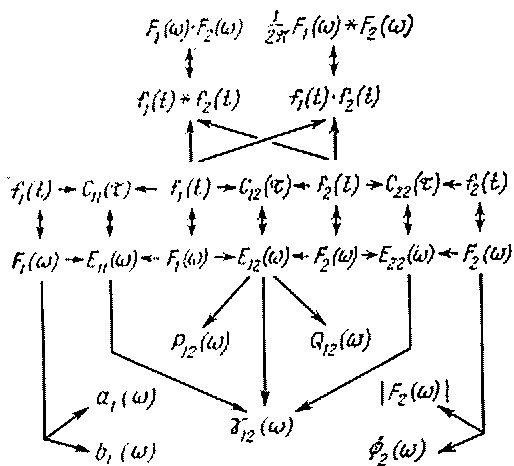


Рис. 19. Схема, поясняющая соответствие между различными функциями во временном и частотном представлениях

3.3.5. КОГЕРЕНТНОСТЬ

Когерентность определяется энергетическим и взаимным энергетическим спектрами следующим образом [516, 647]:

$$|\gamma_{12}(\omega)| = \frac{|E_{12}(\omega)|}{[E_{11}(\omega) E_{22}(\omega)]^{1/2}} = \left[\frac{P_{12}^2(\omega) + Q_{12}^2(\omega)}{P_{11}(\omega) P_{22}(\omega)} \right]^{1/2} \quad (34)$$

в случае, если произведение $E_{11}(\omega) E_{22}(\omega) > 0$, и $|\gamma_{12}(\omega)| = 0$, если произведение $E_{11}(\omega) E_{22}(\omega) = 0$. По определению $0 \leq |\gamma_{12}(\omega)| \leq 1$.

Величина (34) без знака модуля при $E_{12}(\omega)$ определяет либо взаимно-корреляционный спектр [415, 1236], либо коэффициент когерентности [1209], либо просто когерентность. Эта величина, естественно, содержит сведения и об амплитуде, и о фазе. Используется также термин спектр когерентности [1318]. Иногда когерентность определяется как квадрат величины (34). Теоретически функция когерентности (34) должна равняться единице независимо от частоты, но практически этого не наблюдается из-за влияния конечности исходных данных и их сглаживания [204].

3.4. ПРИМЕРЫ ФУНКЦИЙ КОРРЕЛЯЦИИ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СПЕКТРОВ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ АНАЛИТИЧЕСКИ

3.4.1. СХЕМА ВЫЧИСЛЕНИЙ

Способом познания всех этих функций является расчет их для заданных распределений $f(t)$ и представление в виде графического изображения.

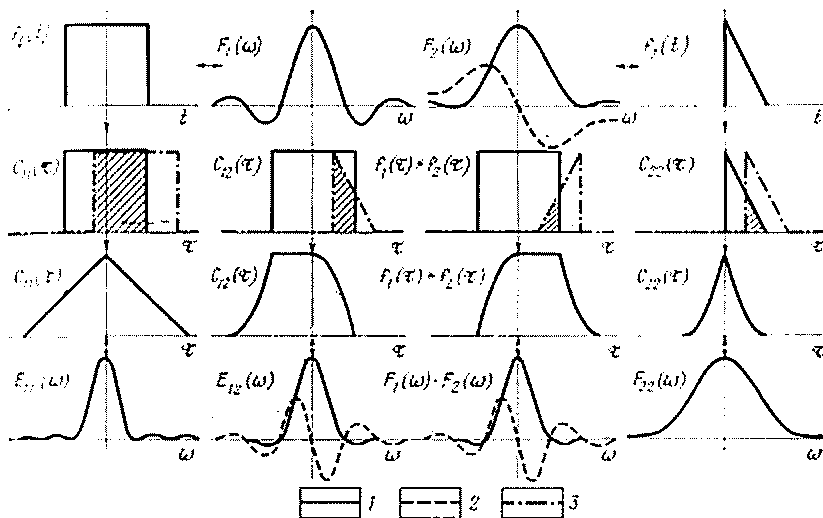


Рис. 20. Корреляционные функции и энергетические спектры двух простых функций, заданных аналитически.

1 - действительные части; 2 - мнимые части; 3 - смещенные функции времени

В качестве упражнения мы выбрали две простые функции: квадратную $f_1(t)$ и треугольную $f_2(t)$ (рис. 20 и табл. 8). В табл. 8 все функции равны нулю вне интервалов определения. На рис. 20 все кривые нормированы к максимальному значению, равному единице. И в формулах корреляционных функций, и в формулах свертки процесс вычислений сводится к интегрированию одной из этих функций с использованием ее или другой функции в качестве весовой. Заштрихованными участками на рис. 20 отмечены интервалы, для которых вычислены соответствующие интегралы. Заметим, что функция взаимной корреляции и свертка различаются только переверотом треугольника, что находится в согласии с (9).

Функция автокорреляции $C_{11}(0)$ для квадрата принимает значение 1 при $\tau = 0$, т. е. когда оба квадрата совпадают. Это значение кажется вполне естественным для данного случая. Однако

$$f_1(t) = \Pi(t) = 1 \text{ для } -\frac{1}{2} \leq t \leq \frac{1}{2}$$

$$F_1(\omega) = \frac{\sin(\omega/2)}{\omega/2} = \text{sinc} \frac{\omega}{2\pi} \text{ (пример 1 из табл. 5)}$$

$$f_2(t) = u(t) \wedge 2t = 1 - 2t \text{ для } 0 \leq t \leq 1/2$$

$$\begin{aligned} F_2(\omega) &= \frac{1}{4} \left[\frac{\sin(\omega/4)}{\omega/4} \right]^2 - \frac{i}{\omega} \left[1 - \frac{\sin(\omega/2)}{\omega/2} \right] = \\ &= \frac{1}{4} \text{sinc}^2 \frac{\omega}{4\pi} - \frac{i}{\omega} \left(1 - \text{sinc} \frac{\omega}{2\pi} \right) \end{aligned}$$

$$C_{11}(\tau) = 1 - |\tau| \text{ для } -1 \leq \tau \leq 1$$

$$C_{22}(\tau) = \frac{2}{3} |\tau|^3 - \frac{|\tau|}{2} + \frac{1}{6} \text{ при } -\frac{1}{2} \leq \tau \leq \frac{1}{2}$$

$$C_{12}(\tau) = \begin{cases} (1 + \tau)^2 & \text{при } -1 \leq \tau \leq -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \leq \tau \leq 0 \\ \frac{1}{4} - \tau^2 & 0 \leq \tau \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$f_1(\tau) * f_2(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{4} - \tau^2 & \text{при } -\frac{1}{2} \leq \tau \leq 0 \\ \frac{1}{4} & 0 \leq \tau \leq \frac{1}{2} \\ (1 - \tau)^2 & \frac{1}{2} \leq \tau \leq 1 \end{cases}$$

$$E_{11}(\omega) = F_1^*(\omega) F_1(\omega) = \left[\frac{\sin(\omega/2)}{\omega/2} \right]^2 = \text{sinc}^2 \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\begin{aligned} E_{22}(\omega) &= F_2^*(\omega) F_2(\omega) = \frac{1}{\omega^2} \left\{ 1 - 2 \frac{\sin(\omega/2)}{\omega/2} + \left[\frac{\sin(\omega/4)}{\omega/4} \right]^2 \right\} = \\ &= \frac{1}{\omega^2} \left(1 - 2 \text{sinc} \frac{\omega}{2\pi} + \text{sinc}^2 \frac{\omega}{4\pi} \right) \end{aligned}$$

$$E_{12}(\omega) = F_1^*(\omega) F_2(\omega) = \text{sinc} \frac{\omega}{2\pi} \left[\frac{1}{4} \text{sinc}^2 \frac{\omega}{4\pi} - \frac{i}{\omega} \left(1 - \text{sinc} \frac{\omega}{2\pi} \right) \right]$$

для треугольника соответствующее значение равно всего $1/6$. Чтобы получить и в этом случае единицу, функцию автокорреляции нормируют к ее значению при $\tau = 0$, т. е. используют нормированную функцию автокорреляции:

$$\bar{C}_{11}(\tau) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f(t) f(t + \tau) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} [f(t)]^2 dt}, \quad (35)$$

чтобы максимальное значение всегда равно 1 при $\tau = 0$ независимо от формы функции $f(t)$. Подобное нормирование можно применить и к функциям взаимной корреляции и свертки, чтобы они принимали максимальное значение, равное 1 (вместо $+1/4$ в нашем примере), а также и к энергетическим спектрам. Например, нормированная функция взаимной корреляции запишется в виде

$$\bar{C}_{12}(\tau) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t + \tau) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t) dt} = 1 \text{ при } \tau = 0. \quad (36)$$

Чаше эта функция записывается в виде, который не отличается заметно от данного выше уравнения (35) численно, но обладает тем преимуществом, что связан с дисперсиями функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ простой зависимостью

$$\bar{C}_{12}(\tau) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t + \tau) dt}{\left[\int_{-\infty}^{\infty} \{f_1(t)\}^2 dt \int_{-\infty}^{\infty} \{f_2(t)\}^2 dt \right]^{1/2}}. \quad (37)$$

Существуют и другие способы нормирования.

Спектры мощности предлагается вычислять двумя способами, указанными выше, т. е. преобразованием функции автокорреляции или преобразованием самой временной функции $f(t)$ и определением квадрата абсолютного значения преобразования $F(\omega)$. Оба результата, естественно, совпадут. Энергетические спектры всегда являются четными функциями ω .

3.4.2. ИСТОЛКОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ФУНКЦИЙ

Попытаемся с помощью примера узнать что-либо о смысле различных функций. Корреляционные функции характеризуют степень параллельности двух рядов чисел точно так же, как и в математической статистике. Эти два ряда могут представлять

с собой заданный временной ряд $f(t)$ и тот же ряд, но смещенный вдоль оси времени на величину τ относительно самого себя (автокорреляция), либо два различных временных ряда с произвольными относительными временными сдвигами (взаимная корреляция). Для каждого сдвига τ существует одно соответствующее значение функции корреляции. Выражения для коэффициентов корреляции, приведенные выше, согласуются с выражением для коэффициента корреляции r из учебников по математической статистике:

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{[\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2]^{1/2}} \rightarrow \frac{\sum f_1(t) f_2(t)}{[\sum \{f_1(t)\}^2 \sum \{f_2(t)\}^2]^{1/2}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t) dt}{\left[\int_{-\infty}^{\infty} \{f_1(t)\}^2 dt \int_{-\infty}^{\infty} \{f_2(t)\}^2 dt \right]^{1/2}} = \bar{C}_{12}(0) = \frac{C_{12}(0)}{[C_{11}(0) C_{22}(0)]^{1/2}}. \quad (38)$$

Это означает, что обычный коэффициент корреляции r , употребляемый в математической статистике, совпадает с нормированным коэффициентом взаимной корреляции при нулевом временном сдвиге. Достоинство функций автокорреляции и взаимной корреляции состоит в том, что они зависят от частоты. Эта зависимость проявляется в энергетических и взаимных энергетических спектрах и в когерентности. Зависимость от частоты является именно тем свойством, которое делает все эти функции столь полезными при анализе наблюдений.

Ясно, что в приведенных выше формулах $f(t)$ описывает отклонения от нулевой линии. Однако можно использовать и отсчеты от некоторой параллельной нулевой линии, так как это вызовет лишь смещение результирующей кривой по вертикали без изменения ее формы. В разделе 4.5.4 даются формулы для функций корреляции и свертки в случае параллельно смещенной линии отсчета.

Как отмечено выше, корреляционные функции не только используются для вычисления энергетических спектров, но могут применяться и для оценки степени подобия (параллельности) двух временных рядов. Последнее имеет большое практическое значение при обработке сейсмических (или других) волн, полученных с помощью треугольных или иных приемных систем наблюдений. Если фазовая корреляция между станциями не очевидна, то может помочь функция взаимной корреляции наблюдаемых временных рядов. Временной сдвиг, при котором функция взаимной корреляции максимальна, будет соответствовать наиболее вероятному сдвигу фаз между коррелируемыми станциями. Дальнейшее обсуждение можно найти в разделе 7.1.1.

Функция автокорреляции некоторых геофизических явлений в метеорологии и океанографии часто экспоненциально уменьшается с увеличением временного сдвига:

$$C_{11}(\tau) \approx e^{-a\tau}; \quad a > 0.$$

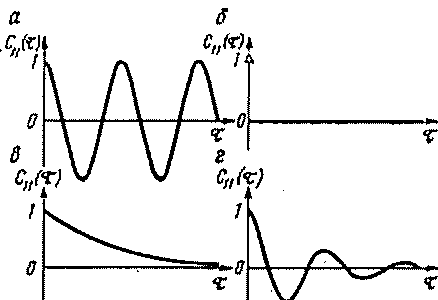
Подобные процессы называются марковскими. В примере 24 раздела 2.4.3 соответствующий энергетический спектр

$$2a/(a^2 + \omega^2)$$

имеет максимум при $\omega = 0$, т. е. представляет собой «красный шум». Один пример из метеорологии описан в [470]. С другой сто-

Рис. 21. Некоторые из основных видов автокорреляционных функций.

a — $C_{11}(\tau) \approx \cos \omega_0 \tau$; b — $C_{11}(\tau) = \delta(\tau)$; δ — $C_{11}(\tau) \approx e^{-a\tau}$, $a > 0$;
 ϵ — $C_{11}(\tau) \approx e^{-a\tau} \cos \omega_0 \tau$, $a > 0$;
 α — косинусоидальный сигнал; β — белый шум (независимые случайные по-
 временные); γ — красный шум (марковский процесс); ζ — красный шум



роны, в примере 3 раздела 2.4.3 функции автокорреляции, имеющей вид синк-функции, соответствует постоянная энергия в некоторой полосе частот (аналог белого шума, так как энергия постоянна лишь в ограниченной полосе частот). На рис. 21 изображены некоторые основные типы автокорреляционных функций, из которых a и b следует рассматривать как основные крайние случаи. Заметим, что в случае a можно добавить белый (некоррелированный) шум, не изменяя вида $C_{11}(\tau)$. Промежуточные случаи δ и ϵ наиболее часто встречаются в геофизике. Посредством подстановки соответствующих величин в (23) или (25) легко находят выражения для $E_{11}(\omega)$. Например, в случае b функция $E_{11}(\omega)$ будет постоянной, характеризующей белый шум или основной спектр.

Наши определения функций автокорреляции и взаимной корреляции очень близко соответствуют понятиям дисперсии и ковариации из математической статистики. Как будет показано в разделе 5.1.1, дисперсия является мерой энергии, и в приложениях она часто так и используется. Аналогично будет показано, что ковариация является мерой энергии взаимных функций.

Свертка — очевидно, то же, что и взаимная корреляция; разница состоит в том, что один из временных рядов должен быть взят в обратном порядке. Получается, что единый ряд, составленный из двух, как бы свертывается (складывается) вдвое. Важность этой операции вытекает из того факта, что свертка в одном пред-

ставлении соответствует операции умножения в той области, в которую совершается преобразование (см. раздел 3.2.2). Свертка во временном представлении соответствует фильтрации (см. раздел 6.1.2). Очень наглядные, нематематические объяснения корреляционных функций и свертки опубликованы в [150, 151, 152]. Термин «ретрокорреляция», введенный в последней работе, является синонимом термина «свертка».

Когерентность, если не обращать внимания на ее нормирующий знаменатель (геометрическое нормирование), фактически является спектром функции взаимной корреляции. Таким образом, если функция взаимной корреляции $C_{12}(\tau)$ во временном представлении принимает большие значения при некоторых регулярно распределенных временных сдвигах τ , то на соответствующих частотах будут наблюдаться максимумы функции когерентности $\gamma_{12}(\omega)$.

Энергетические спектры и функции когерентности оказываются очень полезными при уточнении направления подхода и ширины луча волновой радиации, особенно потому что с их помощью возможно разделение волн по частоте. Если имеем компоненты E , N , Z (используемые в нижних индексах), то квадрат когерентности

$$E_{NZ}^2/E_{ZZ}E_{NN} \quad (39)$$

будет равен 1 для чисто релеевской волны, подходящей с N (или S). Эта функция легко обобщается на любое направление подхода θ , отсчитываемое от N через E :

$$\frac{E_{NZ}^2(1 + \operatorname{tg}^2 \theta)}{E_{ZZ}E_{NN}(1 + \operatorname{tg}^2 \theta)} = \frac{E_{NZ}^2 + E_{EZ}^2}{E_{ZZ}(E_{NN} + E_{EE})} \quad (40)$$

Для чисто релеевской волны с фиксированными отношениями между тремя компонентами смещения, подходящей с направления θ , это отношение (ширина луча) равно 1; для случая изотропной радиации оно равно нулю. Этот способ изображения направления подхода и ширины луча использован в [624] при изучении микросейсм; он, естественно, применим для характеристики направлений распространения волн любого типа.

Чтобы еще лучше познакомиться со всеми этими функциями, рекомендуется испытать их на других простых временных функциях. Можно с равным успехом использовать в этих целях последовательности чисел, одновременно знакомясь с началами цифровых вычислений.

Хотя мы везде использовали в качестве независимой переменной время, следует четко представлять, что все рассмотренные функции сохраняют прежние свойства при любых других аргументах. В геофизических приложениях часто вместо времени t в качестве независимого параметра используется линейная координата x .

3.5. ОСНОВНЫЕ ПРОБЛЕМЫ СПЕКТРОВ НАБЛЮДЕННЫХ ДАННЫХ

3.5.1. ОСНОВНЫЕ СООБРАЖЕНИЯ, КАСАЮЩИЕСЯ РАСЧЕТА СПЕКТРОВ НАБЛЮДЕННЫХ ДАННЫХ

До сих пор наши спектральные вычисления ограничивались функциями, заданными аналитически. При обработке спектров наблюдаемых данных возникает ряд трудностей, которых не было

Т а б л и ц а 9

Характерные особенности преобразований Фурье

Условие	Функция $f(t)$, заданная аналитически	Наблюдённая кривая
Условия Дирихле Бесконечные пределы интегрирования	Каждая функция должна проверяться обычно не представляют затруднений	Удовлетворяются практически всегда ¹ Требование невыполнимо в случае наблюдаемых рядов

¹ Условие, чтобы интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt$ был конечным (см. раздел 2.1), для наблюдаемых кривых выполняется на ограниченных интервалах.

в случае функций, заданных аналитически. Рассмотрим основные причины возникновения этих трудностей. Полное понимание этих проблем необходимо для всех занимающихся геофизической спектроскопией.

Если для функций в аналитическом виде условия Дирихле иногда не выполняются, то эмпирические данные, как правило, подчиняются этим условиям. С другой стороны, бесконечные пределы интегрирования не создают особых трудностей при аналитическом расчете, но они совершенно неприемлемы при исследовании эмпирических данных. В табл. 9 приведены данные, заданные аналитически и наблюдаемые, и характер различия между ними.

Вследствие ограниченности данных практически невозможно получить точный спектр. В этом можно убедиться на следующих примерах.

1. Возьмем вначале гипотетический случай бесконечно длинного временного окна, т. е. будем считать, что весь сигнал уча-

ствует в вычислениях. В этом случае весовая функция имеет вид $\omega(t) = 1$ для всех t и мы получаем

$$f(t) \cdot \omega(t) = f(t) \cdot 1 \leftrightarrow 1/2\pi \cdot F(\omega) * 2\pi\delta(\omega) =$$

(см. раздел 3.2.2 и пример 10 раздела 2.4.3)

$$= F(\omega) * \delta(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \delta(\omega - \bar{\omega}) d\bar{\omega} = F(\omega). \quad (41)$$

(см. раздел 3.2.1).

Это означает, что мы получили точный спектр $F(\omega)$.

2. Возьмем временное окно конечной длины T и простейшей формы, т. е. прямоугольное. Тогда, рассуждая, как и прежде, только используя пример 1 раздела 2.4.3, получим

$$\begin{aligned} f(t) \cdot \omega(t) &= f(t) \cdot \Pi\left(\frac{t}{T}\right) \leftrightarrow \frac{T}{2\pi} F(\omega) * \frac{\sin \omega T/2}{\omega T/2} = \\ &= \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \frac{\sin(\omega - \bar{\omega}) T/2}{(\omega - \bar{\omega}) T/2} d\bar{\omega} \neq F(\omega). \end{aligned} \quad (42)$$

В этом случае мы получаем не истинный спектр $F(\omega)$, а интеграл свертки, определенно сглаживающий правильную функцию $F(\omega)$. Степень сглаживания зависит от длительности обрабатываемых данных T , причем чем меньше T , тем сильнее сглаживающий эффект (рис. 22). Поэтому вычисленный таким путем спектр называется **средним или взвешенным спектром** [247]. Поскольку $F(\omega) = |F(\omega)| e^{i\Phi\omega}$, амплитудный и фазовый спектры будут искажены.

Кроме сглаживающего эффекта мы должны учесть, что побочные максимумы (лепестки) частотного окна $W(\omega)$ (см. рис. 22) оказывают нежелательное воздействие. Отрицательные лепестки приводят к потере части спектральных данных (спектральная утечка). Идеальное окно имеет узкий центральный лепесток и незначительные боковые лепестки. В пределе этот идеал представляет собой $\delta(\omega)$ -функцию, которую, как мы уже видели, трудно реализовать. Но, изменяя форму весовой функции $\omega(t)$, можно улучшить качество спектрального окна $W(\omega)$. Как мы увидим в следующей главе, на решение проблемы «вырезки окон» было затрачено много усилий. Либо использованием различных весовых функций во временной области, либо применением определенных сглаживающих процедур в частотной области можно изменить воздействие выбранного окна (см. раздел 4.4), но полностью исключить влияние ограниченности интервала наблюдаемых данных невозможно.

В последнее время опробованы и другие способы нахождения истинного спектра. Очевидно, что (42) является интегральным уравнением относительно $F(\omega)$. Разработаны способы его решения для случая прямоугольного окна и ограниченной по частоте функции $F(\omega)$, т. е. $F(\omega) = 0$ при $|\omega| > \Omega$. Это, естественно, приближенное решение, так как в разделе 2.4.4 показано, что

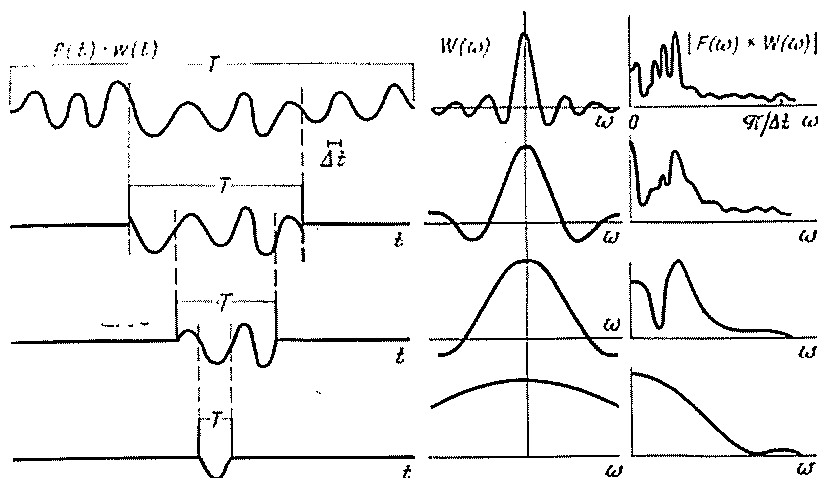


Рис. 22. Зависимость спектральной разрешенности от длительности анализируемого интервала записи. Рисунок частично заимствован из [22]

ограниченная по времени функция не может обладать ограниченным по частоте спектром. Уравнение (42) становится интегральным уравнением Фредгольма первого рода [193]:

$$\bar{F}(\omega) = \int_{-\Omega}^{+\Omega} F(\omega) \frac{\sin(\omega - \bar{\omega})T/2}{\pi(\omega - \bar{\omega})} d\omega, \quad (43)$$

где $\bar{F}(\omega)$ — наблюдаемый спектр; $F(\omega)$ — истинный спектр; $\sin [(\omega - \bar{\omega})T/2]/\pi(\omega - \bar{\omega})$ — ядро.

Решение находится в данном случае путем разложения интеграла в ряд по собственным функциям. Этот способ был опробован на численных примерах [93] и показал свою эффективность. Спектр, вычисленный таким путем, намного лучше приближается к истинному спектру, чем функция $\bar{F}(\omega)$. Однако это методическое усовершенствование пока еще не нашло применения в геофизике.

Кроме формы весовой функции $w(t)$ на характеристики вычисленного спектра большое влияние оказывает также и длительность обрабатываемого отрезка данных T . Этот вывод подтверждается и рис. 22, и количественной оценкой — соответству-

ющими математическими выражениями. Основные правила выбора T следующие:

1. Большое T дает более детальный, более разрешенный спектр, чем малое T .

2. Малое T обеспечивает лучшую стабильность, или лучшую надежность вычисленных спектральных оценок, чем большое T , так как в случае меньшего T спектральное сглаживание действует на большем частотном интервале.

3. Ограничения на выбор T могут определяться типом используемой записи. Например, для обработки сейсмических записей, содержащих последовательность различных волн, следующих одна за другой, отрезок записи должен выбираться с таким расчетом, чтобы в него попадала только изучаемая волна и никаких других.

С одной стороны, бесконечное T , практически не достижимое, обеспечивает получение точного спектра. С другой стороны, очень малое T , приближающееся к нулю, приводит к «белому спектру», т. е. к абсолютно неразрешенному результату. В любом практическом случае должен соблюдаться компромисс между различными требованиями (в отношении разрешенности, стабильности, экономии машинного времени и т. п.) при выборе подходящей длительности T . Если частотный конвольтер $W(\omega)$ намного шире, чем детали спектра, то эти детали будут слишком сильно сглажены. Таким образом, общее правило состоит в том, что $W(\omega)$ должна быть настолько узкой, чтобы спектр не изменялся заметно в пределах полосы частотного конвольтера. На рис. 22 разобран искусственный случай, но в разделе 4.4.8 будут даны фактические параметры из геофизической практики.

Мы обсудили влияние длительности T с точки зрения преобразования Фурье. Но идентичные результаты получаются и в том случае, если рассмотреть разложение в ряд Фурье. Длина окна T определяет основной период и его высшие гармоники с частотами $1/T, 2/T, 3/T \dots$. Окно длиной $2T$ даст частоты $1/2T, 2/2T, 3/2T \dots$, т. е. обеспечит в 2 раза лучшее разрешение. Рассмотрим это на примере. Пусть нас интересуют периоды, начиная с $T = 24$ ч до 1 ч. Тогда основной период равен 24 ч, а периоды высших гармоник ($T/2, T/3 \dots$), т. е. спектральные линии, будут соответствовать 12; 8; 6; 4,8; 3,4; 3; 2,7; 2,4; 2,2; 2,0; 1,8; 1,7; 1,6; 1,5; 1,4; 1,3; 1,26; 1,20; 1,14; 1,09; 1,04 и 1,0 ч; если $T = 12$ ч, то периоды в том же диапазоне определяются 12, 6, 4, 3, 2,4, 2, 1,7, 1,5, 1,3, 1,2, 1,1, 1,0 ч; если же $T = 6$ часам, то они будут равны 6, 3, 2, 1,5, 1,2, 1,0 ч.

Наши рассуждения относятся непосредственно к таким непрерывным сигналам, как микросейсмь, океанические поверхностные волны, метеорологические возмущения, сила тяжести, земной магнетизм. В этих случаях сигналы никогда полностью не затухают, изменяется только их энергия, причем энергия изменяется значительно медленнее, чем сами сигналы. При этом для

анализа должна выбираться представительная длина записи, а о степени представительности судят путем сравнения спектров, вычисленных по записям различной длины. В любом случае записи должны содержать несколько даже самых длинных из изучаемых волн.

Т а б л и ц а 10

Вычисление спектров и ограничения [$F(\omega) = S(\omega) + N(\omega)$, где S обозначает сигнал, а N — помеху]

Вид функции времени $f(t)$	Теоретический спектр $N(\omega) = 0$	Эмпирический спектр $N(\omega) \neq 0$
Бесконечная длительность сигнала	$\int_{-\infty}^{\infty}$ находится точно, если выполняются условия Дирихле: $F(\omega) = S(\omega)$	$\int_{-\infty}^{\infty}$ находится приближенно, поскольку эмпирические ряды имеют конечную протяженность, осложнены помехами и при вычислениях всегда используется весовая функция: $F(\omega) * W(\omega) = [S(\omega) + N(\omega)] * W(\omega)$ Абсолютно точная $S(\omega)$ не достижима
Ограниченная длительность сигнала	$\int_{-T/2}^{T/2}$ находится точно, если выполняются условия Дирихле: $F(\omega) = S(\omega)$	$\int_{-T/2}^{T/2}$ находится приближенно, поскольку $\int_{-T/2}^{T/2} = \int_{-\infty}^{\infty}$ по отношению к сигналу: $S(\omega) * W(\omega) = S(\omega) * \delta(\omega) = S(\omega)$ Но $N(\omega) \neq 0$, поэтому $F(\omega) * W(\omega) = S(\omega) + N(\omega) * W(\omega)$ Разность между двумя одинаковыми интервалами, взятыми до и во время регистрации сигнала, равна $[F_2(\omega) - F_1(\omega)] * W(\omega) = S(\omega) + [N_2(\omega) - N_1(\omega)] * W(\omega) = S(\omega) + \Delta N(\omega) * W(\omega)$ Отсюда истинное $S(\omega)$ получается, если: 1) $N(\omega) = 0$ и 2) $\Delta N(\omega) = 0$, т. е. в случае абсолютно стационарной помехи, чего практически никогда не бывает

При изучении волн землетрясений, характеризующихся ограниченной длительностью, анализ производится в пределах длительности изучаемой волны. При полном отсутствии помех (микросейсм) это была бы удовлетворительная процедура. Но так как

помехи присутствуют всегда, лишь изменяясь по интенсивности, то и здесь ситуация не отличается существенно от рассмотренной выше. Обзор случая, когда сейсмическая запись представляет собой сумму волны от землетрясения и фонового шума: $f(t) = s(t) + n(t)$, дан в табл. 10.

Если ограниченная длина записи составляет главное различие между наблюдаемыми и аналитическими сигналами, то другое главное различие состоит в способе представления сигнала. Аналитические сигналы, примеры которых приведены в данной и предшествующей главах, изображаются точными математическими формулами. Такого нет в случае наблюдаемых данных. Поэтому далее можно применять два существенно различных способа:

1. Использовать запись в том виде, в каком она есть, т. е. в аналоговой форме. В этом случае для спектрального анализа требуется специальная аппаратура, рассмотренная кратко в разделе 1.6.

2. Представить запись в математической форме, которая затем может быть использована для вычислений, так же как аналитическая функция. Поскольку этот способ не требует никакой специальной аппаратуры для построения спектров, он применяется наиболее широко. Он требует только наличия ЭВМ.

Чтобы перевести запись в форму, эквивалентную аналитической функции, нужно определить численные значения в точках, равномерно расположенных вдоль оси времени. Этот процесс перевода называется дискретизацией.

Последующую процедуру можно было бы представить следующим образом. Запись переводится в аналитическую форму путем приближения дискретной последовательности чисел полиномом, рядом Фурье или другой подходящей функцией. Путем включения в разложение достаточно большого числа членов можно было бы достичь любого желаемого приближения к данной записи. Располагая аналитическим выражением записи, дальнейшую обработку можно было бы проводить так же, как для любых аналитических функций.

Однако вычислять аналитическое выражение данной записи совершенно необязательно. Вместо этого можно использовать результаты дискретизации непосредственно для вычисления спектров или других связанных с ним функций. Нужно лишь иметь формулы, записанные не в интегральной форме, а в форме дискретного суммирования. Именно так вычисляются спектры цифровыми способами.

При дискретизации записей возникают новые проблемы, связанные как с методами выполнения этой операции и присущими им погрешностям, так и с дискретизацией как таковой. В следующей главе мы исследуем эти эффекты более подробно.

В заключение данного раздела подчеркнем, что спектральная обработка наблюдаемых записей отличается от обработки аналитических функций двумя очень важными аспектами: 1) использованием записей конечной длины и 2) необходимостью дискретиза-

ции записи. Важно четко оценить значение этих аспектов, так как они оказывают влияние на спектральный анализ геофизических данных. Порядок перечисления этих аспектов отражает также их сравнительную значимость: пунктом 1 нельзя пренебречь при любом спектральном анализе наблюдаемых данных, тогда как пункт 2 можно опустить, если имеется необходимая аналоговая аппаратура.

3.5.2. УСЕЧЕНИЕ СИГНАЛОВ, ЗАДАНЫХ В АНАЛИТИЧЕСКОМ ВИДЕ

Из предыдущего раздела мы узнали, что усечение (ограничение) сигналов может оказывать значительное влияние на результирующий спектр. Поскольку по наблюдаемым данным нельзя вычислить истинный спектр, поэтому при отсутствии эталона для сравнения можно дать лишь относительную оценку эффектов усечения. В то же время мы знаем истинные спектры аналитически заданных функций, поэтому усечение таких сигналов может дать ценную информацию о связанных с ним искажениях спектра.

Следует подчеркнуть, что аналитические сигналы с известными спектрами очень полезны в практической работе. С их помощью удобно проверять различные вычислительные процедуры, надежность методов обработки, отлаживать программы для ЭВМ.

Проиллюстрируем изменения, происходящие со спектрами в результате усечения аналитических сигналов во временной области, следующими примерами.

1. *Усеченный единичный скачок Хевисайда* (рис. 23): как и следовало ожидать, когда точка усечения t_0 приближается к бесконечности, спектр приближается к спектру функции $u(t)$. Сравните с примером 16 раздела 2.4.3.

2. *Усеченная экспоненциально убывающая функция* $f(t) = u(t) e^{-at}$ (рис. 23). Она лучше соответствует такому импульсному вступлению, которое наблюдается у сейсмических волн Р. Практически трудно найти точку усечения, так как постепенно убывающие амплитуды сигнала могут оказаться замаскированными помехой. Сравните с примером 23 раздела 2.4.3.

3. *Отрезок бесконечной синусоиды*, максимальные амплитуды которой сосредоточены в ограниченном временном интервале. В подобном случае обычно полагают временной интервал равным отрезку, занимаемому максимальными амплитудами, а всем остальным пренебрегают. Этот пример проиллюстрирован на рис. 23 тремя спектрами:

а) F_1 соответствует полному временному интервалу от $-t_1$ до $+t_1$ и постоянной амплитуде, равной 1;

б) F_2 соответствует тому же временному интервалу, но с амплитудами, уменьшенными в диапазонах от $-t_1$ до $-t_0$ и от $+t_0$ до $+t_1$;

в) F_3 соответствует диапазону от $-t_0$ до $+t_0$ и постоянной амплитуде, равной 1.

Спектр F_3 больше похож на F_2 , чем на F_1 . Это значит, что в подобных условиях можно ограничить участок применения спектрального анализа тем временным интервалом, которому соответ-

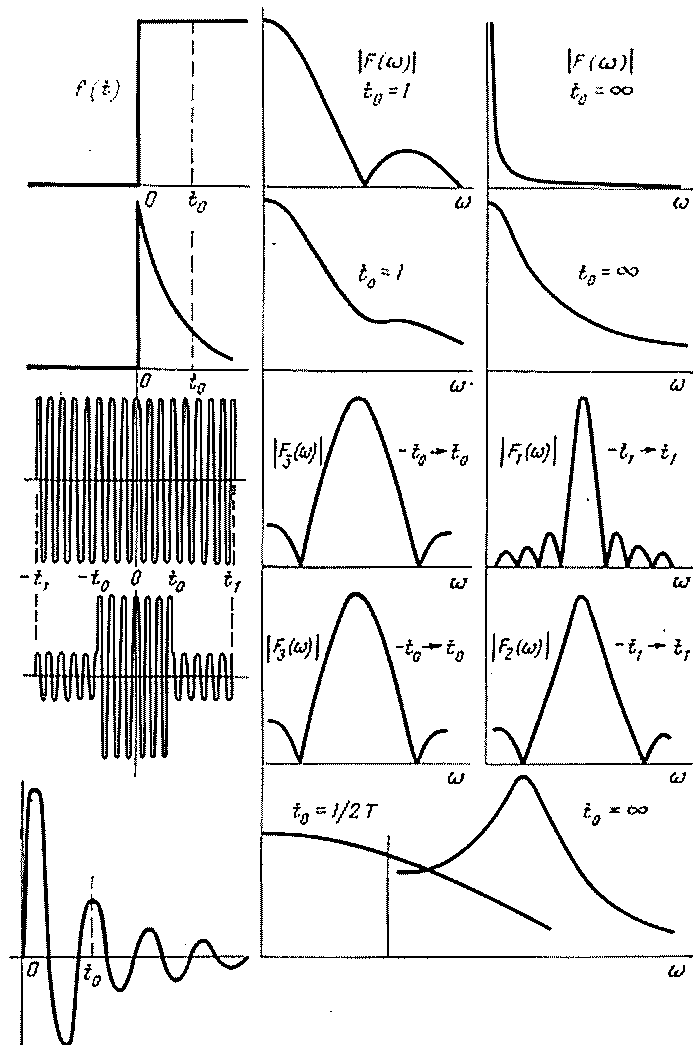


Рис. 23. Примеры усеченных функций

ствуют максимальные амплитуды. Допускаемая погрешность будет тем меньше, чем меньше пренебрегаемые амплитуды. Такая ситуация часто возникает в сейсмологии, особенно на записях поверхностных волн.

4. Усеченная затухающая синусоида: $f(t) = e^{-at} \sin \omega_0 t$, $a = \omega_0/4$. На рис. 23 изображены амплитудные спектры для различных отрезков данной функции [54]. Как следует из рис. 23, усечение должно производиться с большой осторожностью, если спектры используются для изучения строения Земли (амплитудные спектры для нахождения коэффициентов затухания, отражения и прохождения; фазовые спектры для изучения фазовых скоростей, дисперсии и изменения фаз на поверхностях раздела). Спектры можно считать надежными, когда они вычислены по отрезку, составляющему 80% и более от полного сигнала. Даже в этом случае предпочтительнее вместо абсолютных значений спектральных характеристик пользоваться их относительными параметрами (отношениями амплитуд, разностей и фаз).

5. Усеченная синусоида (с постоянной амплитудой) является еще одним примером усеченной функции, играющей заметную роль в геофизических приложениях. В зависимости от длины записи различают три случая.

А. Бесконечная длительность: линейчатые спектры с линиями, расположенными на $\pm \omega_0$, где ω_0 — частота синусоиды (см. примеры 13 и 14 раздела 2.4.3).

Б. Бесконечные односторонние синусоиды (примеры 18 и 19 раздела 2.4.3) и конечные синусоиды с длительностью, во много раз превышающей период (см. пример 5 раздела 2.4.3) имеют полосовые спектры различной формы, но симметричные относительно частоты $\pm \omega_0$. Чем короче временной интервал, тем спектр получается более размытым. Это явление объясняется теоремой о подобии (см. раздел 2.3.3); мы вернемся к нему позднее, при обсуждении принципа неопределенности (см. разделы 4.3.4 и 5.3.3).

В. Длительность сигнала сравнима с периодом синусоиды или меньше его; этот случай фактически уже рассмотрен в примере 5 раздела 2.4.3, но заслуживает более детального исследования.

Он может встретиться там, где длительность записи составляет всего лишь долю значимого периодического колебания. Если такое колебание представляет интерес, то возникает вопрос, насколько достоверно можно определить энергию и частоты, когда мы располагаем наблюдениями только части одного периода.

Если функция $f(t)$ записывается в виде

$$f(t) = \begin{cases} \sin(\omega_0 t + \varphi) & \text{для } 0 \leq t \leq t_0 \\ 0 & \text{вне интервала,} \end{cases}$$

то ее Фурье-преобразование

(44)

$$F(\omega) = \int_0^{t_0} \sin(\omega_0 t + \varphi) e^{-i\omega t} dt$$

можно оценить хотя и громоздкими, но прямыми вычислениями. Выполнить необходимые выкладки предоставляется читателю в ка-

честве упражнения. Результат для $\varphi = 0$ показан на рис. 24. Особо заметим, как изменяется частота максимума спектральной энергии в зависимости от

$$t_0/T = \omega_0 t_0 / 2\pi.$$

Спектральные характеристики очень коротких отрезков синусоид (или косинусоид) можно также проиллюстрировать следующим примером, который практически аналогичен предыдущему,

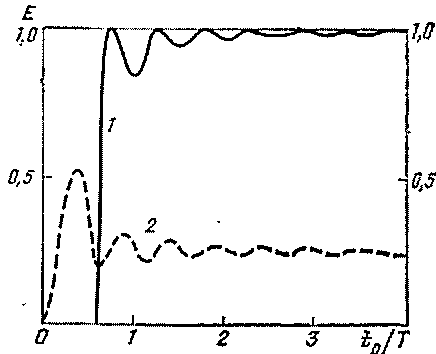


Рис. 24. Зависимость частоты пика спектральной энергии (1) и относительной энергии (2) от длительности отрезка синусоиды с периодом $T = 1$ с и начальной фазой $\varphi = 0$ [1424]

Усеченные синусоиды рассматривались в [24, 25, 38, 74, 711, 1353, 1424, 1425, 1459]. Установлено, что точный период T сильно ограниченного геофизического колебания можно определить по t_0/T и φ , но при этом необходимо хотя бы приближенно знать величину искомого периода T . Для примера на рис. 24 это означает, что следует пытаться получить отношение t_0/T как можно большим, во всяком случае намного больше значения, соответствующего крутому подъему кривой частоты.

Сдвиги частоты (см. рис. 24) можно объяснить интерференцией синк-функций, входящих в $F(\omega)$ и $|F(\omega)|^2$. В [1459] показано, что эти сдвиги частоты можно устранить с помощью так называемого спектрального метода максимальной энтропии, который обеспечивает намного лучшую разрешенность по сравнению с другими методами и не обладает никакими из нежелательных свойств синк-функций. Этот новый метод был разработан Дж. П. Бургом и подробно описан в [856].

В работе [25] исследовано влияние усечения с помощью прямоугольного окна на запись интерферирующих отражений. В этом случае возникают нежелательные эффекты — появляются ложные высокочастотные минимумы в спектрах (из-за использования прямоугольных весовых функций) и изменяется основной макси-

но проще в вычислениях и имеет прямое отношение к примеру 5 раздела 2.4.3:

$$f(t) = \Pi(t/2t_0) \cos \omega_0 t.$$

Фурье-преобразование этой функции имеет вид

$$F(\omega) = \frac{\sin^2[(\omega_0 - \omega)t_0]}{\omega_0 - \omega} + \frac{\sin^2[(\omega_0 + \omega)t_0]}{\omega_0 + \omega}. \quad (45)$$

Получаются результаты, аналогичные показанным на рис. 24, если принять во внимание, что частота максимума спектральной энергии является решением уравнения $dF(\omega)/d\omega = 0$.

мум (уменьшается его амплитуда, увеличивается ширина, отмечается его смещение по оси частот).

Таким образом, для любой усеченной функции времени можно построить бесконечное число спектров в зависимости от длины и формы использованного временного окна. В некоторых случаях, особенно при рассмотрении нестационарных процессов, усечение сигналов производится с целью изучения так называемых **т е к у щ и х с п е к т р о в**. Они будут более подробно приведены в разделе 3.6.5.

В рассмотренных выше случаях сходимость особенно плохая, когда в центральной части записи не наблюдается волновых пугов. Для спектрального анализа подобных волновых цугов можно использовать ряды Фурье и преобразования Фурье.

1. Ряды Фурье: часть записи, выбранная для анализа, берется за основной период, а вся запись предполагается состоящей из повторений этого отрезка в обе стороны от анализируемого интервала. Результирующий спектр — линейчатый соответствует членам разложения в ряд Фурье. Таким образом, непрерывной функцией времени может соответствовать линейчатый спектр.

2. Преобразование Фурье: предполагается, что запись имеет нулевые амплитуды вне интервала, выбранного для анализа. Результирующий спектр — непрерывный, но форма его соответствует разложению в ряд Фурье. Таким образом, переходной функции времени (волновому импульсу) соответствует непрерывный спектр.

Ясно, что ни одно из предположений (повторяющиеся или нулевые амплитуды вне анализируемого отрезка записи) не является строго корректным. В обоих случаях эти предположения приводят к тем большим погрешностям, чем меньше анализируемый отрезок.

В данном разделе мы изучили эффекты для аналитических функций, т. е. когда они довольно просто выявляются и проверяются. Но такие же вопросы встречаются и при обработке наблюдаемых геофизических данных. Например, при вычислении спектров микросейсм рекомендуется исследовать отрезки записи увеличивающейся длины до тех пор, пока спектры не обнаружат достаточную степень сходимости в отношении изучаемых признаков. Другой пример дан в [1500], где показано, что измерения глубинных океанических течений продолжительностью менее двух месяцев не позволяют получить представительные результаты. В следующем разделе мы перейдем к более детальному обсуждению геофизических сигналов.

Наше рассмотрение было ограничено усечением во временном представлении, но оно в равной мере приложимо к усечениям в пространственном представлении. Последняя задача возникает, когда для наблюдения за распространением волны используется группа станций, причем эта группа занимает лишь часть

пространства, в котором распространяются волны. В данном случае предполагается наличие пространственной стационарности. Обсуждение подобных задач содержится в [900].

3.5.3. РАЗЛИЧНЫЕ ТИПЫ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Под общим термином «сигнал» мы понимаем все явления, которые можно подвергнуть гармоническому или спектральному анализу. Сигналы, встречающиеся в геофизике и во многих дру-

Т а б л и ц а 11

Типы сигналов и особенности их преобразования

Тип сигнала	Примеры из геофизики	Ряд Фурье (линейчатый спектр): периодическое повторение сигнала за пределами интервала измерений	Преобразование Фурье (непрерывный спектр): за пределами интервала измерений сигнал отсутствует
Периодический (стационарный)	Любое периодическое явление, подобное колебаниям температуры воздуха в течение года или суток	Да	Нет
Переходный (нестационарный)	Сейсмические волны	Нет	Да
Случайный (стационарный, нестационарный)	Микросейсмы, турбулентность, поверхностные волны океана	Нет	Нет

гих областях, например в технике связи, принадлежат к трем основным типам (табл. 11). Сигналы различаются как по длительности, так и по форме. Различия обусловлены механизмом их возбуждения. Периодический генератор возбудит периодический сигнал, примером которого может служить температура атмосферы. С другой стороны, переходное или аперiodическое явление возбудит переходные или аперiodические сигналы. Примерами этого являются землетрясения. Сигналы, которые не являются ни периодическими, ни переходными, называются случайными сигналами. Из-за отсутствия периодичности они точно не предсказуемы, и для их обработки необходимы статистические методы. Очень ясное изложение теории случайных сигналов и случайных процессов в приложении к океаническим поверхностным волнам дано в [811]. Примерами случайных сигналов являются также микросейсмы и турбулентные процессы в атмосфере.

С точки зрения математической статистики различают стационарные и нестационарные сигналы, ста-

тистические характеристики которых зависят и не зависят от времени. Так, периодический сигнал будет стационарным, пока действие источника постоянно. Переходный сигнал должен считаться нестационарным, а случайные сигналы могут быть как стационарными, так и нестационарными опять же в зависимости от изменений в свойствах источника или среды.

Хотя сейсмические волны обычно рассматриваются как переходные сигналы, при обработке записей сильных землетрясений оказалось более удобным рассматривать их как нестационарные случайные процессы или как случайное наложение большого количества импульсов [667, 701, 903, 1415].

Термин «сигнал» можно использовать не только в том случае, когда независимой переменной является время. Во многих случаях этой независимой переменной может быть и пространственная координата. Более того, эта терминология применима и к функциям нескольких независимых параметров.

Разложение в ряд Фурье означает суммирование в пределах всего (основного) периода или целого числа таких периодов и дает линейчатый спектр. При этом предполагается знание основного периода. Далее оно предполагает повторение сигнала в бесконечном диапазоне вне интервала измерений. Такие условия полностью выполняются только для периодических сигналов и приближенно — для случайных сигналов.

Часто основной период неизвестен. Способы разложения в ряд Фурье в подобных случаях рассмотрены в [720]. Кратко они заключаются в следующем. Приравнивая разложение в ряд Фурье (см. раздел 2.3.4) для записи конечной длины T и «истинное» выражение записи

$$f(t) = a \cos \lambda t + b \sin \lambda t \quad (46)$$

неизвестного периода $2\pi/\lambda$ и с неизвестными коэффициентами a, b , получаем выражения для a_n, b_n через a, b, λ, n . Из этих формул видно, что наибольший коэффициент Фурье получается для $2\pi n \approx \lambda T$, особенно когда λT удовлетворяет неравенству $2\pi n < \lambda T < 2\pi(n+1)$. Полагая $n = \lambda T/2\pi$ и $n+1 = \lambda T/2\pi$, получим четыре уравнения (a_n, b_n) с тремя неизвестными (a, b, λ). Можно взять значения $n-1$ и $n+2$ и т. д. и получить восемь уравнений с теми же тремя неизвестными. Систему этих уравнений можно решить методом наименьших квадратов, одновременно оценив погрешности. Дальнейшее развитие этих идей можно найти в [1307—1309].

Существует еще один источник неопределенности, который следует учитывать при гармоническом анализе, а именно, наличие не одного, а нескольких близких друг к другу основных периодов. Традиционный гармонический анализ, осуществляемый в предположении, что имеется только один из этих основных периодов, приведет к неправильному результату. Способ решения в случае двух близких основных периодов дан в [85].

Преобразование Фурье дает непрерывный спектр, и в этом методе предполагается, что вне интервала наблюдений амплитуды равны нулю. Это предположение может точно выполняться в случае переходных сигналов, но остается приближенным в случае случайных сигналов.

Оба подхода (разложение в ряд Фурье и преобразование Фурье) могут применяться в любом случае, но в каждой ситуации могут быть причины, по которым один подход предпочтительнее другого. Поэтому интересно отметить, что при анализе свободных колебаний Земли найдено, что способы обработки энергетических и взаимных энергетических спектров менее точны, чем гармонический анализ (разложение в ряды Фурье) [1075]. Линейчатые спектры используются и при изучении атмосферной циркуляции [1245].

При обработке данных по земным приливам результаты гармонического и спектрального анализов практически совпали [3, 4]. При изучении данных суточных геомагнитных вариаций [566] в результате спектрального анализа обнаружены большие амплитуды, нежели при гармоническом анализе, хотя оба метода дали одни и те же частоты.

В линейчатых спектрах, получаемых гармоническим анализом, каждая линия представляет отдельную волну, а в непрерывном спектре какой-либо пик представляет не единственную волну, а группу волн с близкими частотами. Гармонический анализ обычно применяется тогда, когда частоты (хотя бы основная частота) известны или предположительно заданы. Спектральный же анализ не нуждается в предварительных оценках. Чтобы лучше усвоить теоретические основы, читателю рекомендуется поупражняться в вычислении рядов и преобразований Фурье для заданных функций (взяв, например, функции из раздела 2.4.3) и сравнить полученные результаты. Исчерпывающее обсуждение различных типов сигналов и их обработки с точки зрения техники связи выполнено в [1124]. Одним из достоинств анализа, основанного на вычислении энергетических спектров, по сравнению с гармоническим анализом является то, что он позволяет определять взаимные энергетические спектры. Взаимные энергетические спектры являются эффективным средством сравнения различных рядов данных в спектральной области.

Следует обратить внимание на замечание Б. Кинсмана в [811, с. 438], смысл которого состоит в том, что амплитудные спектры выборки из стационарного процесса не будут устойчивыми; вместо этого можно считать устойчивой изменчивость амплитуд. Поскольку в качестве меры изменчивости используется дисперсия, отсюда следует значение дисперсии энергетических спектров. В любом случае стационарность является идеализированным свойством реальных процессов. Теоретическое исследование корреляционных и спектральных свойств сейсмических волн, стационарных в пространстве и во времени, выполнено в [109]. Статисти-

ческая проверка стационарности при изучении микросейсм обсуждается в [618].

Уместно рассмотреть этот вопрос с философской точки зрения. Процессов строго стационарных в природе нет. Все процессы — лишь более или менее нестационарные. Считать процесс стационарным или нестационарным — зависит в основном от выбора масштаба времени. В геофизике стационарными или квазистационарными можно считать явления, изменяющиеся медленно, продолжительностью в несколько дней. Например, волны на поверхности океана, микросейсмы, погода. С другой стороны, мы привыкли считать быстро изменяющимися явления, подобные волне P , переходными и нестационарными.

Можно, например, считать процесс стационарным, если отношение его длительности A к интервалу наблюдений B превышает некоторый установленный предел, причем B содержит в себе много периодов. Тогда для микросейсмической бури при условии, что $A = 2$ дням, а $B = 1$ мин, получим $A/B \approx 3000$. В то же время для волны P любое нормальное значение отношения A/B будет заметно меньше, т. е. ниже «предела стационарности».

3.5.4. СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕРМИНОЛОГИЯ

В геофизической литературе встречаются разнообразные термины для определения спектров. Без дополнительных пояснений не всегда можно догадаться, о каком именно спектре идет речь. Вероятно, вообще не существует строгих правил идентификации спектров. Частично путаница происходит из-за того, что в определениях подразумеваются различные функции или переменные, входящие в уравнение спектра.

Исходя из общего вида функции спектра $X(x)$, можно назвать следующие три признака, необходимые для однозначного определения геофизического спектра: 1) физическая величина, которую X представляет; 2) размерность X ; 3) природа независимой переменной x .

Обзор признаков приведен в табл. 12. Для полного описания необходимо взять по одному признаку из какой-либо колонки, причем допускается любая комбинация из этих трех колонок. Это означает, что можно взять, например, энерго-частотный спектр дождевых осадков, амплитудно-волночисловой спектр силы тяжести, фазо-частотный спектр ускорения и т. п. Следует избегать таких терминов, как «временной спектр» и «пространственный спектр», иногда употребляемых вместо «частотный спектр» и «волночисловой спектр».

Кроме упомянутых спектров обычного типа, в более конкретных исследованиях могут употребляться специфические типы спектров, например спектры отклика в разработках, связанных с сейсмостойким строительством (см. раздел 7.1.7).

Использование термина «амплитуда» заслуживает специального пояснения. Любая периодическая кривая, изображающая смещение, скорость, ускорение либо какой-то другой параметр, имеет амплитуду. Это общее значение данного слова. Но в сейсмологии существует также и более ограниченное понимание слова «амплитуда», а именно как амплитуды смещения, а не скорости,

Т а б л и ц а 12

Характеристика признаков для определения спектра $X(x)$

Спектральная функция X		Независимый параметр x
Физическая величина	Размерность	
Смещение	Амплитуда (плотность)	Частота, волновое число
Скорость	Энергия (плотность)	
Ускорение	Фаза	—
Температура		
Воздушный поток	_____ амплитуда	—
	Кo-спектр	
Дождевые осадки	_____ энергия	
Геомагнитные элементы	_____ амплитуда	—
	Квадратурный спектр	
Сила тяжести	_____ энергия	

ускорения и т. п. Поэтому мы говорим не «амплитуда смещения», а просто «амплитуда», не «амплитуда скорости», а «скорость» и т. п.

До сих пор мы рассматривали лишь спектры простейшего вида. При переходе к спектрам более высоких порядков появляется необходимость соответственного расширения и терминологии. Эти вопросы будут освещены в следующем разделе.

В некоторых геофизических приложениях термин «спектр» употребляется вне какой-либо связи со спектрами, названными выше. Например, в [391, 1403] описаны скоростные спектры, оказавшиеся эффективными при выделении отражающих горизонтов в сейсморазведке. На скоростных спектрах по оси ординат откладывают осредненную по нескольким слоям скорость, а по оси абсцисс — время пробега отраженных волн по нормали к границе. Для каждого значения абсциссы наносят последовательность точек кривых, изображающих энергию как третью координату.

3.6. ДОПОЛНЕНИЯ К СПЕКТРАЛЬНЫМ МЕТОДАМ

В данном разделе будут рассмотрены дополнения, расширения и обобщения изложенных выше методов. Подобное рассмотрение представляется наиболее уместным из-за его тесной связи с теоретическими разработками, приведенными в предыдущих разделах. Несмотря на это, читатель при желании может перейти непосредственно к главе 4 без какого-либо нарушения последовательности изложения. В таком случае данный раздел можно будет прочесть позднее, например, после главы 6.

3.6.1. РАЗЛОЖЕНИЯ, ОТЛИЧНЫЕ ОТ РЯДОВ ФУРЬЕ

Не подлежит сомнению, что настала пора рассмотреть математические выкладки, выполненные выше. В главе 2 было показано, что выражения для спектра $F(\omega)$ вида (20) и (23) выведены из выражения для соответствующей функции времени $f(t)$ как бесконечная сумма функций синуса и косинуса, аналогичных (1). В настоящее время эта процедура настолько обычна в спектральном анализе, что мало кто обдумывает иные и, возможно, лучшие способы выполнения спектрального анализа. Не входя в подробное исследование этого взгляда, можно сформулировать несколько положений. Приведенные здесь традиционные разработки обладают тем преимуществом, что могут быть применены почти к любой функции времени $f(t)$. Условия Дирихле для применения этого метода к физическим явлениям не жестки, поэтому его без особых оговорок можно использовать для любой геофизической кривой.

Однако можно предположить, что некоторые кривые особой формы можно аппроксимировать с большей точностью, используя меньшее, чем в разложении (1), число членов. Например, кривую квадратной формы было бы проще представить в виде суммы некоторого числа квадратных импульсов, чем с помощью функций синуса и косинуса. Любую кривую можно аппроксимировать ступенчатой функцией, причем приближение будет тем лучше, чем меньше выбранные ступеньки. Этот принцип лежит в основе спектров Уолша, которые будут рассмотрены более подробно в разделе 3.6.2. Уже в [1426] описан способ разложения данной кривой на квадратные функции и показано, как использовать это разложение для определения обычных коэффициентов Фурье.

Сейсмические объемные волны являются переходными волновыми импульсами, имеющими часто небольшую длительность. В таких случаях могут оказаться предпочтительными другие методы. Например, при спектральном анализе переходных сейсмических импульсов обычно используется разложение в ряд Фурье [193]. Но этот способ неэффективен, поскольку в данном случае мы разлагаем переходное явление в ряд по стационарным функ-

циям. Более эффективный способ заключается в разложении переходных функций в ряд по функциям, обладающим свойствами самих переходных функций. Функции Лагерра обладают этим свойством. Преимущество использования в таких случаях функций Лагерра перед разложениями в ряд Фурье состоит в том, что количество необходимых членов разложения намного меньше (благодаря тому, что функции Лагерра аппроксимируют переходные импульсы намного лучше). Там, где может потребоваться несколько сот членов ряда Фурье, то же самое приближение к заданному сигналу можно достичь всего лишь несколькими десятками функций Лагерра. Более подробно эти функции можно найти в [425].

В некоторых случаях может оказаться полезным разложение и по другим функциям. Например, произвольная функция $f(t)$ может быть разложена в ряд по функциям Бесселя, который благодаря своему сходству с рядом Фурье называется рядом Фурье — Бесселя [193]. Разложение в ряд Фурье — Бесселя нашло применение при изучении пространственных вариаций силы тяжести [1444]. Для этой же цели было использовано разложение на суммы членов вида $(\sin x)/x$, где x — пространственная координата [1427, 1447]. Эти разложения (см. раздел 10.2.1) имеют то преимущество, что на некотором удалении от интервала наблюдения они дают близкие к нулю амплитуды в противоположность незатухающим амплитудам в случае рядов Фурье. Однако и в случае этих разложений понятие частоты теряется.

Аналогично функцию $f(t)$ можно разложить для $|t| \leq 1$ в ряд Лежандра [193]. Разложение по многочленам Лежандра как один из видов обобщенного Фурье-анализа предложен в [594]. Как уже отмечено в разделе 2.5.1, разложение функций по сферическим гармоникам имеет особую ценность для геофизики. Кроме того, нужно учитывать, что комплексное преобразование Фурье, рассмотренное выше, является всего лишь одним случаем из довольно большого числа различных интегральных преобразований [193].

Разложение в виде многочленов (особенно кубических многочленов) нашло применение для двумерного анализа потенциальных функций (силы тяжести, напряженности магнитного поля). При спектральных оценках кусочное разложение по двойным кубическим сплайн-функциям по сравнению с рядами Фурье дает более высокую точность для волн большой длины (см. раздел 10.2.1).

В математике известны и другие разложения в ряды (Тейлора, Маклорена, Лорана). Хотя для различных ситуаций могут оказаться подходящими несколько разложений, лишь только в случае применения рядов Фурье, преобразований Фурье и анализа по сферическим гармоникам можно говорить о частоте и спектре в привычном смысле этих терминов.

Существует несколько видов модифицированных разложений в ряд Фурье, которые получаются в результате использования зависящих от времени амплитуд. Эти модифицированные разложения лучше приспособляются к сигналу, чем разложения с постоянными амплитудами. Одно из модифицированных разложений в ряд Фурье имеет вид

$$f(t) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i(t) e^{-a_i t} \sin(\omega_i t + \varphi_i). \quad (47)$$

Частными случаями разложения являются: затухающая синусоида

$$f(t) = \sum_{i=1}^k A_{0i} e^{-a_i t} \sin \omega_i t \quad (48)$$

и функция Берлаге

$$f(t) = \sum_{i=1}^k A_{0i} t^{n_i} e^{-a_i t} \sin \omega_i t. \quad (49)$$

Затухающая синусоида использовалась, например, для аппроксимации волн S на записях последующих толчков ташкентского землетрясения 1966 г. [67]. Основная идея использования этих формул состоит в том, что, применяя функции, более похожие на запись волновых импульсов, можно представить их меньшим числом членов разложения по сравнению с обычным разложением в ряд Фурье по синусным и косинусным функциям. При спектральном анализе ограниченных во времени функций естественно ожидать лучшего представления результатов, когда используются способы, учитывающие зависимость амплитуды от времени. Этот принцип лежит также в основе метода, описанного в [1354].

Другое модифицированное разложение в ряд Фурье получается взвешиванием различных гармоник таким образом, чтобы функция $f(t)$ представлялась ограниченным числом N членов так же хорошо, как и большим числом обычных членов разложения Фурье:

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \sin nt) = \sum_{n=0}^N p_n (a_n \cos nt + b_n \sin nt). \quad (50)$$

Пример использования такого разложения в океанографии можно найти в [912, 1063, стр. 354—356].

Можно предложить и другие виды разложения функции на члены, учитывающие форму сигнала, например, разложение дисперсионных волн на составляющие, описываемые функциями с зависящей от времени частотой. Однако любая подобная попытка должна иметь определенную цель анализа, например:

1) если ищут только математическое выражение записи, то виды разложений на функции, близкие по форме к сигналам, с возможно малым числом членов, естественно, являются более предпочтительными;

2) если необходимо получить сведения о компонентах записи, то большее число членов разложения на функции простого вида, как правило, более информативно и легче интерпретируемо (например, через амплитуды и фазы).

Кроме того, легко понять, что использование различных аппроксимирующих функций для различных функций времени $f(t)$ вызовет большие трудности как в теории, так и в вычислительной практике. Следовательно, уравнение (1), без сомнения, обладает наибольшими потенциальными возможностями представления любой заданной кривой благодаря его большой гибкости и допущению единой и простой математической трактовки. Математическая простота обуславливается соотношениями ортогональности, выполняемыми для функций синуса и косинуса. Благодаря свойству ортогональности можно вычислять коэффициенты различных гармоник независимо друг от друга, что следует из (2) и (3). Использование других ортогональных функций должно приводить к соответствующим упрощениям.

3.6.2. СПЕКТР УОЛША

Данная тема тесно связана с предыдущим разделом и поэтому целесообразно рассмотреть спектры Уолша здесь, несмотря на то, что некоторые моменты связаны с последующими разделами данной книги (это касается формул для дискретного суммирования в разделе 4.5, и фильтрации в главе 6).

Спектральное разложение Уолша представляет собой способ анализа заданных функций, когда они разлагаются на сумму прямоугольных функций. В этом отношении этот способ в корне отличается от способов гармонического анализа, используемого в рядах и спектрах Фурье.

Функции Уолша, введенные в математику Дж. Л. Уолшем [1491], принимают значения только $+1$ или -1 . Они обозначаются символом $\omega_j(x)$, где индекс j — частота следования, а x — текущая переменная (время, длина). В литературе имеется несколько различных описаний функций Уолша, но мы следуем описанию, данному Д. Габбинсом, И. Сколларом и П. Внскирхеном [561], ввиду его простоты и проводимой аналогии между преобразованиями Уолша и Фурье. Намного более полное рассмотрение преобразований Уолша (в сопоставлении с преобразованиями Фурье) и их приложений к задачам теории связи можно найти в [594]. Функции Уолша представлены следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \omega_j(x) &= 0 \text{ при } x < 0 \text{ и } x > 1, \\ \omega_0(x) &= 1 \text{ при } 0 \leq x \leq 1, \\ \omega_{2j}(x) &= \omega_j(2x) + (-1)^j \omega_j[2(x - 1/2)], \\ \omega_{2j+1}(x) &= \omega_j(2x) + (-1)^{j+1} \omega_j[2(x - 1/2)], \\ & j = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

На рис. 25 изображены восемь функций Уолша, и чтобы лучше познакомиться с их структурой, рекомендуется сравнить эти графики, с формулами (51). Видно, что каждая последующая функция Уолша образуется из предыдущей путем ее сжатия на первой половине интервала x и повторения этого сигнала на второй половине интервала x с тем же или обратным знаком.

Несколько свойств функций Уолша вытекают непосредственно из их определения.

1. Индекс j в $w_j(x)$ равен числу нулей на интервале $0 < x < 1$ и называется частотой следования, являясь обобщенной частотой, аналогичной частоте в Фурье-анализе. С увеличением j растет и частота следования, что аналогично росту частоты в рядах Фурье (см. рис. 25).

2. Функции Уолша с четной частотой следования скачков симметричны относительно $x = 1/2$ (см. рис. 25). Отсюда следуют определения функций cal и sal по аналогии с функциями \cos и \sin :

$$\begin{aligned} w_{2j}(x) &= \text{cal}(j, x), \\ w_{2j+1}(x) &= \text{sal}(j, x). \end{aligned} \quad (52)$$

Функции Уолша являются ортонормированной последовательностью функций, т. е.

$$\int_0^1 w_i(x) w_j(x) dx = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i = j, \\ 0, & \text{если } i \neq j. \end{cases} \quad (53)$$

Это свойство делает их удобными для использования в преобразованиях и при вычислении спектров.

Формулы прямого и обратного дискретных конечных преобразований Уолша имеют вид

$$\begin{aligned} F(j) &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f(x_i) w_j(x_i), \\ f(x_i) &= \sum_{j=0}^{N-1} F(j) w_j(x_i). \end{aligned} \quad (54)$$

Очевидна полная аналогия с соответствующими формулами Фурье (см. раздел 4.5.3). Спектр $F(j)$ называется спектром Уолша.

Аналогичные дискретные формулы для двумерных преобразований Уолша записываются в виде

$$F(k, l) = \frac{1}{N^2} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} f(x_i, y_j) \omega_k(x_i) \omega_l(y_j),$$

$$f(x_i, y_j) = \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} F(k, l) \omega_k(x_i) \omega_l(y_j).$$
(55)

Дальнейшая оценка преобразования Уолша, вывод теорем, соответствующих теоремам преобразования Фурье, сравнение преобразования Уолша с преобразованием Фурье с точки зрения использования его в геофизике представляют огромнейшую ценность и интерес. Преобразование Уолша можно выполнить способом БПУ (быстрое преобразование Уолша) быстрее, чем преобразование Фурье. Имеется обширная литература по теории спектров Уолша и их использованию в технике. К настоящему времени опубликовано всего несколько примеров использования преобразования Уолша в геофизике. Один из них — использование анализа Уолша при обработке вертикальной составляющей воли Релея, возбужденных подземным ядерным взрывом, и сравнение результатов со спектрами Фурье [194].

В [258] предложено использовать спектр Уолша для передачи информации, например, сейсморазведочных записей, в уплотненном виде. Это достигается Уолш-преобразованием записи, последующим разрежением спектра по определенной схеме и, наконец, восстановлением первоначальной записи путем обратного преобразования разреженного спектра.

В [561] предложено использовать функции Уолша и некоторые другие двумерные функции скачков для цифровой фильтрации. Анализ по прямоугольным функциям обладает тем преимуществом перед анализом Фурье, что в нем отсутствует явление Гиббса (см. раздел 2.1.2). Весовые функции, используемые в анализе Фурье для уменьшения нежелательных явлений Гиббса, не нужны при использовании функций Уолша, так как эти функции приспособлены к разрывам анализируемой кривой. Подробное обсуждение фильтрации с помощью функций Уолша дано в [594]. Большие надежды возлагаются на то, что анализ Уолша окажется эффективным при спектральном анализе телеграфных сигналов, имеющих прямоугольную форму [1055]. Известно, что Фурье-анализ сигналов прямоугольной формы выполняется уже давно [939].

В заключение отметим характерные особенности преобразований Уолша и Фурье:

1) преобразование Уолша вычисляется проще и быстрее, так как используются только операции сложения и вычитания без умножений или расчетов показательных функций;

2) преобразование Уолша совершеннее в том смысле, что отсутствует явление Гиббса и не требуется применять временные весовые функции;

3) при вычислении корреляционных функций и свертков с помощью преобразования Уолша возникают сложности. В сейсмологии трудности обусловлены коррекцией записей за влияние функций отклика регистрирующей аппаратуры.

3.6.3. СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Полученный спектр $F(\omega)$, естественно, можно подвергнуть спектральному анализу и получить новый спектр второго порядка. Спектры функции $f(t)$ нашли применение в геофизических исследованиях для выявления периодичностей первого преобразования $F(\omega)$. Разумеется, подобный вычислительный процесс можно продолжать практически без какого-либо ограничения, но спектры высоких порядков не поддаются физически значимой интерпретации. Такое расширение спектральных представлений можно изобразить символически как

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega) \leftrightarrow \bar{f}(\bar{t}), \quad (56)$$

где последний символ обозначает спектр второго порядка первоначальной функции $f(t)$. Независимая переменная спектра второго порядка \bar{t} имеет размерность аргумента функции $f(t)$ и может быть названа периодичностью.

В качестве упражнения читатель может выписать выражения для последовательности спектров, исходя из примеров в табл. 5. Например, продолжая пару преобразований

$$\Pi(t) \leftrightarrow \text{sinc}(\omega/2\pi), \quad (57)$$

находим, что преобразования высших порядков будут попеременно Π - и синк-функциями, но с увеличивающимися ординатами. Аналогично и для пары

$$\Lambda(t) \leftrightarrow \text{sinc}^2(\omega/2\pi). \quad (58)$$

Пара $\delta(t) \leftrightarrow 1$ будет попеременно Λ и δ также с увеличивающимися ординатами. Функция Гаусса будет сохраняться независимо от числа последовательных операций, но и здесь ординаты растут, а кривая принимает попеременно две формы, изменяющиеся от преобразований к преобразованию.

Можно сказать, что функции $\Pi(t)$, $\Lambda(t)$, $\delta(t)$ имеют период повторения преобразований, равный 2, т. е. после двух последовательных преобразований восстанавливается первоначальная функция. В таком случае очевидно, что функция Гаусса имеет период, равный 1. Обобщая изложенное на произвольную функцию $f(t)$ путем повторного применения преобразования Фурье,

находим, что она имеет период, равный 4, с точностью до постоянного множителя (см. раздел 2.3.2):

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega) \leftrightarrow 2\pi f(-t) \leftrightarrow 2\pi F(-\omega) \leftrightarrow (2\pi)^2 f(t). \quad (59)$$

Только в некоторых частных случаях, подобных приведенным выше, период повторения может быть меньше 4. Например, если функция $f(t)$ четная, т. е. $f(t) = f(-t)$, то период повторения будет не больше 2. Повторная дифракция [870] является оптическим аналогом процесса образования спектров второго порядка.

Как видно из приведенного объяснения, определение спектра второго порядка вряд ли сообщает что-либо новое о функции $f(t)$ и ее спектральном составе. Такой подход к понятию спектра второго порядка полезен прежде всего с учебной точки зрения. Обычно используется более специальное и практически полезное определение спектра второго порядка как квадрата преобразования Фурье логарифма энергетического (или амплитудного) спектра [257, 1070]:

$$\bar{f}(\bar{t}) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \log |F(\omega)|^2 e^{-i\bar{t}\omega} d\omega \right|^2. \quad (60)$$

Преимущество использования логарифма заключается в том, что если $F(\omega)$ есть произведение двух или нескольких сомножителей, например, $F(\omega) = G(\omega)H(\omega)$, то спектр второго порядка будет суммой отдельных членов, а не произведением, и в нем четко проявится роль различных факторов. В работе [383] используется подобное определение, только без логарифма.

Учитывая, что $|F(\omega)|^2$, будучи преобразованием четной функции $C_{11}(\tau)$, сама является четной функцией, находим, что и $\log |F(\omega)|^2$ есть четная функция, откуда (60) можно записать в виде

$$\bar{f}(\bar{t}) = 4 \left[\int_0^{\infty} \log |F(\omega)|^2 \cos \bar{t}\omega d\omega \right]^2. \quad (61)$$

Спектр второго порядка, определенный выражением (61), но без логарифма, равен $4\pi^2 C_{11}^2(\tau)$, т. е. пропорционален квадрату функции автокорреляции.

Существует еще одно определение спектра второго порядка как обратного преобразования функции $\log F(\omega)$. Это определение использовано в [1439] для разделения эффектов, содержащихся в записях поверхностных волн и обусловленных множественностью путей распространения и кратностью источников.

Анализ спектра второго порядка — вполне естественная процедура в том случае, когда обычный спектр (первого порядка) имеет ярко выраженный колебательный (осциллирующий) характер. Такой случай встречается очень часто. Несколько примеров из сейсмологии: параметры источника землетрясений (колебания,

обусловленные конечной природой источника и кратными явлениями в очаге, см. раздел 8.1), реверберация и другие случаи конструктивной и деструктивной интерференции (см. раздел 7.1); на рис. 26 изображен один из таких примеров, где эхо-сигналы, являются частным случаем интерференции (см. раздел 8.4.3) и, наконец, воздействие частотных характеристик приемных систем. Все перечисленные примеры отображают явление интерференции (см. раздел 8.4.3). Конструктивная интерференция приводит к появлению спектральных максимумов, в результате деструктивной интерференции появляются спектральные минимумы. Обычно максимумы и минимумы появляются через регулярные частотные интервалы, которые генетически связаны с физическими причинами. Следовательно, в значениях частоты спектральных максимумов и минимумов могут содержаться ценные сведения о свойствах источника и среды, которые трудно извлечь из сейсмической записи другим способом. Иногда спектральные минимумы

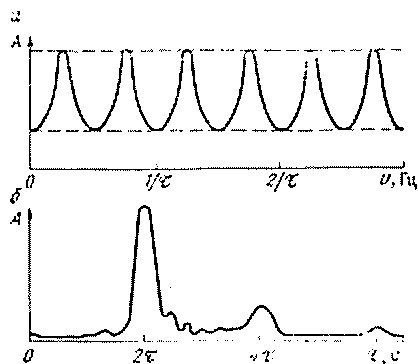


Рис. 26. Пример спектрального анализа второго порядка.

a — модуль вертикальной составляющей реакции слоя, лежащего на полупространстве, при нормальном падении волны *P*; *b* — спектр второго порядка, являющийся в данном случае модулем Фурье-преобразования амплитуды функции из *a*; τ — время пробега волны *P* через слой [170]

более остро очерчены и соответствуют строго определенным частотам, в то время как максимумы округлены. В таких случаях рекомендуется отсчитывать частоты минимумов. В других случаях наблюдается обратная картина, и тогда следует отсчитывать частоты максимумов. Все сказанное касается записей и других геофизических полей при наличии регулярной интерференции.

В [1071] спектры второго порядка использованы при исследовании речевых характеристик. Спектры второго порядка рассчитывались для коротких промежутков времени. При расчете спектров применялись скользящие взаимно перекрывающиеся временные весовые функции Хэмминга (см. раздел 4.4.4). Этот способ позволяет обнаружить изменения спектра во времени.

Отличный от спектрального анализа второго порядка способ определения главных частот ω основан на вычислении спектра гармонических произведений [1283], определяемого как

$$\log \sum_{n=1}^N |A(n\omega)| = \log [|A(\omega)| + |A(2\omega)| + \dots + |A(N\omega)|], \quad (62)$$

где A — амплитуда. Способ не нуждается в дополнительном преобразовании Фурье. Пример показан на рис. 27.

В геофизике нашел применение еще один способ вычисления спектров, особенно при обработке наблюдений земных приливов [59] с целью увеличения отношения сигнал/помеха и при исследовании периодичностей в климатологии [1372]. Этот способ заключается в последовательном вычислении корреляционных функций и соответствующих им спектров.

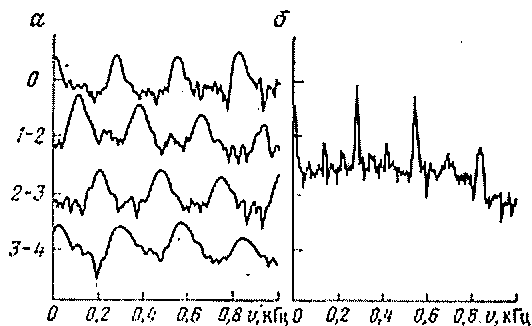


Рис. 27. Спектр гармонических произведений.
a — спектр 40-миллисекундного отрезка записи женской речи (спектр занимает полосу частот от 0 до 4 кГц и разделен на четыре части, причем целые значения частот указаны по оси ординат, а десятые доли — по оси абсцисс); *b* — спектр гармонических произведений спектра *a* [1283]

Первая (обычная) автокорреляционная функция

$$C_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) f(t + \tau) dt, \quad (63)$$

$$C_{11}(\tau) \leftrightarrow E_{11}(\omega).$$

Вторая автокорреляционная функция, т. е. функция автокорреляции первой автокорреляционной функции,

$$C_{11}^{(2)}(\bar{\tau}) = \int_{-\infty}^{\infty} C_{11}(\tau) C_{11}(\tau + \bar{\tau}) d\tau, \quad (64)$$

$$C_{11}^{(2)}(\bar{\tau}) \leftrightarrow E_{11}^{(2)}(\omega).$$

Аналогично можно образовать вторую взаимную корреляционную функцию:

$$C_{12}^{(2)}(\bar{\tau}) = \int_{-\infty}^{\infty} C_{11}(\tau) C_{22}(\tau + \bar{\tau}) d\tau, \quad (65)$$

$$C_{12}^{(2)}(\bar{\tau}) \leftrightarrow E_{12}^{(2)}(\omega).$$

3.6.4. ДВУМЕРНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Следующее обобщение касается расширения класса приведенных в данной главе функций на функции высших порядков. Если автокорреляционную функцию (1) назвать одномерной корреляционной функцией, то можно дать определение соответствующей

двумерной автокорреляционной функции, называемой также б и -
к о р р е л я ц и о н н о й функцией,

$$C(\tau_1, \tau_2) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) f(t + \tau_1) f(t + \tau_2) dt \quad (66)$$

и связанному с ней энергетическому спектру, называемому д в у -
м е р н ы м спектром (биспектром),

$$B(\omega_1, \omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau_1, \tau_2) e^{-i\omega_1\tau_1 - i\omega_2\tau_2} d\tau_1 d\tau_2. \quad (67)$$

В общем случае $B(\omega_1, \omega_2)$ состоит из действительной и мнимой частей аналогично обычному спектру Фурье. Обратное преобразование функции $B(\omega_1, \omega_2)$ полностью аналогично обычному обратному преобразованию Фурье. Из определения функции $B(\omega_1, \omega_2)$ непосредственно следует, что $B(-\omega_1, -\omega_2) = B^*(\omega_1, \omega_2)$. В силу симметрии, чтобы полностью определить $C(\tau_1, \tau_2)$ и $B(\omega_1, \omega_2)$, достаточно задать их соответственно в октантах $\tau_1 \geq \tau_2 \geq 0$ и $\omega_1 \geq \omega_2 \geq 0$. Поэтому на графиках обычно показывают только один октант [925, 355]. При дискретном представлении верхние пределы частот полагаются равными частоте Найквиста (см. раздел 4.3.2).

Эти понятия могут оказаться полезными при обработке временных рядов, распределенных по законам, отличным от нормального, так как для нормального процесса третьи моменты и биспектр равны нулю [647]. Продолжая этот процесс, можно образовывать триспектры и спектры более высших порядков.

Двумерные спектры использовались в волновом анализе для изучения нелинейных эффектов, вызванных взаимодействием волн различного типа, а именно: океанских волн на мелководье [610, 798]; колебаний уровня моря различной частоты [1034, 1219]; вариаций атмосферного давления различных периодов, в частности, годового периода и его высших гармоник [925]; перенос массы с помощью волн океана [355] и др. У поверхностных волн океана нелинейность уменьшается с глубиной, поэтому наблюдения одного и того же волнового движения воды могут различаться в зависимости от глубины. Записи давлений на дне будут существенно обеднены высокими частотами, так как слой воды играет роль фильтра низких частот.

Биспектральный анализ использовался для изучения не предсказанных теорией, но наблюдаемых в действительности спектральных пиков на записях свободных колебаний Земли [1572, 1571]. Эти пики отмечались на частотах, равных сумме или разности частот, которым соответствовали предсказанные теорией пики, и их возникновение объясняется нелинейными эффектами в поведении Земли как упругого тела. Приложение биспектрального анализа к гравиметрии дано в [793], причем здесь приходится преодолевать значительно большие затруднения, чем при

изучении океанских волн. Теория и практика двумерных спектров изложена также в [542, 618, 811, 1227]. По аналогии с определениями простых спектров введены также понятия, как бикогерентность, двумерная фаза [1219] и взаимный двумерный спектр.

Читатель может найти исчерпывающее обобщение совместного изучения более чем двух временных измерений (многомерный анализ) с привлечением теории матриц в [724, 1209]. Многомерный анализ может найти применение в сейсмологии для обработки

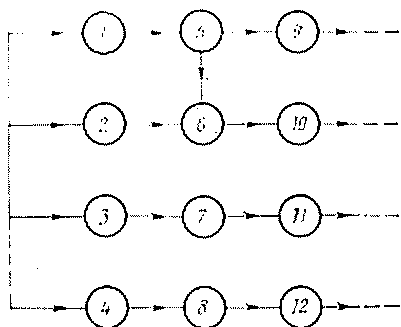


Рис. 28. Блок-схема связи между различными спектральными функциями.

1 — временной ряд $j(t)$; 2 — одномерная корреляционная функция или момент второго порядка; 3 — двумерная корреляционная функция или момент третьего порядка; 4 — n -мерная корреляционная функция или момент $(n+1)$ -го порядка; 5 — спектр; 6 — энергетический спектр; 7 — двумерный спектр (биспектр); 8 — n -мерный спектр; 9 — спектр второго порядка; 10 — энергетический спектр второго порядка; 11 — двумерный спектр второго порядка; 12 — n -мерный спектр второго порядка

параллельных записей сейсмоприемников, объединенных в некоторую приемную систему.

На блок-схеме рис. 28 наглядно показаны связи между спектрами различных порядков. Эта схема дана для одиночного одномерного ряда $j(t)$. Наиболее общий случай — обобщение схемы на функцию $f_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$, т. е. на многоканальный (n) многомерный (m) ряд. Как правило, только спектры низших порядков поддаются сколько-нибудь ясной физической интерпретации. Из подспектров только полиспектр первого порядка (обычный или взаимный энергетический спектр) и полиспектр второго порядка (двумерный спектр) находят полезные физические применения, причем последний — для изучения нелинейных явлений. Полиспектры следует четко отличать от спектров второго и более высоких порядков, что и отражено на рис. 28. Происхождение других названий энергетической спектральной плотности (спектр автокорреляции, спектр момента второго порядка) также объясняется на рис. 28. Спектры второго и более высоких порядков пока не нашли никакого применения в геофизике.

Введенные обобщения позволяют вычислять спектры для любой заданной функции $y = f(x)$ и, наоборот, вычислять обратные преобразования любого заданного спектра $y = f(x)$ при условии, что интегралы существуют. На схеме рис. 28 можно также предположить бесконечное расширение от временного ряда в противоположную сторону, совершая последовательно обратные преобразования. Отсюда напрашивается вывод о том, что вопрос, является ли данная функция $y = f(x)$ спектром или нет, не имеет

абсолютного значения, поскольку функция $y = f(x)$ может быть сразу и спектром функции, и обращением спектра. Разумеется, это практически бесконечное расширение в оба направления не является чем-то присущим только преобразованиям Фурье; этот процесс с определенными ограничениями справедлив для любой математической операции. Ясно, что из всех Фурье-преобразований преобладающее значение имеет сама исходная функция и ее первое Фурье-преобразование.

3.6.5. СПЕКТРЫ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ

Пересмотр и расширение понятий корреляционных функций и спектров в применении к нестационарным процессам (см. раздел 3.5.3), выполненное с точки зрения математической статистики, опубликовано в [74, 549, 746]. Соответствующее расширение на наблюдаемые ряды было бы крайне нежелательным. Следует заметить, что дело заключается не в механическом перенесении понятий, разработанных для стационарных процессов, на нестационарные. Такие понятия как спектр, частота и т. п., имеющие вполне определенный смысл в стационарном явлении, фактически нуждаются в определении также и для нестационарных. Критический обзор подобных определений и различных предложений по измерению спектров нестационарных функций выполнен в [916].

Частота имеет вполне определенный смысл для стационарных процессов, но в случае нестационарных процессов происходит непрерывное изменение частоты. Существует определенное противоречие между необходимостью выбора конечного интервала дискретизации для вычисления какой-то частоты и какого-то спектра и фактом непрерывного изменения частоты, требующим выбора бесконечно малого интервала дискретизации. Кажется неизбежным некоторый компромисс в отношении выбора величины интервала дискретизации. Широко известный пример изменения частоты вдоль трассы — дисперсные поверхностные сейсмические волны. Способы их обработки будут даны в разделе 7.2.

Влияние различных типов нестационарностей поля ветров на вычисленные спектры изучено в [169]. Нестационарности в виде резких импульсов (порывы ветра) увеличивают энергию высокочастотных компонентов, а в виде сдвигов (изменение направления ветра) увеличивают низкочастотную энергию. Авторы приходят к выводу, что в случае нестационарных временных рядов методика наблюдений должна обеспечивать получение эффективных схем выборки данных.

К нестационарным процессам очень полезным оказалось применение понятия текущего спектра (особый вид усеченных спектров дан в разделе 3.5.2). Применяемые схемы вычислений используют обычное выражение для Фурье-преобразования (23) из главы 2 только с той разницей, что пределы интегрирования изменены таким образом, чтобы учесть нестационарность. Сделать это можно двумя способами:

1) интегрированием от $-\infty$ до некоторого момента времени t_0 и дифференцированием результата;

2) интегрированием от t_0 до $t_0 + \delta t_0$, т. е. на небольшом отрезке времени.

Теперь обсудим эти два способа в порядке их перечисления.

Способ 1. Так называемые текущее преобразование и текущий спектр определяются как

$$F(t_0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (68)$$

в предположении, что $f(t) = 0$ для $t > t_0$ [1106, 1454, 1284, 913, 67]. Применяя теорему Парсеваля (см. раздел 3.3.2) к текущему преобразованию (68), находим

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(t_0, \omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{t_0} |f(t)|^2 dt.$$

Дифференцируя это выражение по верхнему пределу интеграла, получаем

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial t_0} |F(t_0, \omega)|^2 d\omega = |f(t_0)|^2. \quad (69)$$

Правая часть последнего выражения есть мгновенная мощность, т. е. мощность (энергия) в момент времени t_0 , согласно определению раздела 3.3.2. Как следствие (69) выражение

$$\frac{\partial}{\partial t_0} |F(t_0, \omega)|^2 \quad (70)$$

является мгновенной спектральной плотностью мощности (или энергии), опять в согласии с определениями раздела 3.3.2. Ее можно вычислить по $f(t)$, выполнив дифференцирование функции $|F(t_0, \omega)|^2$ с учетом (68). Однако, как указано в [1454], выражение (70) не дает однозначного представления мгновенной спектральной плотности энергии.

Способ 2. Иное определение мгновенного спектра предложено в [1180, 1181]. Вместо дифференцирования здесь выполняется интегрирование на коротком временном интервале, например от t_0 до $t_0 + \delta t_0$, и называется этот интеграл эволюционным спектром в момент времени t_0 [1182]. Другой способ заключается в вычислении спектров для последовательно расположенных перекрывающихся отрезков времени. Определения текущего и мгновенного спектров можно найти в книге А. А. Харкевича [74].

Текущий Фурье-спектр является эквивалентным зависящим от времени спектром и определяется как

$$F(t_0, \omega, \Delta t_0) = \int_{t_0 - \Delta t_0/2}^{t_0 + \Delta t_0/2} f(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (71)$$

где t_0 — центр весовой функции, длительность которой Δt_0 . Этот спектр F можно изобразить с помощью изолиний на графике с осями t_0 и ω . Этот способ был использован для анализа сложного (многократного) сейсмического события [1434]. Подобная методика применялась в недавних исследованиях дисперсии сейсмических поверхностных волн (см. раздел 7.2). Еще один способ вычисления комплексного текущего спектра частоты был предложен для обработки короткопериодных геомагнитных вариаций [445]:

$$F(t_0, \omega, \Delta t_0) = \int_{t_0 - \Delta t_0}^{t_0} \omega(t - t_0) f(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (72)$$

где $\omega(t - t_0)$ — временная весовая функция длительностью Δt_0 ; t_0 — конечная точка этой функции.

Практический способ вычисления текущего спектра дискретного ряда $f(t)$ называется комплексной демодуляцией, и его кратко можно объяснить следующей цепочкой шагов:

$$f(t) \rightarrow f(t) e^{-i\omega t} \rightarrow \text{сглаживание} \rightarrow F(t, \omega) \rightarrow |F(t, \omega)|^2. \quad (73)$$

В результате последнего шага получается текущий энергетический спектр.

Способ вычисления зависящей от времени спектральной плотности энергии по акселерограммам сильных движений предложен в [904] и назван способом вычисления эволюционной спектральной плотности энергии. Подобно другим зависящим от времени спектрам этот спектр отображает любую нестационарность процесса.

Следует отметить, что с помощью некоторых конструкций спектрографов можно получать текущие спектры, изображаемые графически на диаграммах с осями времени и частоты (см. разделы 1.6.2 и 1.6.3) [1070, 1540, 790]. Данный способ представления применим к любым явлениям, причем может дать намного более полную информацию, чем простой частотный спектр, в котором развитие процесса во времени потеряно.

Для простоты изложение в этом разделе велось только во временной и частотной областях. Но оно также применимо к пространственной и волночисловой областям. Только термины стационарность и нестационарность, используемые для временных рядов, заменяются на однородность и неоднородность в случае пространственных рядов.

Следует отметить, что понятия, разработанные выше, применимы и к корреляционным функциям. Например, текущая или локальная автокорреляционная функция используется при изучении пространственного распределения силы тяжести, в частности, при районировании полей [11].

ВЫЧИСЛЕНИЕ СПЕКТРОВ
НАБЛЮДЕННЫХ ДАННЫХ

В главе 3 мы познакомились с основными принципами, отличающими спектральный анализ наблюдаемых данных от спектрального анализа функций, заданных аналитически. Мы убедились, что нельзя обойтись без использования записей конечной длины и что перевод записей в цифровую форму является хотя и не обязательной, но очень важной процедурой. В данной главе мы попытаемся описать операции по спектральному анализу наблюдаемых данных, способы, их ограничения, погрешности и другие влияния, завершив изложение вычислительными схемами для спектральных расчетов. Мы будем придерживаться порядка, в котором различные операции применяются на практике.

4.1. ЦИФРОВЫЕ И АНАЛОГОВЫЕ ДАННЫЕ

4.1.1. СРАВНЕНИЕ ЦИФРОВЫХ И АНАЛОГОВЫХ СПОСОБОВ

Между цифровыми и аналоговыми способами сбора и обработки данных существует коренное различие.

1. Цифровые способы начинаются с ряда численных значений функции $f(t)$. До появления ЭВМ гармонический анализ выполнялся посредством специальных вычислительных схем, зачастую приспособленных к использованию простого настольного калькулятора. В настоящее время этот способ вытеснен вычислениями с помощью больших ЭВМ специальных машинных программ.

2. Аналоговые способы начинаются с аналогового представления функции $f(t)$ в графической, электрической или оптической форме. В разделе 1.6 был дан краткий обзор этих способов. Из них в геофизических исследованиях имеют практическое значение только те, которые используют запись в электрической аналоговой форме (переменная полосовая фильтрация или звуковые спектрографы) или в оптической аналоговой форме (оптические спектроанализаторы). Другие аналоговые способы в настоящее время представляют только исторический интерес.

Широкое применение спектрального анализа в геофизике является в основном результатом общедоступности больших ЭВМ в течение последних пятнадцати лет. Большая скорость вычислений, правильное программирование и универсальность ЭВМ

в отношении вычислительных задач открыли широкие возможности для геофизической спектроскопии. Поэтому в последующем мы сконцентрируем свое внимание на использовании современных ЭВМ для анализа. Обзор на современном этапе способов регистрации и обработки в сейсмологии дан в табл. 13.

Т а б л и ц а 13

Способы регистрации и анализа в сейсмологии

Анализ	Регистрация	
	Аналоговая	Цифровая
Аналоговый	1а) Частотно-модулированная на магнитную ленту	1б) Не существует
Цифровой	2а) Наиболее распространенный анализ обычных сейсмических записей или аналоговых магнитных записей	2б) Записи с помощью цифрового сейсмографа (на магнитной ленте или на другом носителе)

Наблюдаемые данные — преимущественно промежуточный продукт, т. е. выход из регистратора и в то же время вход в ЭВМ или другое обрабатывающее устройство. Форма представления выхода зависит от аппаратуры. С другой стороны, форма представления наблюдаемых данных на входе в ЭВМ или другого устройства должна соответствовать существующим для данной ЭВМ требованиям. Если эти две формы несовместимы, то появляется еще один этап в процессе, а именно, видоизменение выхода таким образом, чтобы он воспринимался ЭВМ или другим используемым устройством. Состояние 2а в табл. 13 обычное во многих отраслях геофизики, т. е. выход регистрирующей аппаратуры (запись) в аналоговой форме, а ЭВМ требуются данные на входе в цифровой форме. Отсюда следует задача дискретизации записи.

4.1.2. СПОСОБЫ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

Процесс дискретизации, без сомнения, является одним из узких мест при построении спектров. Поэтому на решение задачи простой и точной дискретизации записей были затрачены определенные усилия. Эта стадия работы фактически выполнялась с некоторым отставанием по сравнению с другими этапами. Ограничиваясь очерком основных принципов и не вдаваясь в детали описания аппаратуры, можно выделить всего четыре способа дискретизации или аналого-цифрового преобразования записи. Рассмотрим их в порядке возрастающей сложности.

1. *Ручная дискретизация* основана на отсчетах с помощью масштабных линеек. Это самый простой способ дискретизации, применявшийся в различных модификациях. Обычно приходится пользоваться увеличенной в 5—10 раз по сравнению с оригиналом

записью. В одной из модификаций используются две перпендикулярные шкалы (времени и амплитуды) для прямых отсчетов с увеличенной записи. В другой модификации оригинал записи проецируется на экран из миллиметровой бумаги и по трассе непосредственно делаются отсчеты. Существует несколько вариантов этой модификации. Затем отсчеты переносятся на перфокарты или перфоленты. Ручная дискретизация является наименее эффективным способом трансформации данных в цифровую форму, хотя ее точность при внимательной работе почти не уступает более сложным способам.

2. *Полуавтоматическая дискретизация*, при которой используются специальные механические дискретизаторы. Для облегчения процесса дискретизации был сконструирован ряд дискретизаторов. В общем они схожи по принципу действия, хотя в деталях конструкции могут отличаться. Самым обычным является дискретизатор барабанного типа, у которого запись помещается на обыкновенный бумажный барабан сейсморегистратора и считывается с помощью микроскопа. Отсчеты автоматически превращаются в электрические импульсы и подаются на цифровой вольтметр для перфорирования. Дискретизаторы подобного типа описаны в [7, 954, 1516]. Такое оборудование можно создать даже на скромные бюджеты обсерваторий. Что касается точности и скорости действия, то все эти аппараты успешно выдерживают сравнение с более дорогими устройствами, имеющимися в продаже. Учитывая большой объем данных, подлежащих дискретизации, наиболее практичным решением было бы оснащение вычислительных центров дискретизаторами общего назначения. Эффективным способом дискретизации записей всех типов, включая сейсмограммы, является использование фотограмметрических аппаратных систем, применяемых часто в физической географии для чтения карт. Именно так была в 1972 г. решена проблема дискретизации в Упсала. Увеличенная на телевизионном экране трасса обводится вручную, а перевод в цифровую форму совершается автоматически с записью отсчетов с установленным шагом дискретизации на магнитную ленту.

3. *Автоматические дискретизаторы*, использующие электронное оборудование. Здесь ручная работа исключена и процедура полностью автоматизирована. Приведем три примера из литературных источников. В [96] описан способ автоматической дискретизации сейсмической записи, который был первоначально разработан для дискретизации погодных карт. Сейсмограмма, записанная в виде прозрачной трассы на непрозрачном фоне, сканируется световым лучом по заданной программе. Каждый раз, когда световой луч пересекает трассу сейсмограммы, этот момент улавливается электроннолучевой трубкой и координаты этой точки запоминаются. Таким способом можно дискретизировать и многоканальные записи, у которых трассы не перекрываются. Этот способ оказался и точным, и быстрым.

В [255] описан способ автоматической дискретизации сейсмических записей с помощью электронного оборудования, разработанного ранее для обработки речевых и визуальных данных. Автоматический дискретизатор, специально разработанный для записей электромагнитных микровариаций, описан в работе [1], в которой обсуждаются и некоторые основные погрешности, совершаемые при переводе непрерывных кривых в цифровую форму.

4. *Регистрация в цифровом виде.* Дискретизация полностью исключается, если сама регистрирующая аппаратура дает на выходе запись в цифровом виде, пригодном для непосредственного ее использования на ЭВМ. Разработано несколько типов таких сейсморегистраторов, но они нашли ограниченное применение.

В [621] описан случай применения цифровой регистрирующей аппаратуры при изучении сейсмического шума. Выходные данные запоминались на перфоленте.

Спектральный анализ и другие операции выполнялись непосредственно на ЭВМ. Производилась также цифровая регистрация сейсмических и океанических волн с целью спектрального анализа [624].

В [428] описан цифровой сейсмограф, у которого выходные данные с емкостного преобразователя смещений подвергаются частотной модуляции и частотомер дает запись в цифровой форме. Частотная модуляция предпочтительнее амплитудной, так как частотомеры более точны и дешевле по сравнению с цифровыми вольтметрами той же точности. Цифровая запись может быть получена в любом виде: напечатанной, перфорированной или на магнитной ленте. Другая разработка такого способа — цифровой сейсмометр в Пасадене [991, 1147, 1340]. В нем используются цифровые вольтметры и магнитная запись. См. также [308].

В цифровом сейсмографе, описанном в [128], прямая дискретизация выходных данных не используется; вместо этого переводится в цифровую форму запись гальванометра, соединенного с сейсмометром. Использованный таким образом гальванометр служит фильтром низких частот, практически исключая эффект маскировки частот (см. раздел 4.3). Цифровые сейсмографы сделали возможным накопление амплитудных и фазовых спектров и вместе с этим создание библиотеки для исследований. Сейсмографная система для полевых работ с цифровой магнитной записью описана в [134].

При обсуждении различных способов перевода записи в цифровую форму мы обращали внимание в основном на сейсмографные записи. Причина этого заключается в том, что, судя по литературным источникам, этой отрасли геофизики было уделено больше внимания и здесь было сделано большинство разработок. Естественно, что перечисленные выше способы с небольшими, при необходимости, изменениями могут быть применены к любому виду геофизических записей.

4.1.3. МАГНИТНАЯ ЗАПИСЬ

Способы аналогового анализа, включающие в себя фильтрацию, спектральный анализ, поворот осей, отождествление волн и использующие аналоговые магнитные записи, полно описаны в [1380].

Магнитная запись (особенно в цифровом виде) имеет несколько преимуществ перед аналоговым фотографическим (осциллографическим) способом записи, которые можно сформулировать следующим образом:

1. Высокая информативность благодаря большому динамическому диапазону и широкополосной записи.

2. Воспроизводимость записей в различных вариантах, например, полосовая фильтрация, введение различных поправок, группировка трасс и т. д.

3. Удобство обращения, особенно в автоматических вариантах, и хорошая точность как при записи, так и при вычислениях спектров, корреляционных функций и т. п. Для построения спектров по магнитным записям можно успешно применять переменную узкополосную фильтрацию [555, 992, 1531].

Хотя цифровые сейсмографы [429, 991] и цифровая магнитная запись применяются все шире, мы считаем все еще очень важным изучение в деталях методики получения спектров по обычным аналоговым, как правило, осциллографическим сейсмограммам. Это тем более важно, если учесть, что глубокое понимание этой методики совершенно необходимо для полного учета тех многочисленных тонкостей, которые встречаются при расчете спектров по сейсмическим записям любого вида и с применением любой автоматической процедуры. Более того, обыкновенные записи на бумаге все еще настолько многочисленны, что при любом более или менее широком исследовании приходится обращаться к этим записям. Эти замечания, касающиеся сейсмических записей, можно распространить на все типы записей, рассматриваемые в данной книге.

4.2. ПОГРЕШНОСТИ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

Как и в любом другом физическом измерении, в процессе дискретизации также содержатся погрешности, которые могут повлиять на вычисляемый спектр. В этом разделе мы рассмотрим главные источники практических погрешностей и возможности их устранения. Пределы точности процесса дискретизации определяются качеством используемых записей, применяемой для дискретизации аппаратурой и, наконец, измерительными способностями самого оператора. Нужно также учитывать, что кроме неточностей измерений существуют ограничения по точности, присущие самому процессу дискретизации.

Чтобы оценить погрешности несовершенной дискретизации, необходимо сравнивать такие процедуры, в которых каждый раз

меняется только один параметр. Здесь под параметром понимается каждый фактор, оказывающий какое-либо влияние на процесс дискретизации, например, дискретизирующая аппаратура или методика, лицо, выполняющее дискретизацию (сравниваются как различные лица, так и действия одного и того же лица в различных ситуациях), качество используемой записи и т. п. Сравнивать можно как геофизические записи, так и теоретические кривые. Детальное и полезное обсуждение погрешностей дискретизации при обработке акселерограмм сильных движений сделано в [1435].

4.2.1. ПОГРЕШНОСТИ АППРОКСИМАЦИИ НЕПРЕРЫВНЫХ КРИВЫХ ДИСКРЕТНЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ

Перевод заданной непрерывной кривой в цифровую форму означает замену ее дискретными отсчетами, равномерно расположенными вдоль оси абсцисс. С помощью дискретных отсчетов первоначальная непрерывная кривая может быть аппроксимирована различными способами, три из которых поясняются рис. 29. Совершенно очевидно, что дискретизация вносит определенные погрешности, выражающиеся в отклонении от заданной, т. е. истинной кривой. Для оценки этих погрешностей рассмотрим случай, когда данная кривая аппроксимируется наклонными отрезками прямых линий, соединяющих точки отсчета, причем наклоны отрезков прямых равны наклонам заданной кривой. С учетом рис. 29 (особенно чертежа в верхнем левом углу) имеем следующие уравнения:

1) для прямой линии

$$y(x) = y(x_n) + (x - x_n) \left(\frac{dy}{dx} \right)_n,$$

2) для заданной кривой, включая производные второго порядка,

$$y(x) = y(x_n) + (x - x_n) \left(\frac{dy}{dx} \right)_n + \frac{(x - x_n)^2}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)_n.$$

Определим ординаты в точках $x_n + \Delta x/2$:

1) для прямой линии

$$y\left(x_n + \frac{\Delta x}{2}\right) = y(x_n) + \frac{\Delta x}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)_n.$$

2) для заданной кривой

$$y\left(x_n + \frac{\Delta x}{2}\right) = y(x_n) + \frac{\Delta x}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)_n + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^2 \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)_n.$$

Разность этих ординат дает искомое выражение

$$|\delta y|_{\max} \approx \frac{(\Delta x)^2}{8} \left| \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{\max}. \quad (1)$$

Ясно, что чем больше кривизна, т. е. $y''(x)$, тем больше погрешность, что также хорошо видно из рис. 29. То же самое выражение справедливо и для случая, когда дискретные точки соединяются прямыми отрезками (чертеж в верхнем правом углу рис. 29). Для других способов восстановления заданной кривой по дискретным данным можно вывести подобные соотношения.

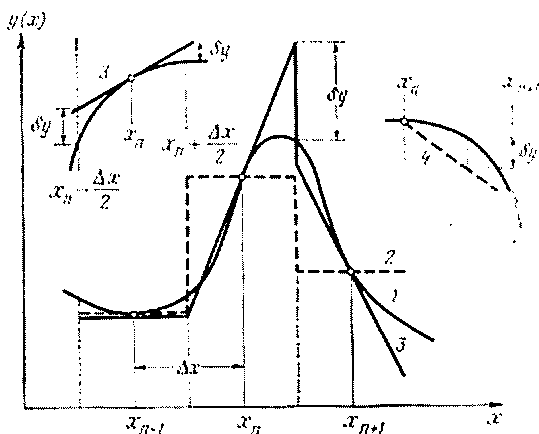


Рис. 29. Различные дискретные приближения.

1 — непрерывная кривая; 2 — приближение с помощью ступенчатой кривой; 3 — приближение с помощью касательных прямых; 4 — приближение с помощью прямолинейных отрезков

Из трех способов восстановления данной кривой по дискретным данным, изображенных на рис. 29, можно предпочесть способ прямолинейных соединений. Он обладает большей точностью по сравнению со способом аппроксимации кривой ступенчатыми функциями и не нуждается в знании наклонов, как этого требует способ касательных прямых.

Перечисленные погрешности обусловлены неполным совпадением непрерывной кривой с кривой, построенной по дискретным данным. Но, кроме того, нам нужно рассмотреть погрешности, возникающие из-за ограниченной точности используемого способа дискретизации. Их можно классифицировать следующим образом.

1. Погрешности дискретизации по времени, т. е. по Δx ; измененную величину Δx можно представить в виде суммы истинной Δx , обозначенной через $\Delta_0 x$, и погрешности δx :

$$\Delta x = \Delta_0 x + \delta x. \quad (2)$$

2. Погрешности квантования отсчетов амплитуды; если A — интервал квантования, то эта погрешность приводит к неопределенной величине

$$|\delta y|_{\max} = A/2. \quad (3)$$

Обе погрешности — квантования и ограниченной точности — эквивалентны случайным помехам, и к ним можно применить статистические методы [546, 942, 1277].

Объединяя погрешности пунктов 1 и 2, получаем правило выбора Δx и A таким образом, чтобы сделать погрешности δy , не превосходящими некоторое наперед заданное значение Δy :

$$|\delta y|_{\max} \approx \frac{(\Delta x)^2}{8} \left| \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{\max} + \frac{A}{2} \leq \Delta y.$$

Перезаписав это выражение для случая нашей временной функции $f(t)$, будем иметь

$$|\delta f|_{\max} \approx \frac{(\Delta t)^2}{8} |f''(t)|_{\max} + \frac{A}{2} \leq \Delta f. \quad (4)$$

Если точность отсчета A ограничена аппаратурой, то из этого соотношения можно найти максимальное Δt , при котором погрешности не превышают Δf . Этого будет достаточно для аналитического выражения погрешностей дискретизации. Перейдем к изучению влияния дискретизации на функции времени $f(t)$, причем как на теоретические, так и на наблюдаемые.

4.2.2. ПРОВЕРКА ТОЧНОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ КРИВЫХ

Если кривая задана математическим выражением, то спектр можно вычислить аналитически. Следовательно, спектр, полученный дискретизацией и последующим Фурье-преобразованием, можно сопоставить с теоретическим спектром. Это обеспечивает идеальную проверку точности процесса дискретизации.

Несмотря на то что возможна прямая проверка точности дискретизации, в [845] авторы предпочли вначале пропустить сигнал через сейсмограф, чтобы получить запись трассы и тем самым лучше имитировать сейсмологическую ситуацию. Они пользовались следующими двумя процедурами.

1. Первая процедура включала:

а) выбор аналитического выражения $f(t)$ для записи движения среды;

б) вычисление аналитически амплитудного спектра $F(\omega)$;

в) учет частотной характеристики аппаратуры $I(\omega)$ для получения амплитудного спектра аналитической трассы $G(\omega)$.

Краткая запись:

$$f(t) \rightarrow F(\omega) \rightarrow F(\omega) I(\omega) = G(\omega).$$

2. Вторая процедура включала:

а) выбор аналитического выражения для движения среды $f(t)$;

б) вычисление аналитически трассы записи $g(t)$ с использованием уравнения

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) I(\omega) e^{i\omega t} d\omega; \quad (5)$$

- в) перевод трассы $g(t)$ в цифровую форму вручную;
 г) вычисление спектра трассы $\bar{G}(\omega)$.
 Краткая запись:

$$f(t) \rightarrow g(t) \rightarrow \text{дискретизация} \rightarrow \bar{G}(\omega).$$

Эти два спектра $G(\omega)$ и $\bar{G}(\omega)$ отличаются тем, что в расчет спектра $G(\omega)$ входит дискретизация. Поэтому различия между

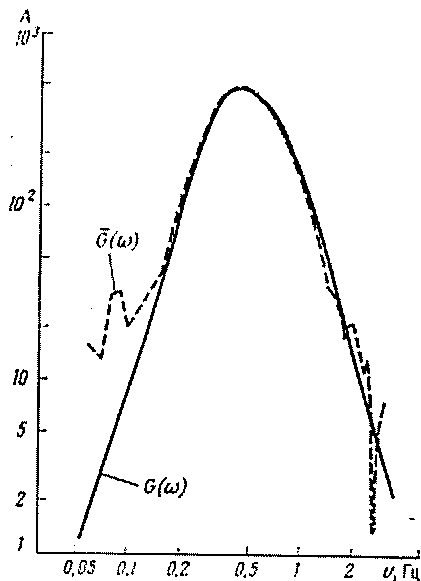


Рис. 30. Сравнение спектров импульса Берлаге, вычисленных аналитически $G(\omega)$ и по дискретным данным $\bar{G}(\omega)$ [845]

$G(\omega)$ и $\bar{G}(\omega)$ должны дать представление о погрешностях дискретизации.

В работе [845] была использована функция Берлаге (рис. 30)

$$f(t) = te^{-at} \sin \omega_0 t, \quad (6)$$

спектр которой (см. раздел 2.4.3, пример 27, табл. 5)

$$F(\omega) = 2\omega_0 z / (z^2 + \omega_0^2)^2, \quad (7)$$

где a , ω_0 — постоянные, а $z = a + i\omega$.

Из приведенного примера видно, что расхождения имеются и на высоких, и на низких по отношению к максимуму частотах, а наиболее достоверная полоса расположена между частотами 0,15 и 1,5 Гц, т. е. приблизительно симметрично относительно максимума по шкале логарифмической частоты. Качественно это можно объяснить следующим образом. Для максимальных амплитуд относительные погрешности дискретных выборок минимальны. Но для заметно меньших амплитуд (в данном случае для амплитуд, составляющих 6% и менее максимальной) относительные погрешности дискретизации становятся ощутимыми.

Кроме того, для оценки погрешностей дискретизации можно сравнивать две трассы, а именно, трассу $g(t)$, полученную аналитически из $f(t)$ с учетом влияния частотной характеристики аппаратуры, с трассой $\bar{g}(t)$, полученной с учетом частотной характеристики аппаратуры из дискретной функции $f(t)$.

4.2.3. ПРОВЕРКА ТОЧНОСТИ НАБЛЮДЕННЫХ ДАННЫХ

Если иметь наблюдаемую кривую, например сейсмограмму, то можно сравнивать спектры, полученные путем повторной дискретизации одной и той же записи, посредством различных методических приемов или различными лицами. Такие сравнения дадут только относительную меру точности, поскольку в данном случае

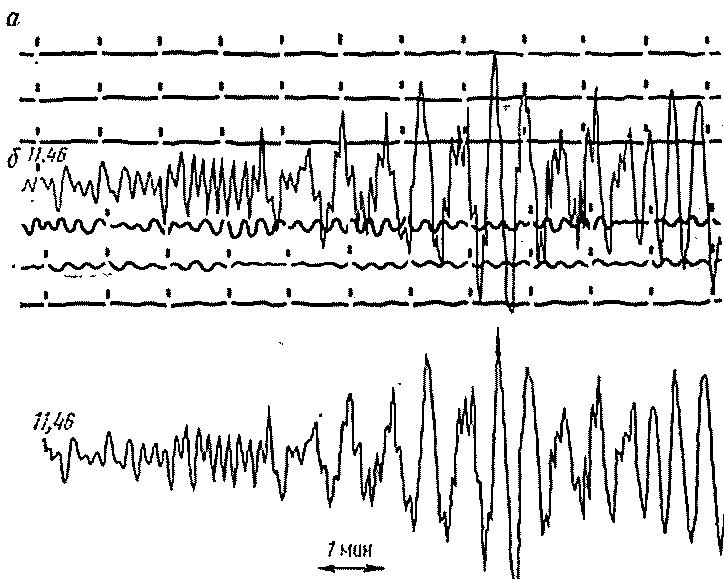


Рис. 31. Сравнение первоначальной записи (а) и записи, восстановленной по дискретным данным, (б) [400]

истинный спектр неизвестен. Проверки, основанные на повторной дискретизации записей короткопериодной Р-волны, обнаруживают заметные расхождения только для частот, меньших 0,5 Гц и больших 5 Гц. Абсолютную меру точности можно получить, например, восстановив первоначальную запись по дискретным данным и сравнив ее с первичной сейсмограммой (рис. 31).

Сейсмология является одной из областей, где погрешностям дискретизации уделено большое внимание. Здесь часто возникает необходимость дискретизации большого числа сейсмозаписей с целью последующего анализа [1066, 1277]. Выводы из этих исследований имеют более широкое применение, а разработанные приемы учета погрешностей могут использоваться при дискретизации записей различного вида. Рассмотрим два фактора, зависящих от характера анализируемой записи.

1. *Искажение записи.* При измерениях по геофизическим записям предполагается, что они точно сохраняют установленную

длину минут, например на короткопериодных сейсмических записях длина минуты равна точно 60 мм или 1 мм = 1 с. Часто записи не выдерживают это соотношение совершенно точно из-за неравномерной скорости вращения барабана регистратора, качества фотобумаги и т. п. Но даже крайние отклонения от установленного соотношения (при изменении длины минуты от 58,5 до 61,5 мм) не вызывают расхождений по частоте, превышающих 0,15 Гц в диапазоне 1—5 Гц. Эти расхождения пренебрежимо малы, а при желании их можно полностью устранить предварительным увеличением первоначальных записей. Однако фотоувеличение (в 5—10 раз) может внести искажения в первоначальную запись. Качество увеличения можно проверить путем увеличения миллиметровой шкалы и ее измерения. В [1277] приводится случай, когда искажение бумаги вызвало появление серьезных погрешностей.

Особая осторожность требуется при дискретизации записей, выполненных пером, укрепленным на рычаге, которое рисует круговые дуги вместо отклонений, перпендикулярных к оси времен. В каждый отсчет амплитуды следует вносить соответствующую временную поправку. Если в меньшие отклонения такие поправки не введены, то в расчетном спектре будут присутствовать ложные частоты.

2. *Характеристики трассы.* Трассы на фотобумаге обязательно имеют некоторую толщину линии, которая возрастает в результате увеличения трассы перед дискретизацией. Находить середину линии трассы бывает затруднительно, особенно в точках резкого изгиба (в максимумах и минимумах) на короткопериодных записях, где толщина линии еще более увеличена. Поэтому рекомендуется дискретизировать верхнюю и нижнюю кромки трассы и брать среднее из этих двух множеств отсчетов, прежде чем производить вычисления. Обычно все спектры (вычисленные по верхней и нижней кромкам трасс, а также по средней линии) хорошо согласуются между собой. Когда погрешности дискретизации возрастают (т. е. вне диапазона 0,5—5 Гц), эти три спектра начинают расходиться; спектр, соответствующий средней линии трассы, обычно оказывается средним двух других спектров.

4.2.4. ХАРАКТЕРИСТИКИ НУЛЕВОЙ ЛИНИИ

Изучая далее причины возникновения погрешностей дискретизации (абсолютных и относительных), следует учитывать, что измерения в принципе заключаются в считывании значений с двух взаимно перпендикулярных шкал — оси времен и оси амплитуд. Погрешности, содержащиеся по любой оси, вызывают погрешности дискретизации: амплитудный отсчет, например, зависит и от положения нулевой или базовой линии, и от характера измеряемой трассы.

Можно выделить несколько типов погрешностей из-за нулевой линии, которые исказят результаты, если не будут приняты меры

по их устранению. Первый тип связан с постоянным смещением нулевой линии параллельно самой себе. Второй тип связан с неточной ориентировкой базовой линии дискретизатора относительно нулевой линии записи, что вносит дополнительный наклон. Третий тип связан с характером самой записи, имеющей искаженную нулевую линию естественного происхождения.

1. *Смещение нулевой линии на постоянную величину.* Для удобства измерений при дискретизации придерживаются следующего правила: отсчеты функции $f(t)$ производятся не от истинной нулевой линии, а от линии, параллельной ей и расположенной так, чтобы все отсчеты были одного знака. Рассмотрим теперь влияние постоянного смещения, наложенного на измерения. Во временном представлении это равносильно введению постоянной составляющей. Это справедливо и для соответствующего разложения в ряд Фурье. Постоянный сдвиг повлияет только на постоянный член этого разложения (см. раздел 2.1.1). Имеется в виду, что и выбранная нулевая линия, и сама запись имеют бесконечную протяженность в обе стороны.

В случае преобразования Фурье ситуация будет иная [300]: и запись, и выбранная нулевая линия равны нулю вне интервала наблюдений. Это означает, что фактически измеряется не только запись, а запись плюс прямоугольная функция той же длины, что и запись. С помощью преобразования Фурье получим расчетный спектр с наложенной на него синк-функцией (см. пример 1 из табл. 5):

$$[f(t) + a_0] \omega(t) = f(t) \omega(t) + a_0 \omega(t) \leftrightarrow 1/2\pi F(\omega) * W(\omega) + a_0 W(\omega), \quad (\delta)$$

где $f(t)$ измеряется от настоящей нуль-линии, a_0 — постоянный сдвиг смещенной нуль-линии, а $\omega(t)$ — прямоугольная весовая функция времени (временное окно).

В случае преобразования Фурье нельзя рассматривать этот сдвиг как постоянную составляющую, поскольку он влияет на спектр. Так как синк-функция тем шире, чем уже отрезок записи, ясно, что спектр, рассчитанный для более короткого отрезка записи, будет более искаженным.

Поправку за смещение нулевой линии можно вводить или во временной, или в частотной области, но более удобно вводить ее во временной области перед дальнейшими вычислениями. Это правило сохраняет свою силу и в других случаях, требующих корректировки нулевой линии.

2. *Неточная ориентировка базовой линии относительно нулевой.* Если нулевая линия, используемая при дискретизации, перекошена или каким-то образом деформирована, то это исказит вычисляемый спектр. В этом случае анализируется не только сама запись $f(t)$, но и переменная во времени нулевая линия $f_1(t)$, т. е. анализируемая функция имеет вид

$$f(t) + f_1(t).$$

Соответствующий спектр равен

$$F(\omega) + F_1(\omega),$$

отличаясь от истинного спектра $F(\omega)$.

Если функции $f_1(t)$ известны, то легко вычислить и $F_1(\omega)$. Подобные примеры можно найти в [25]. На практике проблема состоит в том, что $f_1(t)$ наперед неизвестна и ее нужно отыскать.

Влияние наклона базовой линии проявляется следующим образом. Присутствие наклона a означает, что вместо истинных отсчетов $f(t)$ получаются ложные $f(t) - at$. Как было показано в разделе 2.1.2 в случае пилообразной кривой, член at можно разложить в ряд Фурье:

$$at = 2a \left[\frac{\sin t}{1} - \frac{\sin 2t}{2} + \frac{\sin 3t}{3} - \dots \right]. \quad (9)$$

Это означает, что член at вызовет искажение частотного состава функции $f(t)$ и приведет к ошибочным результатам. Из (9) следует, что искажение будет тем меньше, чем меньше наклон a , и полностью исчезает при $a = 0$.

В частотной области, соответственно, спектр сигнала $F(\omega)$ будет искажен спектром наклонной базовой линии $F_1(\omega)$. Результирующий спектр $F(\omega) + F_1(\omega)$ будет тем больше, чем больше наклон. Учитывая пример 21 из табл. 5 раздела 2.4.3, ясно, что наклон сильнее всего исказит низкие частоты.

Для оценки влияния наклона в конкретном случае полезно повторить дискретизацию и вычисление спектра для серии искусственно введенных, известных наклонов [787]. При дискретизации сейсмических записей часто бывает трудно определить местоположение истинной нулевой линии. Особенно легко исказить нулевую линию у коротких сигналов. Поэтому рекомендуется определять точное положение нулевой линии по более длинной записи, продолжающейся в обе стороны от анализируемого сигнала.

Нерегулярность нулевой линии у акселерограмм отмечена несколькими наблюдателями. Причина частично заключается в том, что большинство акселерометров начинают работать от самого землетрясения и нулевая линия до записи отсутствует. В [1519] нерегулярность объясняется наложением ложных импульсов и длиннопериодных колебаний; найдено, что их влияние на расчетные спектры особенно велико в длиннопериодном диапазоне. Коррекция акселерограмм с помощью многочлена второй степени, коэффициенты которого определены с помощью различных предположений, описана в [697].

Особая предосторожность требуется при обычной в сейсмологии записи на барабан, когда запись в действительности является спиралью, не будучи строго перпендикулярной к направлению отклонения гальванометра. Ось x дискретизатора обычно ориентируется параллельно трассе. В рассматриваемом случае это при-

ведет к погрешностям в спектрах (к усилению низких и высоких частот, как показано на рис. 32). Истинный спектр получился бы в том случае, если бы ось y дискретизатора была сориентирована в направлении отклонения гальванометра. Запись на барабан показана на рис. 32, а, а неидеальный случай — на рис. 32, б. Поступать можно двояко: правильно ориентировать дискретиза-

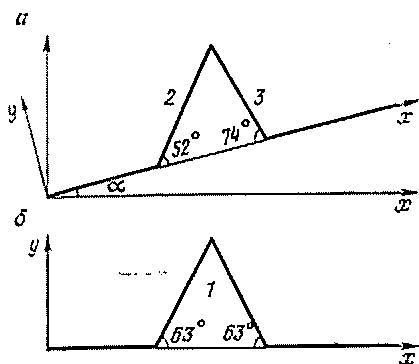


Рис. 32. Искажения спектров вследствие неправильной ориентировки осей дискретизатора

1 — схематизированный сейсмический импульс; 2 — замедленное увеличение амплитуды сигнала, приводящее к подчеркиванию низких частот; 3 — убыстренное уменьшение амплитуды сигнала, приводящее к подчеркиванию высоких частот

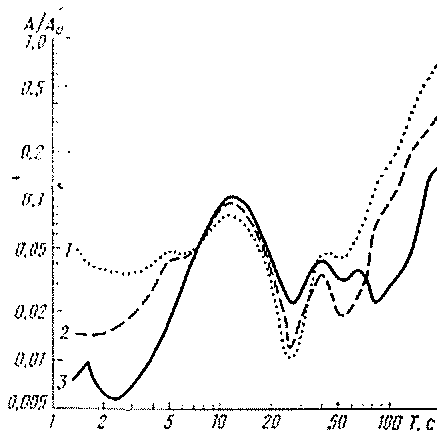


Рис. 33. Искажения спектров вследствие неправильной ориентировки осей дискретизатора.

1 — ось x дискретизатора параллельна трассе; 2 — ось x дискретизатора перпендикулярна к оси барабана; 3 — ось x дискретизатора перпендикулярна к направлению отклонения гальванометра

тор или исключить линейный тренд. Этот источник погрешностей часто считается пренебрежимо малым, но в [716] показано, что спектральные погрешности могут быть ощутимыми, особенно для длиннопериодных сигналов (даже если их α около $0,3^\circ$) (рис. 33). Поскольку отсчеты всегда берутся в направлении, перпендикулярном к оси x дискретизатора, в случае наклонной нулевой линии присутствуют также угловые эффекты второго порядка.

Ситуация несколько отличается, если базовая линия иудулирует. И без расчетов ясно, что подобные иудуляции искажат спектр на величину спектра базовой линии [939]. Такие искажения могут возникнуть из-за дефектов дискретизаторов. Вместо исправления отсчетов в таком случае лучше всего заменить или отремонтировать сам дискретизатор. Например, если базовая линия на некотором участке имеет прямоугольную форму, это, естественно, приведет к наложению соответствующей ей синк-функции на вычисленный спектр.

3. *Нежелательные флуктуации записи.* Искажения могут возникать из-за природы самой записи. Это случается, когда анализи-

руемый сигнал накладывается на волновое движение значительно большего периода. Такие случаи обычны в метеорологии, например, при анализе суточных вариаций температуры в течение двух месяцев. Здесь суточные вариации наложены на часть годовой. Можно наблюдать искажения и на сейсмической записи, когда, например, короткопериодная волна Р регистрируется на фоне длиннопериодных поверхностных волн от предыдущего землетрясения или же имел место медленный дрейф нулевой линии в момент вступления волны Р. Другие примеры — помехи, вызванные земными приливами, или помехи, вызванные неустойчивой работой измерительной аппаратуры [262, 1108, 1262]. В любом случае до проведения спектрального анализа долгопериодный тренд следует исключить или скорректировать при вычислениях.

Поскольку искажения базовой линии, перечисленные в данном пункте, более многообразны по сравнению с искажениями пункта 1, поэтому способы их устранения, называемые способами исключения тренда, также более разнообразны [204, 1209]. Ниже приводятся способы исключения тренда, применяемые в геофизике, в порядке возрастающей сложности.

Исключение линейного тренда применено в [1002] при обработке наблюдений вековых движений земной коры и в [946] при обработке палеомагнитных данных. В [1534] разработан подобный способ исключения непериодических магнитных вариаций.

Для исключения неизвестных трендов при гармоническом анализе данных об уровне моря, океанических приливах и деформациях земной коры используются полиномы. В данном случае к гармоническому разложению прибавляется ортогональный полином Чебышева [61, 664, 906, 1035, 1230]. Этот способ может иметь более широкое применение [1205, 1229, 1578]. Коррекция центральной линии с помощью полиномов второй степени разработана в [1277] для случая акселерограмм сильных землетрясений. При обработке акселерограмм сильных землетрясений обычно использовалась параболическая коррекция базовой линии. Недавно был предложен усовершенствованный способ коррекции базовой линии, основанный на последовательной фильтрации [1431] и особенно эффективный при обработке длиннопериодных записей.

Исключение тренда с помощью рядов Фурье эффективно, когда анализируемые данные состоят из периодических и непериодических компонентов, т. е. 1) одна часть данных с известными периодами имеет ясные физические связи с определенными причинными факторами, например гравитационными эффектами; 2) другая часть, значительно менее детерминированная, вызывается различными факторами, видоизменяющими основной эффект.

Примерами таких данных являются наблюдения приливов в атмосфере, океане и твердой Земле. Сюда можно отнести все

случаи, когда хотя бы часть наблюдаемого геофизического явления генерируется хорошо известным источником с ярко выраженными периодическими свойствами.

Итак, наблюдаемые величины $f(t)$ слагаются из двух частей:

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t). \quad (10)$$

Функция $f(t)$ разлагается в ряд Фурье, и затем этот ряд вычитается из наблюдаемых данных $f(t)$. Разложение Фурье соответствует преимущественно функции $f_1(t)$, поэтому разность будет равна $f_2(t)$, или

$$f_2(t) = f(t) - f_1(t). \quad (11)$$

Остаток $f_2(t)$ затем подвергается спектральному анализу. Преимущество такой обработки заключается в том, что малые вариации функции $f_2(t)$ подвергаются более тонкому анализу по сравнению с тем случаем, когда они скрыты наложенной функцией $f_1(t)$. Этот способ использован в [447] для обработки стереофотографических наблюдений поверхности океана с целью спектрального анализа волн в океане. При этом для устранения функции $f_1(t)$ было использовано разложение в ряд Фурье с десятью гармониками.

Исключение двумерного тренда с помощью метода наименьших квадратов при изучении поверхности океана описано в [811, с. 462—63], а при интерпретации гравитационных и магнитных аномалий — в [13]. Использование сферического гармонического анализа для исключения тренда в глобальных магнитных полях приведено в [304].

4.2.5. НЕРАВНОМЕРНАЯ ДИСКРЕТИЗАЦИЯ

Иногда неравномерная дискретизация по времени используется преднамеренно; при этом в местах резких изгибов кривой точки отсчета располагаются плотнее. Это может привести к более точному воспроизведению заданной кривой, чем при равномерной дискретизации. Вопрос выбора равномерной или неравномерной дискретизации имеет несколько сторон, которые можно изложить следующим образом.

1. В зависимости от способа дискретизации: равномерная дискретизация практически неизбежна, когда имеют дело с магнитными записями, или при автоматизированной дискретизации; в случае ручной дискретизации имеется свобода выбора.

2. В зависимости от частотного состава записей: в случае равномерной дискретизации интервал дискретизации $\Delta t \leq 1/2\nu_N$, где ν_N — наивысшая частота, представленная в записи (см. раздел 4.3). Для неравномерной дискретизации такого правила не существует, Δt может изменяться вдоль трассы в соответствии с изменением ν_N . Это всего лишь иное выражение того правила, что Δt должно быть меньше в местах резких изгибов, соответству-

ющих высоким частотам, и больше на более плоских отрезках трассы, соответствующих более низким частотам ν_N .

3. В зависимости от точности восстановления кривой: неравномерная дискретизация может обеспечить более точное восстановление кривой при искусном выборе точек отсчета. Это значит, что неравномерная дискретизация может обеспечить более точное восстановление по значительно меньшему числу отсчетов. Это же следует естественным образом из пункта 2.

4. В зависимости от последующих вычислений: для большинства расчетов проще всего располагать отсчетами через равные интервалы. Однако следует все-таки взвесить неудобства, связанные с неравномерной дискретизацией, и преимущества, обусловленные меньшим числом отсчетов.

Способы спектральных расчетов, приведенные ниже (разделы 4.5 и 4.6), предполагают равномерную дискретизацию. Но, если заданная кривая $f(t)$ дискретизована неравномерно, при расчете спектра $F(\omega)$ можно пойти любым из следующих двух путей.

1. Перед вычислением спектров из неравномерно распределенной последовательности отсчетов получить равномерно распределенную последовательность. Выравнивание интервалов дискретизации обычно выполняется одним из следующих способов:

а) с помощью линейной интерполяции; способ применим, когда отсчеты расположены достаточно близко, чтобы линейная интерполяция обеспечивала необходимую точность;

б) с помощью синусоидальной интерполяции; иногда используется при обработке акселерограмм, когда считываются только максимумы и минимумы. В этом случае синусоидальная кривая дает лучшее приближение к истинной кривой, чем линейная интерполяция [200]. Как вариант может использоваться и полиномиальная интерполяция.

2. Рассчитать Фурье-спектр непосредственно по неравномерно распределенной последовательности отсчетов.

Второй путь используется, например, когда функция $f(t)$ аппроксимирована прямолинейными отрезками разной длины. Применяя теорему о производной (см. раздел 2.3.6)

$$f''(t) \leftrightarrow -\omega^2 F(\omega), \quad (12)$$

получаем следующее выражение:

$$F(\omega) = -\frac{1}{\omega^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df'}{dt} e^{-i\omega t} dt = -\frac{1}{\omega^2} \sum_{n=0}^N (f'_{n+1} - f'_n) e^{-i\omega t_n}, \quad (13)$$

где f'_n — тангенс угла наклона n -го отрезка с конечной точкой на времени t_n .

Этот способ, исключая необходимость равномерной дискретизации с заранее предписанным интервалом, использовался для спектрального анализа переходных (аперiodических) сигналов [1136].

Применяя теорему о производной к первой производной $f'(t)$

$$f'(t) \rightarrow i\omega F(\omega), \quad (14)$$

получаем, по аналогии, следующую формулу для вычисления $F(\omega)$ также по неравномерно распределенной последовательности отсчетов:

$$F(\omega) = \frac{1}{\omega} \sum_{n=0}^N (f_{n+1} - f_n) e^{-i/2 [\omega (t_{n+1} + t_n) + \pi]}. \quad (15)$$

При использовании выражения (13) необходимо вычислять тангенсы углов наклона, а при использовании (15) этого не надо делать. В то же время экспоненциальный множитель в выражении (15) немного сложнее множителя в выражении (13). Сравнение достоинств формул (13) и (15) на теоретических или экспериментальных примерах предоставляется читателю в качестве упражнения.

Разработаны способы спектральных вычислений для частных видов неравномерной дискретизации, например для такого случая, когда отсчеты (времени) берутся в нулевых точках заданной функции $f(t)$ [282]. Вопросы, связанные с неравномерной дискретизацией акселерограмм сильных землетрясений, были исследованы в [1066].

4.3. ЯВЛЕНИЯ МАСКИРОВКИ ЧАСТОТ ИЗ-ЗА ЭФФЕКТОВ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

4.3.1. ТЕОРЕМА ОТСЧЕТОВ

В разделе 3.5.1 было показано, что длина записи T определяет основной период или самую низкую частоту спектрального разложения. С другой стороны, интервал дискретизации Δt определяет самую высокую разрешимую частоту. Следовательно, для определения одного периода необходимы по меньшей мере три отсчета (три точки), т. е. два временных интервала, равных $2\Delta t$ (рис. 34). Это значит, что самый короткий период, который можно обнаружить, равен $2\Delta t$, или что наивысшая разрешимая частота равна $1/(2\Delta t)$. Частотный предел вычисляемого спектра называется частотой свертывания или частотой Найквиста [1086], а иногда пределом Шеннона. Другими словами, частота свертывания равна половине частоты отсчетов $1/\Delta t$.

Более строго теорему отсчетов можно вывести следующим образом. Предположим, что $F(\omega)$ имеет граничную частоту ω_M , так что $F(\omega) = 0$ для $|\omega| \geq \omega_M$. Иными словами, ω_M — самая высокая частота спектра $F(\omega)$. Тогда спектр можно представить в виде произведения функции $F(\omega)$ и прямоугольной

функции и затем найти его обратное преобразование (см. пример 2 табл. 5):

$$F(\omega) = F(\omega) \cdot \prod \left(\frac{\omega}{2\omega_N} \right) \leftrightarrow f(t) * \frac{\sin \omega_N t}{\pi} = f(t) * \frac{\omega_N}{\pi} \operatorname{sinc} \frac{\omega_N t}{\pi} =$$

$$= f(t) * \frac{1}{\Delta t} \operatorname{sinc} \frac{t}{\Delta t} = \sum_n f(t_n) \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta t} (t - t_n)}{\frac{\pi}{\Delta t} (t - t_n)} = f(t). \quad (16)$$

Соотношение (16) выражает теорему отсчетов: если спектр $F(\omega)$ имеет граничную частоту ω_N , то функция $f(t)$, соответствующая

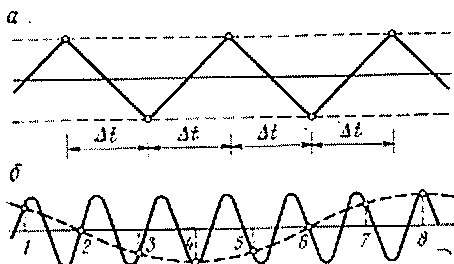


Рис. 34. Дискретизация данных.

a — схема, поясняющая необходимость по меньшей мере двух отсчетов на период; *b* — схема, поясняющая эффект маскировки (наложения) частот. Видно, что при изменении интервала дискретизации и начальной точки получаются различные амплитуды, частоты и фазы [281].

этому спектру, полностью определяется ее значениями (отсчетами), взятыми через одинаковый интервал Δt , где

$$\Delta t = \pi/\omega_N = 1/2\nu_N. \quad (17)$$

Более полное обсуждение теоремы отсчетов можно найти в работах [274, 811, 1012, 1124, 1126].

4.3.2. ЧАСТОТНЫЕ ГРАНИЦЫ СПЕКТРОВ

Частотные границы спектров в условиях конечной длины анализируемой записи T и конечного интервала дискретизации Δt можно определить с помощью следующих правил.

1. Длина записи T определяет нижнюю частотную границу спектра: $\nu_1 = 1/T$.

2. Интервал дискретизации Δt (называемый также интервалом Найквиста) определяет верхнюю частотную границу спектра: $\nu = 1/(2\Delta t) = N/2T$, где $N + 1$ — число отсчетов. Искажение вычисленного спектра более высокими частотами, чем ν_N , называется маскировкой частот под частоты истинного спектра. Иногда это явление называется свертыванием спектра (см. раздел 4.3.3).

3. Спектральная разрешающая способность, т. е. разность между последовательно разделившимися частотами, равна $\Delta\nu = 1/T$. Она называется ко-интервалом Найквиста.

Правила 1 и 2 можно выразить в виде неравенства

$$1/T \leq \nu \leq N/2T \quad (18)$$

или равенства

$$v = m/2T,$$

где $m = 2, 3, \dots$

Низшая (основная) частота, которая определяет спектральное разрешение (интервал между последовательными частотами), равна $1/T$. Длина записи по-разному влияет на Фурье-преобразование и энергетический спектр, полученный преобразованием автокорреляционной функции. При длине записи T диапазон изменения переменной τ в функции $C_{11}(\tau)$ равен $2T$. Отсюда получаем результаты, сведенные в табл. 14.

Таблица 14

Зависимость разрешенности от длины записи

Функция	Диапазон	Разрешенность (основная частота)
$f(t) \leftrightarrow F(\omega)$	$-T/2 \leq t \leq T/2$	$1/T$
$C_{11}(\tau) \leftrightarrow E_{11}(\omega)$	$-T \leq \tau \leq T$	$1/2T$

Прежде чем перейти к следующему вопросу, сделаем несколько замечаний относительно приведенных выше правил. Обе частотные границы связаны между собой уравнением $(N/2) v_1 = v_N$. Рассмотрим разложение $f(t)$ в ряд Фурье с использованием $N + 1$ отсчетов [формула (1) в главе 2]. Следовательно, можно написать $N + 1$ линейных уравнений с $N + 1$ неизвестными: a_0, a_n, b_n . Таким образом, заданные отсчеты функции $f(t)$ позволяют определить коэффициенты a_n и b_n вплоть до $N/2$ -й гармоники. Если N — четное, то высшая гармоника имеет порядок $N/2$, если же N — нечетное, то высшая гармоника имеет порядок $(N + 1)/2$. Результат, полученный для функции $f(t)$, приложим и к функции $F(\omega)$ через преобразование Фурье. Этот результат подтверждает вывод, касающийся частоты Найквиста или свертывания, сделанный выше графическим путем.

Таким образом, ссылаясь на любой рисунок, изображающий дискретное представление непрерывной кривой (например, рис. 42), будем придерживаться следующих обозначений: число интервалов N ; число отсчетов $N + 1$, т. е. $0, 1, 2, \dots, N$; число значимых гармоник $n = N/2$ для N четного и $n = (N + 1)/2$ для N нечетного.

4.3.3. МАСКИРОВКА ЧАСТОТ И ЕЕ УСТРАНЕНИЕ

Под маскировкой частот далее понимается явление наложения спектральных компонентов с частотами выше граничной частоты Найквиста v_N , присутствующих в записи, на спектральные компоненты с частотами ниже v_N . Это явление приводит к тому, что

компоненты с частотами, симметричными относительно частоты Найквиста, искажают друг друга. Отсюда происходит другое название для ν_N — частота свертывания (сложения). Маскировка частот вызывает специфическое искажение спектра в полосе с частотами ниже граничной. В разделе 4.2 мы познакомились с некоторыми другими видами спектральных искажений. Рассмотренные в разделе 4.2 эффекты имеют преимущественно низкочастотную природу, а маскировка частот вызывается наличием в записи высокочастотных компонентов.

Явление маскировки частот требует специального объяснения, поэтому рассмотрим пример, подробный вывод которого содержится в [939, стр. 187]. При разложении функции в ряд Фурье точные гармоники до порядка $N/2$ получаются только в том случае, когда отсутствуют высшие гармоники. Если же имеются высшие гармоники, то они повлияют на значения гармоник порядка ниже $N/2$. Рассмотрим ряд Фурье:

$$f(t) = a_0 + \sum_n a_n \cos nt + \sum_n b_n \sin nt. \quad (19)$$

Предположим, что заданы четыре отсчета функции $f(t)$:

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= a_0 + \sum_n a_n, \\ f\left(\frac{\pi}{2}\right) &= a_0 + \sum_n a_n \cos \frac{n\pi}{2} + \sum_n b_n \sin \frac{n\pi}{2}, \\ f(\pi) &= a_0 + \sum_n a_n \cos n\pi, \\ f\left(\frac{3\pi}{2}\right) &= a_0 + \sum_n a_n \cos \frac{3n\pi}{2} + \sum_n b_n \sin \frac{3n\pi}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

По ним образуем следующие четыре выражения:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=0}^3 f\left(\frac{k\pi}{2}\right) &= 4a_0 + 4a_4 + 4a_8 + \dots, \\ \sum_{k=0}^3 f\left(\frac{k\pi}{2}\right) \cos \frac{k\pi}{2} &= 2a_1 + 2a_3 + 2a_5 + 2a_7 + \dots, \\ \sum_{k=0}^3 f\left(\frac{k\pi}{2}\right) \sin \frac{k\pi}{2} &= 2b_1 - 2b_3 + 2b_5 - 2b_7 + \dots, \\ \sum_{k=0}^3 f\left(\frac{k\pi}{2}\right) \cos k\pi &= 4a_2 + 4a_6 + 4a_{10} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Если $f(t)$ содержит или предполагается, что содержит гармоники только до $n = 2$, тогда постоянные можно определить точно из последних четырех уравнений: левые части заданы от

счетами, а от правых частей останутся только их первые члены. Если же $f(t)$ содержит также и гармоники порядка выше второго, то система (21) недостаточна для определения любых коэффициентов. Например, как видно из (21), если она содержит и третью гармонику, то наличие a_3 и b_3 повлияет на значения a_1 и b_1 . Поэтому можно сделать вывод, что гармоники выше ν_N влияют на

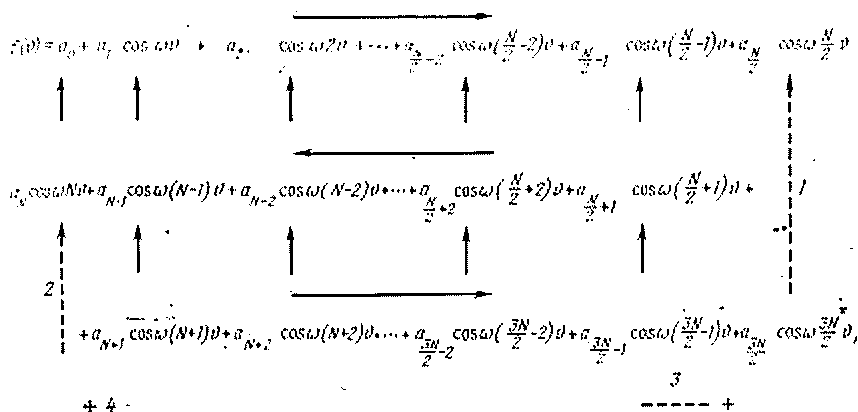


Рис. 35. Схема вычислений, демонстрирующая эффект маскировки частот.

1 — первое сложение ряда; 2 — второе сложение ряда; 3 — третье сложение ряда; 4 — соответствующие синусные члены ряда

гармоники, симметричные им относительно ν_N . В случае $\nu_N = 2$ наличие a_3 и b_3 повлияет на значения a_1 и b_1 . Как видно из (21), если высшие гармоники не учитываются, то четная часть спектра (коэффициенты a) будет большей, а нечетная (коэффициенты b) — меньшей. Это общее свойство явления маскировки частот.

Рассмотрим другой пример маскировки частот, развивающий предыдущие рассуждения. Предположим, что даны 24 отсчета, т. е. частота Найквиста равна 12. Возьмем два случая:

1) $f(t)$ содержит только гармоники 1, 3, 7, 10 и 11; эти гармоники будут определены точно по заданным отсчетам;

2) $f(t)$ содержит также и гармоники 13, 14 и 20, т. е. выше 12; в этом случае только гармоники 1, 3 и 7 будут точными; гармоника 10 будет смешана с гармоникой 14 ($= 12 \pm 2$); гармоника 11 будет смешана с гармоникой 13 ($= 12 \pm 1$) и, кроме того, появится гармоника 4 как следствие гармоники 20 ($= 12 \pm 8$). Эти гармоники симметричны относительно частоты Найквиста или частоты свертывания.

В итоге можно проиллюстрировать явление маскировки частот с помощью ряда Фурье в общем виде, как показано на рис. 35. Имеются $N + 1$ дискретных наблюдений функции $f(t)$, ν — целое число, равное 0, 1, 2, ..., N и для краткости взято $\omega = 2\pi/N$. Горизонтальные стрелки показывают направление, в котором должен читаться ряд, а вертикальные стрелки указывают, какие

члены должны быть объединены, поскольку их косинусные множители одинаковые. Частоты, равные и кратные ей ($N/2$, N , $3N/2$, ...), отмечаются точками, в которых этот ряд свертывается. Совершенно ясно, что усечение ряда после члена $N/2$ даст правильный результат только в том случае, когда коэффициенты всех отброшенных членов равны нулю, т. е. когда соответствующие частоты отсутствуют в анализируемой записи.

Как мы видели, маскировка частот является результатом использования формул дискретных величин вместо непрерывных. Явление маскировки частот, рассматриваемое до сих пор и почти единственное, которое рассмотрено в литературе, вызывается конечностью интервала дискретизации Δt . Однако существует еще одна причина маскировки, заключающаяся в способе дискретных вычислений по формулам раздела 4.5. Если для вычислений используются формулы с неодинаковыми весовыми коэффициентами у отсчетов, то вводится дополнительная маскировка частот, хотя и с уменьшенными амплитудами. Появление такой дополнительной маскировки частот можно заранее предвидеть, поскольку неодинаковые веса означают дополнительную дискретизацию. Пример такой маскировки частот дается в [171].

Явление маскировки частот как прямое следствие дискретизации записей — нежелательное явление. Опробовано несколько приемов устранения подобных спектральных искажений.

1. Интервал дискретизации нулевой величины, естественно, невозможен в геофизической практике, но к нему можно приблизиться, выбирая Δt возможно меньшим. Однако уменьшение Δt означает увеличение частоты свертывания, что, в свою очередь, увеличивает диапазон наложения маскирующихся частот. Но, в общем, чем выше частота свертывания, тем меньше вклад маскирующихся частот. Обычно достаточно внимательного визуального просмотра, чтобы установить разумный предел. Резкие изгибы трасс записи устанавливают верхний предел присутствующих частот. Он определяет частоту Найквиста и необходимый интервал дискретизации, который следует использовать по всей записи. Самое сильное влияние маскировки должно ожидать вблизи частоты свертывания. Поэтому если на вычисленных спектрах вблизи граничных частот наблюдаются подъемы, то рекомендуется исключить такие части спектров из дальнейшего рассмотрения. Неудобство малого Δt состоит в увеличении объемов дискретизации данных, памяти ЭВМ и затрат машинного времени.

2. Из рис. 34, б видно, что можно избежать маскировки частот, если брать отсчеты через неодинаковые интервалы, в случайных точках. Исключение влияния маскировки этим способом можно обосновать математически и сформулировать условия, при которых случайная дискретизация будет свободна от маскировки частот [1292]. Например, дискретизация по закону распределения Пуассона не вызывает маскировки. Совершенно произвольная дискретизация может все-таки вызывать маскировку,

хотя и с несколько иными свойствами. Более полное рассмотрение этого вопроса выполнено в [740]. Практическая проверка приемов на примере пилообразной кривой (см. раздел 2.1.2) была бы весьма полезна для читателя.

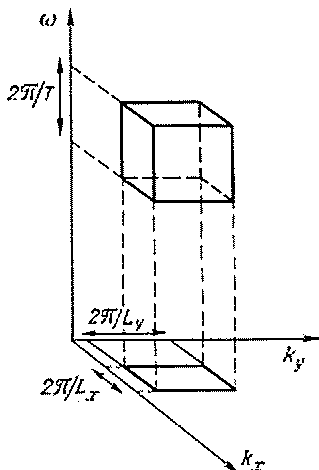
3. Третий часто применяемый способ исключения влияния маскировки заключается в фильтрации записи перед анализом. Для этой цели можно использовать фильтр низкой частоты с крутым срезом. Однако, если фильтр выбран невнимательно, могут возникнуть нежелательные эффекты: или только частичное устранение явления маскировки, или искажение исследуемой части спектра [169]. Способы фильтрации будут рассмотрены в главе 6.

В геофизике явление маскировки встречается при дискретизации данных как во временной, так и в пространственной областях. Однако, как правило, о маскировке и ее возможном влиянии на результаты спектрального анализа обычно не говорится. Исключением является работа [1102], в которой внимательно рассмотрены вопросы влияния маскировки частот на данные о скорости ветра и влажности, использованные для выводов о горизонтальном потоке пара. Приведем из этой работы следующий отрывок: «Энергетические спектры, приведенные в статье, подтверждают наличие значительной энергии на высших частотах. Полученные результаты вызывают необходимость применения самых коротких интервалов дискретизации, чтобы можно было и «увидеть» физически значимые короткопериодные флуктуации, и использовать фильтрацию для уменьшения физически незначимого шума, создаваемого высшими частотами. Кроме того, более частые наблюдения увеличивают объем выборки (и, следовательно, статистическую значимость этих моментов) при заданной продолжительности эксперимента». Фактически эти слова справедливы для любых видов геофизических наблюдений. Например, в работе [1102] сообщается о снижении погрешности определения горизонтального потока пара на 50% путем уменьшения интервала дискретизации с 12 до 2 ч. Еще раньше в [1026] было выполнено обширное исследование влияния маскировки частот на примере метеорологических наблюдений.

4.3.4. ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

На основе приведенных данных, изложенных в разделе 4.3.2, можно сформулировать несколько практических правил получения наилучшего спектра, т. е. спектра с широким частотным диапазоном и высокой разрешенностью. Для этого длина записи должна быть большой (в соответствии с требованием теории Фурье). В этом случае нижняя частотная граница ν_1 всегда будет небольшой. Чтобы получить верхний предел ν_N большим, нужно, чтобы отношение N/T было большое. Поскольку T предполагается большим, этого можно достичь выбором N большим или Δt малым. Последнее условие поможет также устранить влияние маскировки

частот. Если T большое, то будет высокое разрешение. Следовательно, на практике следует выбирать T по возможности большим (избегая, естественно, соседних фаз) и затем подбирать N таким, чтобы отношение N/T было большим, а Δt — малым. Верхняя и нижняя границы спектра и частотный интервал между последовательными определениями выражаются через два обозначения частоты ν и ω следующим образом:



$$\begin{aligned} \nu_1 &= 1/T; \nu_N = 1/2 \Delta t = N/2T; \Delta \nu = 1/T; \\ \omega_1 &= 2\pi/T; \omega_N = \pi/\Delta t = N\pi/T; \Delta \omega = 2\pi/T. \end{aligned} \quad (22)$$

Истинный спектр никогда не сможет быть найден, если только бесконечная в обе стороны запись ($|T| \rightarrow \infty$) не будет дискретизована с нулевым интервалом дискретизации ($\Delta t \rightarrow 0$). В (22) соотношение $\Delta \nu = 1/\Delta$ выражает разрешенность через разность частот между последовательными спектральными оценками; малый частотный интервал ($\Delta \nu, \Delta \omega$) означает высокое разрешение.

Рис. 36. Трехмерное разложение в частотно-волновое пространство

Для любой записи ее длина устанавливается обычно относительно просто. Максимальную частоту, которую необходимо изучить (ν_{\max}), также сравнительно легко определить визуально.

Затем, чтобы избежать по возможности маскировки, выбираем частоту Найквиста ν_N равной приблизительно $1,5 \nu_{\max}$. Итак, располагая значениями T и ν_N , находим требуемый интервал дискретизации из соотношения $\Delta t = 1/3 \nu_{\max}$. Число интервалов $N = T/\Delta t$, а число отсчетов равно $N + 1$.

Формулы для разрешающей способности в (22)

$$\Delta \nu T = 1 \text{ или } \Delta \omega T = 2\pi, \quad (23)$$

выражают принцип взаимного обратного соответствия. Он гласит, что, чем длиннее интервал времени T , тем более тонкой становится структура спектра (см. рис. 22). Без сомнения, соотношения (23) выражают одно из фундаментальных ограничений спектрального анализа. Это ограничение свойственно всем методам частотного анализа. Математическая формулировка данного принципа дана уравнением (34) в главе 2. Мы вернемся к этому вопросу в разделе 5.3.3 в связи с обсуждением ширины спектров.

Все эти рассуждения касались частоты, но они равно относятся и к волновому числу k . В соответствии с разрешенностью

по частоте $\Delta\omega = 2\pi/T$ в соотношениях (22) и (23) имеет разрешенность по волновому числу $\Delta k = 2\pi/L$ и ее компоненты:

$$\Delta k_x = 2\pi/L_x, \quad \Delta k_y = 2\pi/L_y, \quad \Delta k_z = 2\pi/L_z. \quad (24)$$

Совместное рассмотрение разрешающей способности по частоте и волновому числу имеет важное значение при обработке данных групповых (по площади) наблюдений. Обработывая подобный ансамбль данных, приходится иметь дело не только с временной координатой (в случае записей одной станции), но также и с пространственными координатами (в соответствии с площадью протяженностью группы станций). Более подробно это дано на рис. 36 и в [553].

4.3.5. ОБОБЩАЮЩИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ T И Δt

Обобщим некоторые из рассмотренных эффектов в виде формул. Особенно интересно исследовать совместное влияние ограниченной длины записи T и определенных осредняющих интервалов Δt . Вводя обозначение дисперсии с двумя соответствующими нижними индексами, можно записать следующие три выражения:

Из (5) главы 5:

$$\sigma_{\infty, 0}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega. \quad (25)$$

Из формулы для сглаживания во временной области (31) в разделе 6.3.1 имеем

$$\sigma_{\infty, \Delta t}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 \frac{\sin^2 \omega \Delta t/2}{(\omega \Delta t/2)^2} d\omega. \quad (26)$$

По аналогии с последним уравнением

$$\sigma_{\infty, T}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 \frac{\sin^2 \omega T/2}{(\omega T/2)^2} d\omega. \quad (27)$$

По определению дисперсии имеем следующее равенство:

$$\sigma_{\infty, \Delta t}^2 = \sigma_{\infty, T}^2 + \sigma_{T, \Delta t}^2, \quad (28)$$

где последний член представляет собой среднее по всем интервалам T . Находя из этого равенства $\sigma_{T, \Delta t}^2$ и используя (26) и (27), получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{T, \Delta t}^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 \left[\frac{\sin^2 \omega \Delta t/2}{(\omega \Delta t/2)^2} - \frac{\sin^2 \omega T/2}{(\omega T/2)^2} \right] d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 \frac{\sin^2 \omega \Delta t/2}{(\omega \Delta t/2)^2} \left[1 - \frac{\sin^2 \omega T/2}{(\omega T/2)^2} \right] d\omega = \end{aligned}$$

(предполагая $T/\Delta t$ большим)

$$= \int_{-\infty}^{\infty} |F(v)|^2 \operatorname{sinc}^2(v \Delta t) [1 - \operatorname{sinc}^2(vT)] dv. \quad (29)$$

При спектральных исследованиях метеорологической турбулентности особенно часто используется предпоследнее выражение. Для контроля убедимся, что при $\Delta t \rightarrow 0$ и $T \rightarrow \infty$ величина $\sigma_{T, \Delta t}^2$ стремится к $\sigma_{\infty, 0}^2$ в виде (25).

Множитель при F^2 определяет весовую функцию энергетического спектра, являющуюся результатом конечности длины выборки T и конечности интервала осреднения Δt . Обращаясь к разделу 6.3.3, убеждаемся, что $\operatorname{sinc}^2(v \Delta t)$ означает низкочастотную фильтрацию, а $1 - \operatorname{sinc}^2(vT)$ — высокочастотную фильтрацию. Следовательно, их произведение описывает полосовую фильтрацию. Из (29) видно, что $2\pi/\Delta t > |\omega| > 2\pi/T$ определяет полосу пропускания. Более подробные данные можно найти в [1094, 1095, 1129, 1331].

4.4. ВЕСОВЫЕ ФУНКЦИИ

4.4.1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Из раздела 3.5.1 мы узнали, что при спектральном анализе наблюдаемых данных неизбежно использование записей ограниченной длины и, как следствие, применение тех или иных весовых функций к данным. Использование данных в первоначальном виде равносильно применению прямоугольной весовой функции. Мы знаем также, что использование весовых функций ведет к искажениям (сглаживанию) спектров и получить истинный спектр практически невозможно.

Чтобы получить спектр с минимальными искажениями, необходимо учитывать следующие свойства спектральной и временной весовых функций:

1) высокая концентрация энергии в основном (центральном) лепестке спектральной функции, для чего требуется широкая временная весовая функция (принцип взаимно обратного соответствия (см. в разделе 2.4.4);

2) малые боковые лепестки спектральной весовой функции, для чего требуется гладкая (без острых углов) временная весовая функция.

Прямоугольная весовая функция приводит к такому спектральному окну (синк-функция), которое хорошо удовлетворяет пункту 1, но совершенно не удовлетворяет пункту 2, так как обладает высокочастотными и отрицательными боковыми лепестками. Прямоугольная весовая функция не искажает временную функцию, но может вызывать сильнейшие искажения в частотной области.

Нежелательные эффекты в виде высоких частот вызываются резкими срезами прямоугольной весовой функции. Следовательно, нужно искать какой-то компромисс. Применяя весовую функцию, постепенно уменьшающуюся к обоим концам анализируемого интервала записи, мы исказим до некоторой степени сам сигнал, но в то же самое время сможем избежать высокочастотных компонентов спектрального окна. Весовой функции, не вносящей искажений ни в одну из областей представления, просто не существует. В табл. 15 приведены правила выбора весовой функции.

Т а б л и ц а 15

Правила выбора весовой функции, обладающей минимальными искажениями во временном и частотном представлениях

Представление	Прямоугольная весовая функция	Плавню убывающая весовая функция
Временное	В пределах интервала измерений искажения отсутствуют	Происходит постепенное уменьшение значений к обоим концам измеряемого интервала
Частотное	Сильные искажения вследствие свертки с синк-функцией	Искажения меньше благодаря меньшим боковым лепесткам

Прямого способа определения формы наилучшей весовой функции нет. Так как общий подход к выбору наилучшей формы весовой функции основан на компромиссе между различными требованиями, процедура этого выбора напоминает метод проб и ошибок. Отсюда вытекает объяснение тех огромнейших усилий, которые были затрачены на решение этих вопросов. Наиболее значительные результаты будут кратко изложены ниже. В работе [849] наиболее полно рассмотрены различные весовые функции и их сравнительные достоинства.

Временная или корреляционная весовые функций $w(t)$ применяются во временной области, т. е. непосредственно к наблюдениям $f(t)$ или к автокорреляционной либо взаимно корреляционной функциям, перед тем как они трансформируются в энергетические спектры.

Спектральная весовая функция (спектральное окно) $W(\omega)$ есть Фурье-преобразование соответствующей временной весовой функции (окна данных) $w(t)$, поэтому вычисление $W(\omega)$ по заданной $w(t)$ представляет собой ту же задачу, которая рассматривалась в разделе 2.4. Но имеется одно важное отличие. В примерах главы 2 большинство функций времени имеет бесконечную длительность и, следовательно, можно выполнять точное интегрирование. Весовые функции по очевидным причинам всегда имеют ограниченную длительность, т. е. являются переходными функциями. Это влечет за собой определенные сложности при вычисле-

нии преобразований, являющихся по сути непрерывными, так что некоторые спектральные весовые функции можно представить только в виде рядов. Большинство весовых функций $\omega(t)$ являются действительными и четными, значит, и спектральные весовые функции $W(\omega)$ будут действительными и четными. Мы приведем формулы для $\omega(t)$ и $W(\omega)$ в аналитическом виде, но в приложениях их к дискретизованным данным следует пользоваться их дискретными аналогами. Мы обсудим наиболее распространенные типы весовых функций и приведем примеры их использования, взятые из опубликованных источников. Некоторые из рассмотренных ниже весовых функций изображены на рис. 37.

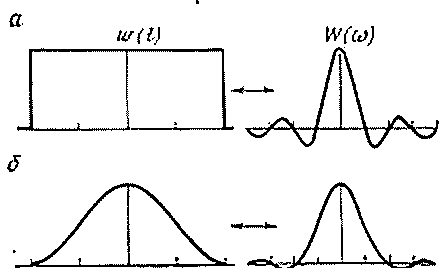


Рис. 37. Прямоугольная весовая функция (а) и весовая функция Ханна (б)

способом определить ее пригодность для использования в качестве весовой функции. С этой точки зрения лучше всего рассматривать весовые функции в соответствии с их формой. По форме весовые функции можно разделить на следующие три основных вида:

- 1) тригонометрические весовые функции, описываемые тригонометрическими временными функциями, т. е. синк-функциями вида $\sin x/x$ или косинус-функциями;
- 2) степенные весовые функции, описываемые выражениями, в которых время возведено в некоторую степень;
- 3) экспоненциальные весовые функции, описываемые экспоненциальными функциями времени.

Во всех случаях в правой части выражения для $\omega(t)$ присутствует множитель $1/T$. Отсюда размерность функции $\omega(t)$ равна $1/\text{время}$, а функция $W(\omega)$ становится безразмерной и математически более однородной, включая T только в виде произведения ωT . При практических расчетах множитель $1/T$ в выражении для $\omega(t)$ обычно опускают. В этом случае всегда имеем $\omega(0) = 1$, а частотная весовая функция принимает вид $\Delta W(\omega)$.

4.4.2. ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ВЕСОВАЯ ФУНКЦИЯ

Прямоугольная весовая функция или весовая функция Бартлета имеет вид

$$\omega(t) = \begin{cases} 1/T & 0 \leq |t| \leq T, \\ 0 & |t| > T. \end{cases} \quad (30)$$

Ее преобразование было найдено в примере 1 табл. 5:

$$W(\omega) = 2(\sin \omega T)/\omega T = 2 \operatorname{sinc}(\omega T/\pi). \quad (31)$$

Все весовые функции, кроме прямоугольной, имеют специальную форму, цель которой — получить сигнал, плавно затухающий в обе стороны, и таким образом избежать появления в спектре высоких частот, связанных с крутыми боковыми срезами прямоугольной весовой функции. Синк-функция в выражении $W(\omega)$ имеет большие боковые экстремумы и поэтому не очень подходит для точного изображения спектров. Это можно сравнить с явлением Гиббса в разделе 2.1.2. Несмотря на это, прямоугольная весовая функция — одна из наиболее употребляемых весовых функций; нежелательные искажения спектров компенсируются сглаживанием в частотной области (см. раздел 4.6.1).

Характер влияния длительности T прямоугольной весовой функции на разрешенность и устойчивость спектра уже исследован в разделе 3.5.1 и проиллюстрирован рис. 22 в связи с обсуждением основных свойств спектров наблюдаемых данных.

Модификация прямоугольной весовой функции — трапецеидальная весовая функция — рассмотрена в [344]. Благодаря ее наклонным сторонам, вносящим затухание в сигнал, трапецеидальная весовая функция обладает определенными преимуществами по сравнению с прямоугольной.

4.4.3. ВЕСОВЫЕ СИНК-ФУНКЦИИ

В основе весовых синк-функций лежит сама синк-функция, причем опробованы выражения, содержащие как первую, так и вторую степени этой функции.

1. Весовая функция Даниеля

$$\omega(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} \frac{\sin \pi t/T}{\pi t/T} = \frac{1}{T} \operatorname{sinc} \frac{t}{T} & 0 \leq |t| \leq T, \\ 0 & |t| > T. \end{cases} \quad (32)$$

Преобразование этой функции получено в примерах 2 и 3 табл. 5, но только для случая бесконечной длительности. В данном случае преобразование ограниченной во времени весовой функции $-T \leq t \leq T$ нельзя выразить в замкнутой форме, его можно записать в виде бесконечного сходящегося ряда ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$):

$$\begin{aligned} W(\omega) &= \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1) \cdot (2n+1)!} [(\pi - \omega T)^{2n+1} + (\pi + \omega T)^{2n+1}] = \\ &= \frac{1}{\pi} [\operatorname{Si}(\pi - \omega T) + \operatorname{Si}(\pi + \omega T)], \end{aligned} \quad (33)$$

где Si — интегральный синус.

При выводе этой формулы синус-функция в (32) была заменена показательными функциями (по формуле Эйлера) и затем было выполнено интегрирование. Уравнение (33) аппроксимирует прямоугольную функцию; точное представление достигается лишь в случае бесконечной длительности. Таким образом, эта весовая функция — наиболее близкая обратная прямоугольной весовой функции.

2. Весовая функция Чезаро

$$\omega(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} \left[\frac{\sin \pi t/T}{\pi t/T} \right]^2 = \frac{1}{T} \operatorname{sinc}^2 \frac{t}{T} & 0 \leq |t| \leq T, \\ 0 & |t| > T. \end{cases} \quad (34)$$

Этот случай связан с примером 7 табл. 5. Отличие заключается в том, что сейчас мы имеем ограниченный временной интервал и преобразование Фурье $W(\omega)$ приводит к бесконечному сходящемуся ряду [соответствующему приведенному выше ряду (33)], который аппроксимирует треугольную функцию ($n = 0, 1, 2, \dots$):

$$\begin{aligned} W(\omega) &= \frac{1}{2\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1) \cdot (2n+1)!} \times \\ &\times [(2\pi + \omega T)^{2n+2} + (2\pi - \omega T)^{2n+2} - 2(\omega T)^{2n+2}] = \\ &= \frac{1}{2\pi^2} [(2\pi + \omega T) \operatorname{Si}(2\pi + \omega T) + \\ &+ (2\pi - \omega T) \operatorname{Si}(2\pi - \omega T) - 2\omega T \operatorname{Si}(\omega T)]. \end{aligned} \quad (35)$$

Весовая функция Чезаро использовалась в работе [850].

4.4.4. КОСИНУСНЫЕ ВЕСОВЫЕ ФУНКЦИИ

Все косинусные весовые функции используют свойство постепенного возрастания и убывания, присущее косинус-функциям. Весовые функции — наиболее часто применяемые, причем существует несколько их вариантов.

1. *Весовая функция Ханна* (называемая также весовой функцией Тьюки или косинусной весовой функцией)

$$\omega(t) = \begin{cases} 1/2T (1 + \cos \pi t/T) & 0 \leq |t| \leq T, \\ 0 & |t| > T. \end{cases} \quad (36)$$

Преобразование легко выражается в замкнутом виде:

$$\begin{aligned} W(\omega) &= \frac{\sin \omega T}{\omega T} + \frac{1}{2} \left[\frac{\sin(\omega T + \pi)}{\omega T + \pi} + \frac{\sin(\omega T - \pi)}{\omega T - \pi} \right] = \\ &= \operatorname{sinc} \frac{\omega T}{\pi} + \frac{1}{2} \left[\operatorname{sinc} \left(\frac{\omega T}{\pi} + 1 \right) + \operatorname{sinc} \left(\frac{\omega T}{\pi} - 1 \right) \right]. \end{aligned} \quad (37)$$

В отличие от прямоугольной весовой функции (30) функция $W(\omega)$ представляет собой сумму трех синк-функций, сдвинутых

относительно друг друга. Сдвиг приводит к тому, что боковые экстремумы трех синк-функций в значительной мере взаимно уничтожаются, что благоприятно.

Из (37) видно, что с уменьшением T функция $W(\omega)$ стремится к единице, т. е. становится постоянной, не зависящей от ω . В этом случае наблюдается низкая разрешенность и высокая стабильность спектра. И, наоборот, увеличение T ведет к высокой разрешенности и низкой стабильности. Это еще один пример влияния длительности записи T на разрешенность и устойчивость спектра, рассмотренный в разделе 3.5.1. Смотрите далее раздел 4.4.8.

Весовая функция Ханна нашла широкое применение [566, 601, 848, 1231, 1374, 1408, 1461]. Она применялась при анализе распространения атмосферных волн [1142] и при анализе волн P на фоне помех [966]. Преимущество движущейся весовой функции состоит в том, что с ее помощью можно проследить изменение спектра во времени. Очевидно, что весовая функция Ханна идентична весовой функции с ядром в виде квадрата косинуса:

$$w(t) = \begin{cases} 1/T \cos^2 \pi t/2T & 0 \leq |t| \leq T, \\ 0 & |t| > T. \end{cases} \quad (38)$$

В такой форме она использовалась в [248, 866, 947]. Довольно часто применяется также срезание концов анализируемого сигнала с помощью простой косинус-функции [866].

Иногда используется [170] весовая функция в виде правой половины косинус-функции, так называемая «модифицированная весовая функция Ханна».

2. *Весовая функция Хэмминга* (называемая также весовой функцией Тьюки или косинусной весовой функцией)

$$w(t) = \begin{cases} 1/T (0,54 + 0,46 \cos \pi t/T) & 0 \leq |t| \leq T, \\ 0 & |t| > T. \end{cases} \quad (39)$$

Эта функция тесно связана с (36), и ее преобразование имеет следующий вид:

$$W(\omega) = 1,08 \frac{\sin \omega T}{\omega T} + \left[\frac{\sin(\omega T + \pi)}{\omega T + \pi} + \frac{\sin(\omega T - \pi)}{\omega T - \pi} \right] = \\ = 1,08 \operatorname{sinc} \frac{\omega T}{\pi} + 0,46 \left[\operatorname{sinc} \left(\frac{\omega T}{\pi} + 1 \right) + \operatorname{sinc} \left(\frac{\omega T}{\pi} - 1 \right) \right]. \quad (40)$$

Весовые функции (36) и (39) можно записать в следующем общем виде:

$$w(t) = 1/T (1 - 2a + 2a \cos \pi t/T), \quad (41)$$

где $a = 0,25$ для (36) и $a = 0,23$ для (39).

Как и (37), функция $W(\omega)$ представляет собой сумму трех синк-функций. Но столь незначительным изменением весовых множителей достигнуто еще большее подавление боковых экстремумов. Очевидно, что спектральные весовые функции Ханна

и Хэмминга соответствуют осреднению (с неравными весами) трех последовательных значений спектральной прямоугольной весовой функции (30). Это осреднение или сглаживание приводит к тому, что спектральные весовые функции (37) и (40) характеризуются намного меньшими боковыми лепестками [приблизительно в 10 раз по сравнению с (31), что является заметным преимуществом], но значительно более широким главным экстремумом (что является определенным недостатком). Сравнение весовой функции Хэмминга с прямоугольной и косинусной на примерах обработки геомагнитных пространственных функций приводится в [562]. Весовая функция Хэмминга считается лучшей и поэтому нашла широкое применение [504, 759, 1070].

3. *Косинусно-прямоугольная весовая функция* [комбинация (30) и (36)]. Часто желательно иметь весовую функцию, которая постоянна на большем отрезке сигнала (наподобие прямоугольной весовой функции) и постепенно исчезает на обоих его концах (аналогично косинусной весовой функции). Этого можно достичь, комбинируя весовые функции (30) и (36) так, чтобы весовая функция начиналась слева левой половиной косинусной весовой функции, продолжалась прямоугольной весовой функцией и заканчивалась справа правой половиной косинусной весовой функции, или в аналитическом виде [244]:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1(t) &= \frac{1}{2T} \left(1 + \cos \frac{5\pi t}{T} \right) & -T \leq t \leq -\frac{4T}{5}, \\ \omega_2(t) &= \frac{1}{T} & -\frac{4T}{5} \leq t \leq \frac{4T}{5}, \\ \omega_3(t) &= \frac{1}{2T} \left(1 + \cos \frac{5\pi t}{T} \right) & \frac{4T}{5} \leq t \leq T. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Соответствующая спектральная весовая функция имеет вид

$$W(\omega) = \frac{\sin \omega T + \sin 4\omega T/5}{\omega T [1 - (\omega T/5\pi)^2]}. \quad (43)$$

4.4.5. СТЕПЕННЫЕ ВЕСОВЫЕ ФУНКЦИИ

В выражения для степенных весовых функций входят степенные функции t . Различаются несколько типов таких функций.

1. *Весовая функция Парзена* (называемая также степенной весовой функцией)

$$\omega(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} \left[1 - \left(\frac{|t|}{T} \right)^m \right] & 0 \leq |t| \leq T, \\ 0 & |t| > T, \end{cases} \quad (44)$$

где m — положительное целое число.

Число членов в преобразовании этой функции зависит от показателя степени m :

$$W(\omega) = \frac{2 \sin \omega T}{\omega T} - \frac{2}{(\omega T)^{m+1}} \int_0^{\omega T} t^m \cos t dt. \quad (45)$$

Интегралу в (45) можно придать простую форму, если выполнить последовательно интегрирование:

$$\begin{aligned} \int_0^{\omega T} t^m \cos t dt &= [f(t) \sin t + f'(t) \cos t]_0^{\omega T} = \\ &= f(\omega T) \sin \omega T + f'(\omega T) \cos \omega T - f'(0), \end{aligned} \quad (46)$$

где

$$f(t) = m! \sum_{n=0}^N (-1)^n \frac{t^{m-2n}}{(m-2n)!}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N,$$

$$N = \begin{cases} m/2 & m \text{ четное.} \\ (m-1)/2 & m \text{ нечетное.} \end{cases}$$

Эти формулы позволяют легко вычислить преобразование степенной весовой функции (45) для любого значения m . Степенная весовая функция нашла широкое применение [847, 850, 851, 852, 983].

Весовая функция Парзена часто описывается в литературе следующим образом:

$$\omega(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} \left[1 - 6 \left(\frac{t}{T} \right)^2 + 6 \left(\frac{|t|}{T} \right)^3 \right] & 0 \leq |t| \leq \frac{T}{2}, \\ \frac{2}{T} \left[1 - \frac{|t|}{T} \right]^3 & \frac{T}{2} \leq |t| \leq T, \\ 0 & |t| > T. \end{cases} \quad (47)$$

В качестве упражнения можно доказать, что соответствующая спектральная весовая функция будет вида $(\sin x/x)^4$, т. е. без отрицательных боковых лепестков. Еще одна весовая функция записывается следующим образом [159, 251]:

$$\omega(t) = 1/T [1 - (t/T)^2]^2. \quad (48)$$

2. *Треугольная весовая функция* получается из (44) как частный случай при $m = 1$:

$$\omega(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} \left(1 - \frac{|t|}{T} \right) & 0 \leq |t| \leq T, \\ 0 & |t| > T. \end{cases} \quad (49)$$

Преобразование дано в примере 6 табл. 5 [получается так же как частный случай (45) и (46)]:

$$W(\omega) = \left(\frac{\sin \omega T/2}{\omega T/2} \right)^2 = \text{sinc}^2 \frac{\omega T}{2\pi}. \quad (50)$$

Эта спектральная весовая функция в отличие от большинства других весовых функций не имеет отрицательных боковых лепестков. Примеры использования этой весовой функции можно найти в [335, 400, 686, 1428]. Еще один частный случай степенной весовой функции (44) получается, если положить $m = 2$. Это — параболическая весовая функция.

4.4.6. ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ ВЕСОВЫЕ ФУНКЦИИ

Показательная весовая функция содержит время в показателе степени. Самая важная из показательных весовых функций — *гауссова весовая функция*:

$$\omega(t) = \begin{cases} 1/T e^{-at^2} & 0 \leq |t| \leq T, \\ 0 & |t| > T, \end{cases} \quad (51)$$

где a — положительная константа.

В случае бесконечного временного интервала гауссова функция преобразуется (см. пример 25 в табл. 5). В случае конечного временного интервала преобразование имеет вид

$$W(\omega) = \frac{1}{T} \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\omega^2/4a} \operatorname{erf}(T\sqrt{a}), \quad (52)$$

где интеграл вероятности погрешности $\operatorname{erf} T$ определяется как

$$\operatorname{erf} T = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^T e^{-u^2} du.$$

Уравнение (52) получено путем записи преобразования функции (51) в виде интеграла вероятности погрешности и последующего интегрирования по контуру в комплексной u -плоскости. Если $T \rightarrow \infty$, то $\operatorname{erf} T \rightarrow 1$ и получается формула, приведенная в разделе 2.4.3. Описываемая спектральная весовая функция не имеет ни отрицательных боковых лепестков, ни колебаний, которые могли бы привести к появлению ложных экстремумов в вычисленном спектре.

В [1144] использована гауссова корреляционная весовая функция при обработке автокорреляционной функции. В [652, 787, 812] использовалась сдвинутая во времени гауссова функция:

$$\omega(t) = 1/T e^{-a(t-t_0)^2}, \quad (53)$$

где t_0 — точка, вокруг которой анализируется сигнал.

Другой весовой функцией является степенная весовая функция

$$\omega(t) = 1/T e^{-a|t|}. \quad (54)$$

Односторонняя степенная весовая функция использована в [445] для вычисления текущих спектров (см. раздел 3.6.5).

4.4.7. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ

В главе 2 была помещена табл. 5, содержащая Фурье-преобразования некоторых функций $f(t)$. В данной главе приведены некоторые весовые функции и их преобразования. Располагая ими, можно в соответствии с формулой (42) главы 3 создать любую комбинацию двух функций. Можно показать, как изменяется

Т а б л и ц а 16

Относительные веса различных весовых функций

Номер уравнения главы 4	Весовая функция $\omega(t)$	Вес во временном представлении			Вес в частотном представлении ¹		
		$t = 0$	$t = T/2$	$t = T$	$\omega T = 0$	$\omega T = \pi$	$\omega T = 2\pi$
30	Прямоугольная	1	1	1 ²	1	0	0
32	Даннеля	1	0,64	0	0,56	0,22	(0) ³
34	Чезаро	1	0,41	0	0,48	0,26	(0)
36	Ханна	1	0,50	0	0,50	0,25	0
39	Хэмминга	1	0,54	0,08	0,54	0,23	0
42	Косинусно-прямоугольная	1	1	0	1	0,10	-0,10
44	Степенная $m = 2$	1	0,75	0	0,62	0,19	(0)
		1	0,97	0	—	—	—
		1	1,00	0	—	—	—
49	Треугольная	1	0,50	0	0,54	0,23	0
		1	0,61	0,13	0,62	0,19	(0)
51	Гаусса $a = 2/T^2$	1	0,61	0,13	0,62	0,19	(0)
		1	0,37	0,02			

¹ Эти веса нормализованы так, что их сумма (трех последовательных значений) равна 1.

² Этот вес иногда задается равным 0,5, поскольку он соответствует значению, получаемому в результате преобразования Фурье.

³ Нуль в круглых скобках означает, что хотя этот вес не равен точно нулю, его можно принимать таковым в практических случаях.

Фурье-преобразование различных функций времени $f(t)$ в результате применения различных весовых функций. Опробование на функциях, заданных аналитически, обычно весьма информативно и рекомендуется как эффективное средство овладения приемами применения весовых функций и их результатами.

Использование некоторой весовой функции $\omega(t)$ для временного ряда $f(t)$ есть не что иное, как взвешивание значений $f(t)$. В табл. 16 приведены относительные веса в моменты времени $t = 0, T/2$ и T для различных весовых функций. С помощью этой таблицы можно быстро, хотя и грубо, сравнить различные весовые функции. Следует напомнить, что весовая функция Ханна (36)

соответствует взвешиванию в пропорции 1, 2, 1 трех последовательных значений. Для выбранных в табл. 16 временных точек те же самые веса получились у функции (49). С увеличением m степенная функция (44) приближается к прямоугольной (30). По спектральным весам между весовыми функциями (32), (34), (36), (39) и (49) наблюдаются незначительные различия. Применение весовых функций сводится к умножению во временной области и свертке в частотной области. Различные весовые функции производят несколько различное сглаживание спектров.

Практическое применение весовых функций можно осуществить двумя приемами.

1. Первый прием включает операции:

а) заданный наблюдаемый ряд $f(t)$ взвешивается с помощью прямоугольной функции (другими словами, часть функции $f(t)$ в пределах ограниченного временного интервала берется без изменений);

б) функция $f(t)$ преобразуется по Фурье в $F(\omega)$;

в) функция $F(\omega)$ по трем последовательным точкам сглаживается путем умножения на веса 0,23, 0,54, 0,23, соответствующие спектральной весовой функции Хэмминга (сглаживание выполняется с целью компенсации высоких частот, появляющихся в результате применения прямоугольной весовой функции).

2. Второй прием включает операции:

а) функция $f(t)$ умножается на любую весовую функцию, например, взятую из табл. 5;

б) полученное произведение преобразуется по Фурье в $F(\omega)$. В этот раз $F(\omega)$ не подвергается сглаживанию, так как сглаживание фактически выполнено применением подходящей временной весовой функции.

Приемы 1 и 2 равнозначны, они отличаются только порядком выполнения операций. Обозначив истинный спектр через $F(\omega)$, спектральные окна прямоугольной весовой функции и весовой функции Хэмминга соответственно через $W_1(\omega)$ и $W_5(\omega)$ и спектральную сглаживающую функцию через $\bar{S}(\omega)$, имеем следующие выражения для описанных выше операций. Прием 1, т. е. сначала свертывание с $W_1(\omega)$ и затем сглаживание с помощью $\bar{S}(\omega)$, запишется как

$$[F(\omega) * W_1(\omega)] * \bar{S}(\omega),$$

что согласно сочетательному закону свертки равно

$$F(\omega) * [W_1(\omega) * \bar{S}(\omega)],$$

и окончательно

$$F(\omega) * W_5(\omega), \quad (55)$$

т. е. реализуем прием 2. Это показывает равнозначность приемов 1 и 2. Надлежащим подбором сглаживающей функции $\bar{S}(\omega)$ можно достичь соответствия с любой желаемой весовой функцией. Однако

эта процедура осуществляет лишь переход от одной весовой функции к другой, а истинный спектр остается неизвестным. Чтобы получить истинный спектр, последнее выражение должно иметь следующий вид:

$$F(\omega) * \delta(\omega) = F(\omega). \quad (56)$$

Но $\delta(\omega)$ соответствует временной весовой функции бесконечной длительности (см. пример 10 в табл. 5), что практически неосуществимо. Также невозможно найти сглаживающую функцию $\bar{S}(\omega)$, обеспечивающую переход к $\delta(\omega)$:

$$W_1(\omega) * \bar{S}(\omega) = \delta(\omega) \quad (57)$$

или во временной области $\omega_1(t) \cdot \bar{s}(t) = 1$, откуда

$$\bar{s}(t) = \frac{1}{\omega_1(t)} \begin{cases} 1 & \text{в зависимости от } \omega_1(t) \\ \infty & \end{cases} = \begin{cases} 1 \\ 0. \end{cases}$$

Итак, условия Дирихле (см. раздел 2.1) не выполнены и функции $\bar{S}(\omega)$ не существует. Следовательно, можно получить только некоторое приближение к истинному спектру $F(\omega)$. Аналогичное рассуждение приведено в разделе 3.5.1.

4.4.8. ФОРМА И ДЛИНА ВЕСОВОЙ ФУНКЦИИ

Идеальное решение весовой функции невозможно, поэтому при выборе ее необходимо учитывать различные факторы, из которых наиболее важными следует считать ширину полосы пропускания

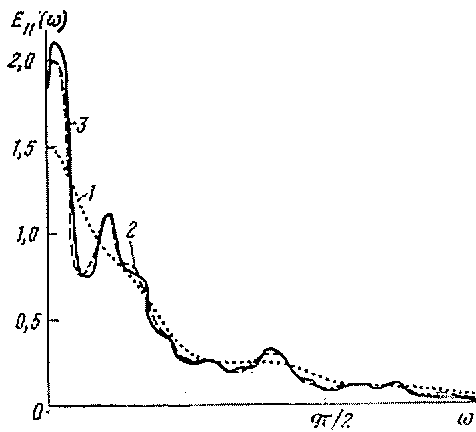


Рис. 38. Влияние увеличения длительности анализируемого интервала записи T на вычисления энергетического спектра по функции автокорреляции с использованием треугольной весовой функции (число отсчетов 448)
 1 — $m = 16$; 2 — $m = 48$; 3 — $m = 60$ [723]; Окно анализа $\omega(k) = 1 - \frac{|k|}{m}$, $0 \leq |k| \leq m$

спектрального окна и наличие боковых экстремумов (лепестков) характеристики спектрального анализа.

Желательно иметь спектральную весовую функцию, состоящую в основном из главного экстремума с центром на $\omega = 0$ и незначительных боковых экстремумов. Отрицательные боковые экстремумы должны быть по возможности меньше. Эти требования

становятся понятными, если учесть, что спектральное окно при свертке с $F(\omega)$ играет роль весовой функции. Из табл. 23 (см. раздел 5.3.2) видно, что прямоугольная весовая функция имеет наименьшую ширину. Но прямоугольная форма этой весовой функции во временной области является причиной появления высоких частот в спектральном окне (явление Гиббса).

Опыт показывает, что ширина полосы пропускания спектрального окна является более важной характеристикой, чем форма используемой весовой функции. Ширина полосы пропускания должна быть по возможности наименьшей, но чем меньше ширина полосы пропускания, тем меньше устойчивость спектральных оценок. Влияние ширины полосы в случае весовой функции Бартлета иллюстрируется рис. 38 из [723]. Увеличение m означает увеличение ширины во временной области или уменьшение ширины полосы в частотной области. Согласно [723] изучение следует начинать с малых T и увеличивать их до тех пор, пока спектр перестанет изменяться. Три спектра, изображенные на рис. 38, поясняют предложенный подход.

Геофизические примеры зависимостей спектральной разрешенности и стабильности от длины весовой функции показаны на рис. 39. Из рассмотрения видно, что при любом сравнении спектров одного и того же параметра, но полученных при различных условиях, очень важно сохранять длины весовых функций постоянными [724, 966, 1179].

Возможны два пути достижения достаточно хорошей

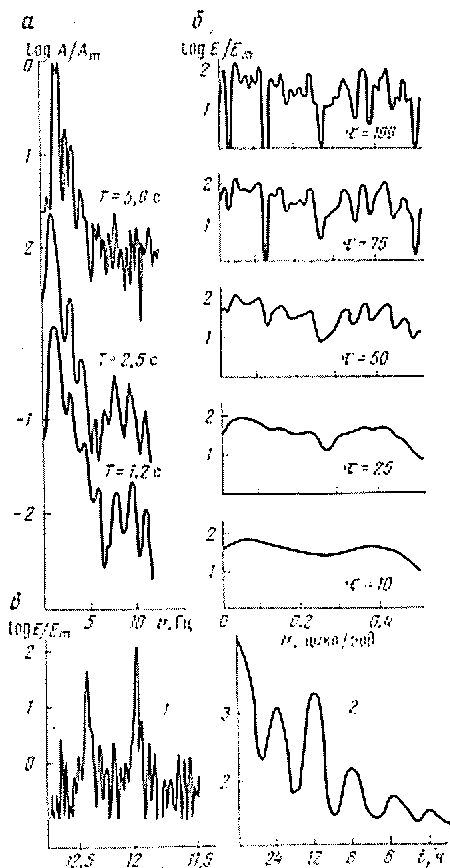


Рис. 39. Влияние длительности анализируемого интервала записи на спектральную разрешенность и устойчивость.

a — амплитудные спектры сейсмических волн Р [1429]; *б* — энергетические спектры озерных осадочных отложений [147]. τ — длина весовой функции; *а* — магнитотеллурические спектры энергий при $T = 8192$ ч (1) и $T = 552$ ч (2) [324].

Заметим, что на кривых рис. 39, *a* исключение спектральных минимумов в диапазоне 5—11 Гц, наблюдавшееся при $T = 1,2$ с, исчезло, когда длительность анализируемого интервала увеличилась до 5,0 с. Одновременно с этим возросла разрешенность

спектральной разрешенности, а именно: либо сохранять постоянным T и искать оптимальную весовую функцию, либо сохранять постоянной форму весовой функции и изменять T . Без сомнения, последний путь наиболее эффективный.

В разделе 3.5.2 на ряде теоретических кривых было изучено влияние усечения. Как показано в [897], усечение может оказать

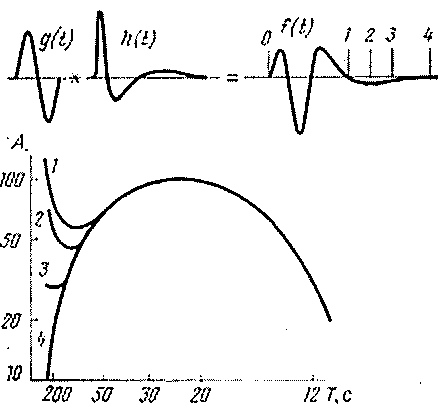


Рис. 40. Изменение спектра вследствие усечения во временной области с помощью прямоугольных весовых функций различной длительности.

1 — 38,5 с; 2 — 50 с; 3 — 60 с; 4 — 78,5 с.

Вычислялся спектр одного 20-секундного периода синусоиды, записанного сейсмографом с собственным периодом 30 с и гальванометром с собственным периодом 100 с [897]

огромное влияние на длиннопериодную часть спектра объемных волн (на рис. 40 входной сигнал равен одному периоду, а спектры исправлены за влияние аппаратуры). Усечение приводит к сильно сглаженной низкочастотной части спектров и к увеличению длиннопериодных амплитуд, причем этот эффект усиливается при использовании более коротких весовых функций, наложении помех и увеличении периода сигнала. Рекомендуется использовать весовые функции, длина которых равна удвоенному преобладающему периоду волны, но так, чтобы не захватывать последующие волны. Иногда невозможно удовлетворить обоим требованиям сразу, тем более что рекомендуется обязательно анализировать части записи одинаковой длительности непосредственно перед обрабатываемым сигналом, чтобы оценить влияние спектра помех.

В работе [968], посвященной сравнению аналоговых и цифровых методов спектральной обработки сейсмических записей, детально рассмотрены требования, предъявляемые к весовым функциям. В литературе широко обсуждены сравнительные достоинства различных весовых функций. Например, при фильтрации гравиметровых данных [834] обнаружено, что весовые функции Ханна и Хэмминга оптимальны в смысле разрешенности и устойчивости получаемых спектров.

4.4.9. ОБЗОР ИНФОРМАЦИИ О ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЯХ

В литературе можно найти описания весовых функций, отличных от рассмотренных выше [1179, 1208], которые использовались для решения разных прикладных задач. Например, в [1407]

описана операция, которая выполнялась вручную, что оправдано в случае, когда амплитуда сигнала вблизи точки усечения невелика. Методика основана на использовании весовой функции (42).

Как уже было подчеркнуто, весовые функции $w(t)$ ограничены во времени и как следствие их преобразования непрерывны и бесконечны. Они состоят из главного экстремума и бесконечной последовательности постепенно уменьшающихся боковых экстремумов. Для подавления боковых экстремумов можно применить дополнительное спектральное окно, которое усиливает центральные и подавляет верхние и нижние частоты. Эта операция выполняется путем умножения результата преобразования и весовой функции в частотной области.

Предложено также использовать две последовательные временные весовые функции, чтобы еще больше подавить влияние боковых экстремумов. Идея заключается в объединении весовой функции с преимущественно положительными боковыми лепестками и весовой функции с преимущественно отрицательными боковыми лепестками таким образом, чтобы боковые лепестки этих двух весовых функций взаимно скомпенсировались [1539].

Мы рассмотрели временные и спектральные весовые функции. Учитывая, что автокорреляционная функция и энергетический спектр образуют пару Фурье, можно заключить, что весовые функции применимы и к функциям автокорреляции. Поскольку автокорреляционная функция есть функция временного сдвига, соответствующие весовые функции также будут функциями временного сдвига. Такие весовые функции называются корреляционными весовыми функциями [247].

Можно использовать весовые функции для многомерных преобразований Фурье, включая пространственную область (например, при обработке площадных данных). Пространственным весовым функциям можно придавать точно такую же форму, как у временных весовых функций, простой заменой t на x . Все рассуждения о свойствах временных весовых функций остаются в силе для случая пространственных весовых функций. Например, в [900] описана пространственная весовая функция Бартлета. Могут одновременно употребляться различные виды временных и пространственных весовых функций.

4.5. ДИСКРЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

4.5.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Все математические формулы в главах 2 и 3 действительны для непрерывных функций. Все их необходимо изменить так, чтобы использовать и для дискретных функций. Выразить непрерывный интеграл в дискретной форме — это значит выразить площадь;

ограниченную кривой, с помощью дискретных ординат, или в математических обозначениях

$$\int_a^b y(x) dx \rightarrow \sum_{n=0}^N y(n \Delta x) \Delta x, \quad (58)$$

$$a = 0, \quad b = N \Delta x,$$

где $y(x)$ — заданная кривая; Δx — интервал дискретизации; $N + 1$ — общее число точек отсчета (рис. 41). В случае конечного интервала интегрирования соответствующее суммирование выполняется в пределах этого интервала.

В случае бесконечного интервала интегрирования рассмотрим следующие выражения для ко-

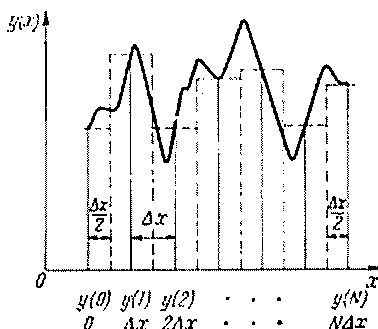


Рис. 41. Пояснение к выводу формул дискретного суммирования

нечных интервалов [используя (3) и (16) из главы 2, (1) и (2) из главы 3]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} y(x) dx \rightarrow \lim_{X \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \int_{-X/2}^{X/2} y(x) dx \rightarrow \frac{1}{N \Delta x} \sum_{n=0}^N y(n \Delta x) \Delta x =$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N y(n \Delta x) = \frac{1}{N} \left[\frac{1}{2} y(0) + y(1) + y(2) + \dots \right.$$

$$\left. \dots + y(N-1) + \frac{1}{2} y(N) \right], \quad (59)$$

применяя правило трапеций для определения площади под кривой. При равенстве крайних значений, т. е. когда $y(0) = y(N)$, что почти всегда наблюдается на практике, эта сумма принимает вид

$$\frac{1}{N} [y(1) + y(2) + \dots + y(N)] = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y(n \Delta x)$$

или

$$\frac{1}{N} [y(0) + y(1) + y(2) + \dots + y(N-1)] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y(n \Delta x). \quad (60)$$

Именно эти формулы мы будем чаще всего использовать в дальнейшем. Здесь $X = N \Delta x$ есть конечный интервал измерений, а $y(0), y(1), y(2), \dots, y(N)$ — заданные дискретные равноотстоящие значения. Множитель $1/N$ играет роль нормирующего коэф-

фицента, который в случае стационарного процесса должен обеспечивать один и тот же результат независимо от длины выборки.

При суммировании от 1 до N или от 0 до $N - 1$ все члены имеют одинаковый вес (1), а при суммировании от 0 до N первый и последний члены имеют половинные веса ($1/2$), остальные — веса, равные 1. Из всех формул для численного интегрирования рекомендуется применять формулу трапеций, т. е. формулу с равными весами. Использование неодинаковых весов (в других формулах для численного интегрирования) равносильно наложению определенного колебания нулевой линии, вносящего в спектр ложные компоненты (см. раздел 4.2.4).

4.5.2. КОЭФФИЦИЕНТЫ РЯДА ФУРЬЕ

В результате дискретизации непрерывная кривая $y(x)$ заменяется многоугольником, причем тем точнее, чем короче интервал Δx . Разработаны способы разложения в ряд Фурье функций $y(x)$ в дискретном представлении [573].

Для ряда, состоящего из $N + 1$ дискретных отсчетов, взятых через равные промежутки, с $v = 1, 2, \dots, N$ формулы дискретного суммирования для подсчета коэффициентов Фурье, определенных выражениями (3) в главе 2, имеют вид

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N f(v), \\ a_n &= \frac{2}{N} \sum_{v=1}^N f(v) \cos \frac{2n\pi}{N} v, \\ b_n &= \frac{2}{N} \sum_{v=1}^N f(v) \sin \frac{2n\pi}{N} v, \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

а само разложение в дискретный ряд Фурье выглядит следующим образом:

$$f(v) = a_0 + \sum_{n=1}^{N/2} a_n \cos \frac{2n\pi}{N} v + \sum_{n=1}^{N/2} b_n \sin \frac{2n\pi}{N} v. \quad (62)$$

Свойства симметрии функций синуса и косинуса позволяют переписать дискретные формулы (61) для a_n и b_n в следующем виде, удобном для вычислений на машине:

$$\begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix} = \frac{2}{N} \sum_{v=1}^{N/2} \left[f(v) + (-1)^n f\left(\frac{N}{2} + v\right) \right] \begin{bmatrix} \cos \\ \sin \end{bmatrix} \frac{2n\pi}{N} v. \quad (63)$$

Очевидно, что точка $v = N/2$ представляет собой точку свертывания. Можно вывести соотношения, связывающие коэффициенты

a_n, b_n для непрерывной (см. раздел 2.1.1) и дискретной (63) функций, которые демонстрируют эффект маскировки частот [581].

4.5.3. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ

Подстановка уравнения (59) в формулу преобразования Фурье (20) из главы 2 дает

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \rightarrow \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f(t_n) e^{-i\omega t_n}. \quad (64)$$

Увеличения точности можно достичь допустив изменение функций $f(t)$ и $e^{-i\omega t}$ внутри каждого интервала дискретизации Δt . Тогда $F(\omega)$ запишется как

$$F(\omega) = \frac{1}{N \Delta t} \sum_n \int_{t_n - \Delta t/2}^{t_n + \Delta t/2} f(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (65)$$

Допустим, что внутри каждого интервала функция $f(t)$ изменяется по линейному закону:

$$f(t) = f(t_n) + (t - t_n) \left(\frac{df}{dt} \right)_n.$$

Подставляя это соотношение в выражение для $F(\omega)$, получаем после интегрирования следующую формулу:

$$F(\omega) = \frac{1}{N} \frac{\sin \omega \Delta t/2}{\omega \Delta t/2} \sum_n f(t_n) e^{-i\omega t_n} - \frac{1}{N} \frac{i}{\omega} \left[\frac{\sin \omega \Delta t/2}{\omega \Delta t/2} - \cos \frac{\omega \Delta t}{2} \right] \sum_n \left(\frac{df}{dt} \right)_n e^{-i\omega t_n}.$$

Разложив синк- и косинус-функции в степенные ряды с учетом членов до $(\Delta t)^2$, получаем

$$F(\omega) = \frac{1}{N} \left[1 - \frac{\omega^2 (\Delta t)^2}{24} \right] \sum_n f(t_n) e^{-i\omega t_n} - \frac{1}{N} i\omega \frac{(\Delta t)^2}{12} \sum_n \left(\frac{df}{dt} \right)_n e^{-i\omega t_n}. \quad (66)$$

Полагая интервал дискретизации достаточно малым, пренебрегаем членами, содержащими Δt во второй степени, и получаем

$$F(\omega) = \frac{1}{N} \sum_n f(t_n) e^{-i\omega t_n}. \quad (67)$$

Эту формулу можно переписать в более удобном для дискретной функции виде:

$$F(n) = |F(n)| e^{i\Phi(n)} = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N f(v) e^{-i(2\pi n/N)v}. \quad (68)$$

Это и есть дискретное преобразование Фурье (ДПФ), где заданный временной ряд имеет вид $f(1), f(2), \dots, f(N)$, т. е. представлен N отсчетами через равные интервалы [в случае $N+1$ отсчетов $f(0) = f(N)$]. Уравнение (68) можно также получить непосредственно из (61):

$$F(n) = 1/2 (a_n - ib_n), \quad (69)$$

где a_n и b_n — коэффициенты Фурье в дискретной форме.

Частота Найквиста или свертывания равна $N/2$ для N четного и $(N+1)/2$ для N нечетного (см. раздел 4.3). Следовательно, функцию $F(n)$ необходимо вычислять только для $n = 1, 2, 3, \dots$ вплоть до частоты Найквиста, т. е. до $N/2$ или $(N+1)/2$. Это ясно, поскольку N заданных величин $f(v)$ могут определить только N других величин a_n и b_n , а в каждой $F(n)$ содержатся две неизвестные величины. Эти две неизвестные в каждой из функций $F(n)$ представляют собой амплитуду и фазу.

Формулу (68) можно переписать в виде

$$F(n) = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^{N/2} \left[f(v) + (-1)^n f\left(\frac{N}{2} + v\right) \right] e^{-i(2\pi n/N)v}. \quad (70)$$

Обратное преобразование функции $F(n)$ в дискретной форме записывается как

$$f(v) = \sum_{n=1}^N F(n) e^{i(2\pi v/N)n} = 2 \sum_{n=1}^{N/2} F(n) e^{i(2\pi v/N)n}. \quad (71)$$

Выражение (71) можно проверить, подставив (68) вместо $F(n)$, в результате чего правая часть (71) должна превратиться в $f(v)$. Эту формулу можно также записать в виде, аналогичном выражению (59). Уравнение (71) определяет обратное дискретное преобразование Фурье (ОДПФ). Второе выражение (71) для $f(v)$ может быть более удобным при операции свертывания. Это выражение очевидно, поскольку для четного N с учетом выражений для a_n и b_n имеем

$$\begin{aligned} & F\left(\frac{N}{2} - 1\right) \exp\left[i \frac{2\pi v}{N} \left(\frac{N}{2} - 1\right)\right] = \\ & = F\left(\frac{N}{2} + 1\right) \exp\left[i \frac{2\pi v}{N} \left(\frac{N}{2} + 1\right)\right]. \end{aligned} \quad (72)$$

Для нечетного N верхний предел равен $(N+1)/2$.

Более точные формулы для $f(v)$ в дискретной форме выводятся аналогично случаю с $F(\omega)$ в (66). Читатель может проделать это

сам в качестве упражнения. Рекомендуется ознакомиться также с [591, 821].

Формулы дискретного суммирования (68) и (71) можно записать в виде многочленов:

$$F(n) = \frac{1}{N} \sum_{\nu=1}^N f(\nu) z^{\nu}, \quad (73)$$

Здесь

$$z = e^{-i(2\pi n/N)},$$

$$f(\nu) = \sum_{n=1}^N \frac{F(n)}{z^n}, \quad (74)$$

$$z = e^{-i(2\pi \nu/N)}.$$

Выражения (73) и (74), довольно часто встречающиеся в литературе, называются *z-преобразованиями*.

Можно показать, что правила вычислений, установленные для непрерывных Фурье-преобразований в разделе 2.3, остаются в силе и в случае дискретных преобразований [546]. Хорошее изложение вопросов дискретного спектрального анализа можно найти в [677].

4.5.4. КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ И СВЕРТКА

Дискретная автокорреляционная функция имеет вид

$$C_{11}(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{t=1}^{N-\tau} f(t) f(t+\tau), \quad (75)$$

где $\tau = 0, 1, 2, \dots, m$; $f(1), f(2), \dots, f(N)$ — заданный временной ряд.

Заметим, что при вычислении средних $C_{11}(\tau)$ с увеличением m в выражение входит все меньше и меньше членов. Это приводит к появлению флуктуаций средних $C_{11}(\tau)$ дополнительно к тем флуктуациям, которые возникают при нарушении корреляции функций. Следовательно, m ограничивается небольшой долей N ; обычно рекомендуется, чтобы при вычислении энергетических спектров величина m не превышала 10—15% от N . С другой стороны, чем меньше m , тем уже диапазон временных сдвигов, используемых при построении корреляционных функций, и тем ниже спектральная разрешенность. Поэтому при выборе m неизбежен определенный компромисс между требованиями к устойчивости корреляционной функции и разрешенности спектра. Более подробно этот вопрос приведен в разделах 3.5.1 и 4.4.8. В некоторых работах вместо нормирующего множителя вида $1/(N-\tau)$ употребляется нормирующий множитель вида $1/N$, что обеспечивает более устойчивые оценки (увеличение точности).

Для того чтобы коэффициенты корреляции и энергии имели определенный смысл, значения функции $f(t)$ следует измерять от ее математического ожидания. Если этого не делается, нужно вводить соответствующую поправку, чтобы избежать появления в спектре мешающих компонентов, маскирующих искомые составляющие (см. раздел 4.2.4, пункт 1). Обозначим через $x(t)$ непосредственно измеряемые значения, т. е. $f(t) = x(t) - \bar{x}$. Подставив последнее выражение для $C_{11}(\tau)$ в (75) и предположив стационарность, найдем, что

$$C_{11}(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{t=1}^{N-\tau} x(t) x(t+\tau) - \left[\frac{1}{N-\tau} \sum_{t=1}^{N-\tau} x(t) \right]^2, \quad (76)$$

где последний член в правой части представляет собой квадрат среднего \bar{x} .

В соответствии с (75) можно написать дискретное выражение для взаимной корреляционной функции

$$C_{12}(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{t=1}^{N-\tau} f_1(t) f_2(t+\tau), \quad (77)$$

где $\tau = 0, 1, 2, \dots, m$, а заданные временные ряды имеют вид $f_1(1), f_1(2), \dots, f_1(N)$ и $f_2(1), f_2(2), \dots, f_2(N)$.

При измерении от произвольной нулевой линии получается следующее выражение для коэффициента взаимной корреляции $C_{12}(\tau)$, если принять $f_1(t) = x(t) - \bar{x}$ и $f_2(t) = y(t) - \bar{y}$ при условии стационарности

$$C_{12}(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{t=1}^{N-\tau} x(t) y(t+\tau) - \frac{1}{(N-\tau)^2} \sum_{t=1}^{N-\tau} x(t) \sum_{t=1}^{N-\tau} y(t). \quad (78)$$

Это выражение является аналогом (76) для функции автокорреляции. В значения корреляционных функций, вычисленных по формулам (76) и (78), внесены поправки за совмещение нулевой линии, параллельной средней.

Аналогично записывается дискретная формула для свертки:

$$f_1(t) * f_2(t) = \frac{1}{N-t} \sum_{\tau=1}^{N-t} f_1(\tau) f_2(t-\tau), \quad (79)$$

где $t = 0, 1, 2, \dots, m$, а заданные временные ряды имеют вид

$$f_1(1), f_1(2), \dots, f_1(N) \text{ и } f_2(1), f_2(2), \dots, f_2(N).$$

При измерениях от произвольной нулевой линии, параллельной средней, формула (79) принимает вид

$$f_1(t) * f_2(t) = \frac{1}{N-t} \sum_{\tau=1}^{N-t} x(\tau) y(t-\tau) - \frac{1}{(N-t)^2} \sum_{\tau=1}^{N-t} x(\tau) \sum_{\tau=1}^{N-t} y(\tau). \quad (80)$$

Дискретные формулы для вычисления энергетических и взаимных энергетических спектров будут даны в следующем разделе.

4.6. СПОСОБЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ СПЕКТРОВ

Выше была отмечена особая роль современных ЭВМ в развитии геофизической спектроскопии. Именно мощные ЭВМ обеспечили столь большой прогресс в данной области науки за последнее десятилетие. Далее будут изложены основные способы вычисления спектров, причем в таком объеме, который позволит читателю применять их на практике. Вычислительные программы здесь не приводятся, но в соответствующих местах делаются ссылки на источники. Очень полезная подборка программ приведена в [1207, 1208]. Исследование сравнительных достоинств различных способов вычисления спектров геофизических данных выполнено в [647].

При описании практических методик понадобилось коснуться и способов фильтрации. Такой порядок изложения материала (способы фильтрации будут рассмотрены подробно только в главе 6) вряд ли вызовет у читателя какие-либо затруднения.

4.6.1. КОСВЕННЫЙ СПОСОБ ИЛИ СПОСОБ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ

Основная идея этого способа заключается в том, чтобы сначала вычислить автокорреляционную функцию заданного временного ряда $f(t)$, а затем путем Фурье-преобразования автокорреляционной функции получить энергетический спектр. Аналогично, вычисляя взаимную корреляционную функцию и преобразуя ее по Фурье, получаем взаимный энергетический спектр. Основные соотношения были выведены в главе 3.

Ограничимся вначале обсуждением способов вычисления автокорреляционной функции и энергетического спектра; вычисления взаимной корреляционной функции и взаимного энергетического спектра аналогичны. Поскольку мы вынуждены иметь дело с дискретными измерениями, необходимо использовать формулы, приспособленные для этого случая. Автокорреляционная функция дискретного ряда измерений вычисляется по формуле (75). Для вычисления энергетического спектра по автокорреляционной функ-

ции преобразуем формулу (25) раздела 3.3.3 следующим образом:

$$E_{11}(\omega) = 2 \int_0^{\infty} C_{11}(\tau) \cos \omega \tau d\tau.$$

В дискретном виде

$$\begin{aligned} E_{11}(n) &= \frac{2}{m} \sum_{\tau=0}^m C_{11}(\tau) \cos \frac{2n\pi}{m} \tau = \\ &= \frac{1}{m} \left[C_{11}(0) + 2 \sum_{\tau=1}^{m-1} C_{11}(\tau) \cos \frac{l\pi}{m} \tau + C_{11}(m) \cos l\pi \right] = E(l). \end{aligned} \quad (81)$$

Положим $l = 2n$ и заметим, что два крайних члена входят в выражение с половинными весами (два конечных отрезка представляют собой лишь половины интервалов по оси τ) (см. раздел 4.5.1). Тогда функция $E(l)$ представляет собой энергетический спектр на частоте l , причем

$$0 \leq l \leq m \text{ или } 0 \leq n \leq m/2.$$

Верхние пределы соответствуют частоте Найквиста (см. раздел 4.3.1). Формула (81) часто используется в литературе из [247], появляясь в слегка измененных записях, но редко выводится.

Теперь мы располагаем всем необходимым для вычисления энергетического спектра косвенным способом. Процесс вычисления спектра состоит из следующих процедур:

1. Из заданного временного ряда вычитается среднее значение. Следовательно, в дальнейшем мы будем иметь дело только с отклонениями от среднего, поэтому формулы упрощаются. Такая подготовка данных должна делаться всегда.

2. Если нужно убрать какую-то часть спектра, то применяется фильтрация (см. раздел 6.2.3) для устранения влияния боковых лепестков, сопровождающих преобразование сильных экстремумов; выравнивание амплитуд частотных составляющих (см. раздел 6.3.2). Кроме этого, из наблюдаемых данных устраняется тренд (см. раздел 4.2.4). Подобно процедуре 1 эти операции также являются частью подготовки данных к вычислению спектра, но они выполняются лишь при необходимости.

3. С помощью дискретной формулы вычисляется функция автокорреляции

$$C_{11}(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{t=1}^{N-\tau} f(t) f(t+\tau),$$

где $\tau = 0, 1, 2, \dots, m$; $f(1), f(2), \dots, f(N)$ — заданный временной ряд.

4. С помощью формулы (81) определяется энергетический спектр

$$E(l) = \frac{1}{m} \left[C_{11}(0) + 2 \sum_{\tau=1}^{m-1} C_{11}(\tau) \cos \frac{l\pi}{m} \tau + C_{11}(m) \cos l\pi \right].$$

Величина $E(l)$ называется первичной оценкой спектральной плотности.

5. Если запись получена с помощью аппаратуры, обладающей некоторой частотной характеристикой, например, с помощью сейсмографа, то спектральные оценки следует соответствующим образом исправить:

$$E(l) |I(l)|^2 = E_i(l),$$

где $|I(l)|$ — амплитудная частотная характеристика регистрирующей аппаратуры (в случае вычисления энергетических спектров фазовая частотная характеристика не учитывается). Эту процедуру можно опустить в тех случаях, когда регистратор имеет $|I(l)| = 1$ или же когда нас интересуют только сравнительные оценки, полученные по наблюдениям с помощью одной и той же аппаратуры или аппаратуры с идентичными характеристиками.

6. Первичные оценки спектральной плотности $E_i(l)$ сглаживаются для получения уточненных оценок спектральной плотности. Сглаживание можно выполнить с помощью нескольких практически идентичных формул (см. раздел 4.4). Приведем наиболее употребительные сглаживающие коэффициенты Хэмминга—Тьюки и Ханна (соответственно, верхние и нижние числа); сглаженные значения обозначены черточкой сверху:

$$\begin{aligned} \bar{E}_i(0) &= \left. \begin{array}{l} 0,54 \\ 0,50 \end{array} \right\} E_i(0) + \left. \begin{array}{l} 0,46 \\ 0,50 \end{array} \right\} E_i(1) \\ \bar{E}_i(l) &= \left. \begin{array}{l} 0,23 \\ 0,25 \end{array} \right\} E_i(l-1) + \left. \begin{array}{l} 0,54 \\ 0,50 \end{array} \right\} E_i(l) + \left. \begin{array}{l} 0,23 \\ 0,25 \end{array} \right\} E_i(l+1) \quad (82) \end{aligned}$$

для

$$1 \leq l \leq m-1$$

$$\bar{E}_i(m) = \left. \begin{array}{l} 0,46 \\ 0,50 \end{array} \right\} E_i(m-1) + \left. \begin{array}{l} 0,54 \\ 0,50 \end{array} \right\} E_i(m).$$

Такое или подобное сглаживание производится для подавления помехи и устранения влияния прямоугольной весовой функции. Следовательно, сглаживание в частотной области направлено на устранение искажений, вносимых прямоугольной временной весовой функцией.

Имея это в виду, необходимо обеспечить такое сглаживание в частотной области, которое бы эффективно устраняло искажения, вызываемые временным окном, без излишнего выравнивания спектра. Излишнее выравнивание может уничтожить значимые спектральные особенности, которые могли бы оказаться важными

при интерпретации спектров. Если в правой части выражения для $\bar{E}_l(t)$, приведенного выше, заменить $E_l(t-1)$, $E_l(t)$ и $E_l(t+1)$ выражениями вида (81), то, используя сглаживающие коэффициенты Ханна, получим

$$\bar{E}_l(t) = \frac{1}{m} \left[C_{11}(0) + \sum_{\tau=1}^{m-1} C_{11}(\tau) \left(1 + \cos \frac{\pi\tau}{m} \right) \cos \frac{l\pi\tau}{m} \right]. \quad (83)$$

Это равнозначно применению корреляционной весовой функции Ханна во временной области.

Таким образом, мы использовали две равносильные процедуры — корреляционную весовую функцию во временной области [в этом случае взвешивается $C_{11}(\tau)$] и сглаживание с помощью соответствующих коэффициентов в частотной области. Это еще один пример соответствия между умножением во временной области и сверткой в частотной области (см. раздел 4.4.7). Проведенное в [849] сравнение указанных процедур показало, что чем длиннее обрабатываемый отрезок временного ряда, тем меньше различие между этими процедурами.

7. Если выравнивались амплитуды частотных составляющих (процедура 2), то должна выполняться обратная операция, но на этот раз в частотной области (см. раздел 6.3.2). Итак, выравнивание амплитуд в частотной области выполняется с целью устранения побочных экстремумов, вызываемых большими пиками в спектре данной трассы, а временное или спектральное взвешивание выполняется с целью сглаживания прямоугольной весовой функции.

8. В последней процедуре желательно рассчитать доверительные пределы полученного спектра (см. раздел 5.1.3).

В 1960-х годах косвенный способ был основным при расчете спектров, особенно после выхода в свет книги Р. Блэкмана и Дж. Тьюки [247]. Руководство по составлению машинных вычислительных программ для расчетов спектров опубликовано в [1350].

В очень содержательной работе [1374] приведены данные о влиянии различных факторов, подобных величине выборки, способу дискретизации, на записи различных типов, в частности, на записи микропульсаций геомагнитного поля, и возможности способа, основанного на вычислении спектральной плотности энергии. Структура формулы для определения $E(t)$ подсказывает несколько полезных правил, которых следует придерживаться при выборке данных, чтобы достичь любой желаемой степени разрешенности и устойчивости. Аргумент косинус функции равен

$$\omega t = 2\pi t/T_l = l\pi\tau/m,$$

т. е. период l -й компоненты

$$T_l = 2m\tau/l = 2m \Delta t/l. \quad (84)$$

Разрешенность по периоду (определяемая как разность в периодах между последовательными спектральными оценками) записывается как

$$\Delta T_l = T_l - T_{l+1} \approx 2m \Delta t / l^2. \quad (85)$$

Исключая l из (84) и (85), получим

$$m \Delta t = T_l^2 / 2 \Delta T_l. \quad (86)$$

Если задать значения T_l и ΔT_l (в соответствии с требуемой разрешенностью), то можно определить произведение $m \Delta t$. Зная же $m \Delta t$, по известной Δt находим максимальный сдвиг m , используемый при вычислении корреляционной функции. Если, кроме того, мы задаем определенное число степеней свободы (см. раздел 5.1.3) $\mu = 2N/m$, то можно найти также общее число отсчетов N .

Рассмотрим один пример из [1374]. Мы хотим получить разрешенность в $\Delta T_l = 2$ с при периоде $T_l = 40$ с. Если Δt задано равным 10 с, то получаем $m = 40$. Более того, задавая 20 степеней свободы, т. е. $2N/m = 20$, имеем окончательно $N = 400$. Аналогичные рассуждения имеют место при оценке других спектральных способов.

В заключение приведем формулы для вычисления взаимного энергетического спектра. Сначала вычисляется взаимная корреляционная функция с помощью формул дискретного суммирования (см. раздел 4.5.4)

$$C_{12}(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{t=1}^{N-\tau} f_1(t) f_2(t+\tau),$$

где $\tau = 0, 1, 2, \dots, m$, а заданный временной ряд представлен в виде

$$f_1(1), f_1(2), \dots, f_1(N) \text{ и } f_2(1), f_2(2), \dots, f_2(N).$$

Взаимный энергетический спектр удобно разделить на его действительную (косинусный спектр) и мнимую (синусный спектр) части согласно (27) и (30) главы 3:

$$E_{12}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C_{12}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = P_{12}(\omega) - iQ_{12}(\omega), \quad (87)$$

где

$$P_{12}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C_{12}(\tau) \cos \omega\tau d\tau,$$

$$Q_{12}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C_{12}(\tau) \sin \omega\tau d\tau.$$

Поскольку $C_{12}(\tau) = C_{21}(-\tau)$, по аналогии с (32) главы 3 получаем

$$P_{12}(\omega) = \int_0^{\infty} [C_{12}(\tau) + C_{21}(\tau)] \cos \omega \tau d\tau, \quad (88)$$

$$Q_{12}(\omega) = \int_0^{\infty} [C_{12}(\tau) - C_{21}(\tau)] \sin \omega \tau d\tau.$$

Записав эти формулы в дискретной форме с учетом половинных весов у двух крайних членов, получим

$$P_{12}(l) = \frac{1}{m} \left[C_{12}(0) + \sum_{\tau=1}^{m-1} \{C_{12}(\tau) + C_{21}(\tau)\} \cos \frac{l\pi}{m} \tau + C_{12}(m) \cos l\pi \right]. \quad (89)$$

Поскольку $C_{12}(m) = C_{21}(m)$, то функция взаимной корреляции определяется произведением $f_1(m) f_2(m)$, а также

$$Q_{12}(l) = \frac{1}{m} \sum_{\tau=1}^{m-1} [C_{12}(\tau) - C_{21}(\tau)] \sin \frac{l\pi}{m} \tau. \quad (90)$$

Очевидно, что автокорреляционная функция и энергетический спектр получаются как частный случай из этих формул, а именно, равенство $E(l) = P_{11}(l)$ вытекает непосредственно из уравнения для $P_{12}(l)$, тогда как $Q_{11}(l) = 0$. Применение корреляционных весовых функций сводится к умножению коэффициентов корреляции на дискретные множители выбранных весовых функций.

4.6.2. ПРЯМОЙ СПОСОБ ИЛИ СПОСОБ ПЕРИОДОГРАММ

Прямой способ заключается в непосредственном вычислении преобразования Фурье заданного временного ряда. Дискретные формулы имеют следующий вид (подробнее см. раздел 4.5):

конечное косинус-преобразование функции $f(v)$	}	(91)
$a(\omega) \rightarrow a(n) = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N f(v) \cos \frac{2n\pi}{N} v,$		
конечное синус-преобразование функции $f(v)$	}	
$b(\omega) \rightarrow b(n) = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N f(v) \sin \frac{2n\pi}{N} v,$		
комплексное преобразование Фурье-функции $f(v)$	}	
$F(\omega) = a(\omega) - ib(\omega);$		

амплитудный спектр	}	(92)	
			$ F(\omega) = [a^2(\omega) + b^2(\omega)]^{1/2},$
энергетический спектр			$ F(\omega) ^2 = a^2(\omega) + b^2(\omega),$
фазовый спектр $\Phi(\omega),$			$\text{tg } \Phi(\omega) = -b(\omega)/a(\omega).$

Этих формул достаточно для вычисления спектров прямым способом. Процесс вычислений прямым способом по сравнению с косвенным выглядит следующим образом: процедуры 1, 2 и 6—8 аналогичны процедурам в косвенном способе; процедура 3 не применяется; процедура 4 — вычисление спектров с помощью формул для прямого способа; процедура 5 — введение поправок за аппаратуру в амплитудный и фазовый спектры.

Этим способом, естественно, не вычисляется функция автокорреляции, но при необходимости ее можно вычислить как обратное преобразование спектра энергии $|F(\omega)|^2$ (см. раздел 3.3.3). При вычислениях прямым способом получается фазовый спектр $\Phi(\omega)$, чего нет при косвенном способе. Прямой способ не очень удобен для практического применения и поэтому употребляется редко.

Существует вариант прямого способа, в котором используются коэффициенты Фурье a_n и b_n в дискретном виде (см. раздел 4.5.2):

$$a_n = \frac{2}{N} \sum_{v=1}^N f(v) \cos \frac{2n\pi}{N} v,$$

$$b_n = \frac{2}{N} \sum_{v=1}^N f(v) \sin \frac{2n\pi}{N} v.$$
(93)

По коэффициентам Фурье для каждой частоты n определяется средняя энергия

$$\frac{1}{2} (a_n^2 + b_n^2).$$

В остальном операции те же, что и в прямом способе.

Указания по составлению машинных программ для вычисления рядов Фурье содержатся в [544, 1209]. В [416, с. 107] и [739] периодограмма определяется как (см. раздел 3.3.2)

$$\frac{|F(\omega)|^2}{T} = \frac{a^2(\omega) + b^2(\omega)}{T},$$
(94)

где T — интервал записи (равный N).

Поправки за влияние аппаратуры вводятся на пятой процедуре вычислений, т. е. умножением в частотной области, что наиболее удобно. Если требуется сигнал в том виде, в каком он поступает на вход регистрирующего канала, то его лучше всего получить

с помощью обратного преобразования в частотной области или посредством обратной свертки во временной области (рассматривая трассу записи как свертку сигнала, поступающего на вход приемного устройства, и импульсной реакции самого приемного устройства (см. раздел 6.5.4)).

При анализе записей в большинстве случаев необходимо выполнить серию операций. Поэтому представляет интерес рассмотреть вопрос очередности выполнения различных операций.

Таблица 17

Различные процедуры вычисления модифицированных периодограмм

Процедура	Способ		
	I (прямой)	II (прямой)	III (косвенный)
1	$f(t)$	$f(t)$	$f(t)$
2	$f(t) \cdot \omega(t)$	$F(\omega)$	$C_{11}(\tau)$
3	$F(\omega)$	$\cdot I(\omega)$	$ E(\omega) ^2$
4	$\cdot I(\omega)$	Сглаживание Возведение в квадрат	$\cdot I(\omega) ^2$
5	Возведение в квадрат		Сглаживание
6	$\bar{P}(\omega)$	$\bar{P}(\omega)$	$[\bar{P}(\omega)]$

$\omega(t)$ равна весовой функции, $I(\omega)$ — частотная характеристика сейсмографа.

так как неправильный порядок может привести к неправильным результатам. Возьмем в качестве примера вычисление периодограммы Фурье, т. е. выражения вида $|F(\omega)|^2 T$. Под модифицированной периодограммой $\bar{P}(\omega)$ подразумевается периодограмма, вычисленная с использованием сглаженной функции $|F(\omega)|$. Можно вычислить $\bar{P}(\omega)$ двумя различными способами, дающими в сущности одинаковый результат (способы I и II в табл. 17). Фактически единственное различие способов I и II заключается в использовании временной весовой функции в способе I и применении сглаживания спектра в способе II. Способы I и II дают практически одинаковые результаты, но если в способе II изменить порядок использования процедур 4 и 5, то результат получится иным. Это, фактически, сделано в способе III табл. 17, согласно которой сначала вычисляется автокорреляционная функция [244].

4.6.3. СПОСОБ БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ (БПФ)

В середине 1960-х годов был предложен способ преобразования Фурье, более эффективный, чем описанные ранее. Принцип способа БПФ можно объяснить следующим образом [381]. Заданный дискретный наблюдаемый ряд обозначим через x_t , где

$t = 1, 2, \dots, N$, а N — четное число. Этот ряд разделяется на две части: первая часть состоит из отсчетов с нечетными индексами и вторая часть состоит из отсчетов с четными индексами, причем $t = 1, 2, \dots, N/2$.

$$\begin{aligned} y_t &= x_{2t-1} = x_1, x_3, \dots, x_{N-1}, \\ z_t &= x_{2t} = x_2, x_4, \dots, x_N. \end{aligned} \quad (95)$$

Заметим, что эти два ряда y_t и z_t перекрывают друг друга.

Используя дискретные выражения (64) для Фурье-преобразования, можно записать дискретные преобразования (ДПФ) этих трех рядов (суммарного и двух частичных):

$$\left. \begin{aligned} X_n^{(N)} &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x_t e^{-i(2\pi n/N)t}, \\ Y_n^{(N/2)} &= \frac{2}{N} \sum_{t=1}^{N/2} y_t e^{-i(4\pi n/N)t}, \\ Z_n^{(N/2)} &= \frac{2}{N} \sum_{t=1}^{N/2} z_t e^{-i(4\pi n/N)t}. \end{aligned} \right\} \quad (96)$$

Заметим, что число членов в $X_n^{(N)}$ равно N , а в $Y_n^{(N/2)}$ и $Z_n^{(N/2)}$ — $N/2$. Данные три временных ряда связаны между собой. Их преобразования также связаны между собой, что следует из разложения

$$\begin{aligned} X_n^{(N)} &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N/2} [y_t e^{-i(2\pi n/N)(2t-1)} + z_t e^{-i(2\pi n/N)2t}] = \\ &= e^{i(2\pi n/N)} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N/2} y_t e^{-i(4\pi n/N)t} + \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N/2} z_t e^{-i(4\pi n/N)t} = \\ &= \frac{1}{2} e^{i(2\pi n/N)} Y_n^{(N/2)} + \frac{1}{2} Z_n^{(N/2)}. \end{aligned} \quad (97)$$

Заменяя n на $n + N/2$, находим

$$Y_{n+N/2}^{(N/2)} = Y_n^{(N/2)} \quad \text{и} \quad Z_{n+N/2}^{(N/2)} = Z_n^{(N/2)}, \quad (98)$$

поскольку

$$\frac{4\pi n}{N} t \rightarrow \frac{4\pi}{N} \left(n + \frac{N}{2} \right) t = \frac{4\pi n}{N} t + 2\pi t,$$

что в случае целого t оставляет показательную функцию без изменений. Как следствие получаем

$$\begin{aligned} X_{n+N/2}^{(N)} &= \frac{1}{2} e^{i(2\pi/N)(n+N/2)} Y_{n+N/2}^{(N/2)} + \frac{1}{2} Z_{n+N/2}^{(N/2)} = \\ &= \frac{1}{2} e^{i(2\pi n/N)} Y_n^{(N/2)} + \frac{1}{2} Z_n^{(N/2)}. \end{aligned} \quad (99)$$

Для простоты перепишем формулы (97) и (99), имеющие основополагающее значение в понимании БПФ:

$$X_n^{(N)} = \frac{1}{2} e^{i(2\pi n/N)} Y_n^{(N/2)} + \frac{1}{2} Z_n^{(N/2)}$$

для $n = 0, 1, 2, \dots, (N/2) - 1$, (100)

$$X_{n+N/2}^{(N)} = -\frac{1}{2} e^{i(2\pi n/N)} Y_n^{(N/2)} + \frac{1}{2} Z_n^{(N/2)}$$

для $n = N/2 - N/2, N/2 - 1, \dots, N - 1$.

Уравнения (100) позволяют вычислить преобразование заданного ряда x_i по преобразованиям двух частных рядов y_i и z_i . Если же $N/2$ окажется четным числом, то процесс может быть продолжен, т. е. каждый из рядов y_i и z_i можно снова разделить на два частных ряда и найти преобразование каждого из них и так далее, пока число членов в частных рядах четное. Последнее условие можно выполнить, если взять исходный ряд с числом членов $N = 2^k$, где k — любое положительное целое число. В этом случае описанный выше процесс можно продолжать до тех пор, пока в каждом из частных рядов не останется по одному члену. Преобразования Фурье этого члена совпадают, что видно из выражения для $X_n^{(N)}$ в (100). Простой пример использования этого способа можно найти в [724, стр. 315].

Таким образом, применяя способ БПФ, следует выбирать число наблюдений равным 2^k , т. е. при

$$k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 \\ N = 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096.$$

На практике N или k определяются следующим образом:

1) выбирается полный интервал анализа: представительная выборка из случайного процесса, весь переходный сигнал;

2) выбирается интервал дискретизации с учетом явления маскировки (наложения) частот;

3) В общем случае отношение интервала анализа к интервалу дискретизации может не быть равным 2^k . Чтобы достичь этого равенства, следует либо увеличить объем выборки из случайного процесса, либо добавить необходимое количество нулей к переходному сигналу.

Аналогично прямому способу с помощью БПФ получается преобразование Фурье непосредственно данной записи в дискретном виде. Это означает, что энергетические спектры нужно получать путем возведения спектральных оценок в квадрат. Автокорреляционная функция не вычисляется, но при необходимости может быть получена путем обратного преобразования энергетического спектра. Процесс вычислений тот же, что и в прямом способе, только в качестве процедуры 4 используется БПФ. И в прямом

способе, и в способе БПФ взаимный энергетический спектр должен вычисляться по Фурье-преобразованиям данных временных рядов, т. е. в виде $|F_1^*(\omega) F_2(\omega)|$ с использованием фундаментальных соотношений главы 3. Затем, путем обратного преобразования взаимного энергетического спектра, можно получить функцию взаимной корреляции. Опробование на экспериментальном материале показало, что энергетические спектры, вычисленные с помощью БПФ, практически идентичны спектрам, полученным способом преобразования корреляционных функций. Аналогично, свертку двух функций времени проще всего вычислить, найдя вначале два Фурье-преобразования с помощью БПФ, перемножив их и, наконец, подвергнув произведение обратному преобразованию.

Главное преимущество способа БПФ перед другими способами спектрального анализа состоит в увеличении скорости вычислений благодаря значительно меньшему числу операций; точность спектральных оценок не увеличивается. Следовательно, главное преимущество состоит в экономии машинного времени и памяти. Можно показать, что число арифметических операций в способе БПФ равно приблизительно $2kN = 2N \log_2 N$, а в других способах приблизительно N^2 . При $N = 4096$, $k = 12$ находим, что N^2 почти в 171 раз больше $2N \log_2 N$.

Этот метод был предложен много лет назад, заново открыт Дж. Кули и Дж. Тьюки и называется иногда алгоритмом Кули — Тьюки. Исторический обзор дан в [393]. Начиная с конца 1960-х годов способ находит все более широкое применение во всех областях, где вычисляются спектры, и постепенно вытесняет способ преобразования корреляционных функций, описанный выше.

В связи с широким использованием способа БПФ растет количество литературы; можно отметить [536, 394, 1504, 244, 546, 540, 204, 1104]. Обширные сведения по различным вопросам БПФ содержатся в изданиях Института электротехники и электроники (IEEE), который посвятил этому способу несколько специальных выпусков. Вычислительные программы для БПФ помещены в [1209, 540].

При рассмотрении всех способов оценки спектров мы использовали временные ряды. Естественно, все способы с равным успехом применимы и к пространственным рядам. Более того, эти способы легко распространяются на случаи двух переменных или более с помощью соответствующих формул главы 2. Например, описание двумерного варианта БПФ можно встретить в работах [1051, 246, 893]. Преобразования двумерных данных удобно вычислять, находя сначала преобразования строк, т. е. по одной из переменных. Затем полученный столбец подвергается преобразованию по второй переменной. В [1052] описано модифицированное БПФ, особенно экономичное в отношении вычислительного времени и машинной памяти при выполнении преобразований двумерных полей (например, данных аэромагнитной съемки).

В [1329] предложен новый быстрый алгоритм вычисления частотно-волночисловых спектров, т. е. двумерных спектров, зависящих от частоты и волнового числа.

Существует еще один вариант способа вычисления спектров, называемый способом прореживания по частоте. Другой вариант способа БПФ, описанного выше, называется способом прореживания по времени [381]. В способе прореживания по частоте все множество данных, подлежащих анализу, делится на неперекрывающиеся отрезки и для каждого отрезка вычисляется спектр. Для вычисления спектров можно использовать те же самые дискретные формулы, что и в БПФ. Затем находятся средние по всем отрезкам. Этот способ оказался особенно полезным при обработке записей, полученных с помощью сейсмографов, распределенных по площади [338, 857].

4.6.4. ПОСЛЕДНИЕ РАЗРАБОТКИ

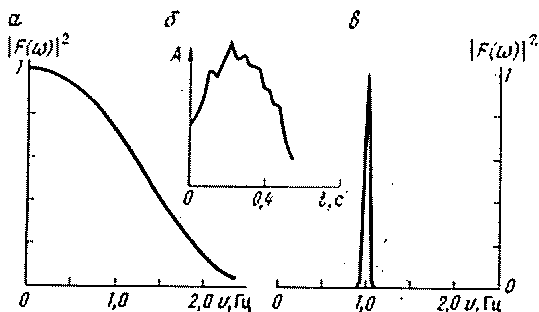
Все описанные способы основаны на одних и тех же принципах и поэтому дают практически одни и те же результаты. Способ БПФ означал собой важный шаг вперед, но только в вычислительном отношении (значительная экономия машинного времени и памяти). Он не внес каких-либо улучшений в вычисляемые спектры, поскольку основывался на прежних фундаментальных принципах.

В последнее время Дж. П. Бургом разработан отличный в корне подход к вычислению энергетических спектров, названный спектральным способом максимальной энтропии [856]. Как и косвенный способ, он основан на преобразовании корреляционных функций, но является адаптивным. Его преимущество перед старыми способами состоит в точной передаче частотного состава и, самое главное, в намного более высокой разрешающей способности. Весьма убедительный пример показан на рис. 42. Новый способ достигает точности и детальности, характерных для оптических спектров (см. раздел 1.7). Вне всякого сомнения, что он будет играть важную роль в геофизических приложениях, особенно в тех случаях, когда интервал измерений (длительность наблюдений) мал по сравнению с наблюдаемыми периодами или когда в спектре присутствуют узкие экстремумы. Родственным, хотя, кажется, и менее эффективным, является способ максимального правдоподобия.

Новый способ вычисления спектров с высокой разрешенностью был предложен в 1969 г. Дж. Кейпоном и развит впоследствии В. Ф. Писаренко [333, 1158]. Еще одним перспективным способом обработки ограниченных во времени сигналов является представление заданной временной функции с помощью показательных функций с комплексной экспонентой [1354]. В этом способе используется разложение дискретных данных в ряд, напоминающий ряд Фурье,

только с той разницей, что показатель ϵ -функции не чисто мнимый, как в рядах Фурье, а комплексный (аналогично преобразованию Лапласа с комплексным показателем [193]). Это означает, что спектральные амплитуды не постоянные, а изменяющиеся экспоненциально со временем (см. раздел 3.6.1). Данный способ обладает в общем более высокой разрешающей способностью, чем обычный способ преобразования Фурье.

Рис. 42. Сравнение энергетического спектра максимальной энтропии (ϵ) с квадратом модуля Фурье-преобразования неполной синусоиды (α) [1459]



Из последних разработок следует назвать спектр Уолша (см. раздел 3.6.2). Все новейшие способы еще только начинают применяться в геофизике, но они обещают открыть новые пути развития спектральных исследований. Наблюдая за появлением новых способов спектрального анализа, обладающих повышенной точностью и эффективностью, трудно удержаться от соблазна пометить о том времени, когда новые, революционные способы будут господствовать в геофизических исследованиях, а широко используемые сейчас методы Фурье будут принадлежать прошлому.

4.6.5. ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

При выполнении спектрального анализа по изложенным выше вычислительным схемам необходимо принимать ряд мер, важнейшие из которых перечислены ниже.

1. Временные весовые функции можно применять всегда, при этом учитывая, что форма весовой функции имеет меньшее значение, нежели ее длительность, которая должна равняться минимуму удвоенному преобладающему периоду и в то же время не захватывать посторонние сигналы. Влияние усечения рассмотрено в разделах 3.5.2 и 4.4.8. В сомнительных случаях следует опробовать серию весовых функций различной длительности.

2. Интервал дискретизации необходимо выбирать очень внимательно: с одной стороны, он должен быть достаточно малым, чтобы избежать погрешностей маскировки частот (см. раздел 4.3), с другой стороны, он не должен быть слишком малым, так как это ведет к неоправданным затратам машинного времени и памяти. Наилучший интервал дискретизации можно выбрать, изучая записи или пробные спектры, вычисленные при различных интервалах дискретизации.

3. Следует точно проводить нулевую линию, используя для этого достаточно длинные записи, в противном случае перед спектральным анализом необходимо устранить тренд (см. раздел 4.2.4).

4. Для оценки возможного влияния помех на спектры рекомендуется включать в анализ отрезки записи одинаковой длительности, находящиеся перед сигналом.

5. Как правило, геофизические спектры используются только для сравнения, например, амплитуд на разных частотах или амплитуд на заданной частоте в различных выборках. Другими словами, они используются для относительного изучения, а не для извлечения абсолютных сведений. Это означает, что, если располагать относительными спектрами, абсолютные спектры не нужны. Далее важно отметить, что относительные спектры (используемые для сравнений) должны быть сравнимаемыми, т. е. они должны быть получены при одинаковых или равносильных условиях как в отношении регистрации, так и обработки данных. Если ограничиться относительными спектрами, то можно применять произвольные (но эквивалентные) определения, например, корреляционные функции (см. раздел 3.1.1).

6. Хотя изложенные рекомендации касаются в основном обработки данных, не менее важно обеспечить получение качественных наблюдений в смысле их амплитудно-фазовых характеристик. На начальной стадии изучения явлений с неизвестным спектральным составом следует предпочитать широкополосную регистрацию. Важно помнить, что какие-либо выводы, основанные на спектрах, имеют смысл только для фактически наблюдаемого спектрального диапазона. За пределами этого диапазона могут проявляться совершенно иные свойства.

НАДЕЖНОСТЬ И СПОСОБЫ
ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СПЕКТРОВ

Теперь в нашем распоряжении имеются спектральные оценки, соответствующие наблюдаемой кривой или измеренному множеству данных. Прежде чем истолковывать эти оценки в геофизическом смысле, необходимо более внимательно их рассмотреть. Первоочередная задача на данном этапе — попытаться оценить надежность спектральных оценок.

Поскольку основу будущих выводов образуют обычно численные значения спектральных параметров, вопросу точности придается большое значение. В главе 4 мы познакомились с факторами, ограничивающими точность спектра, и способами уменьшения погрешностей. При измерениях различных параметров по наблюдаемым спектрам неизбежно вносятся дополнительные погрешности измерения. В каждом отдельном случае они заслуживают большого внимания.

Другая задача — попытаться представить спектры каким-то способом, удобным для их дальнейшего изучения. Здесь возможны два способа представления: 1) количественными выражениями, связывающими определенные спектральные параметры, и 2) графическим изображением в удобной системе координат. В каждом отдельном случае выбор способа представления зависит от характера исследуемой проблемы. Поэтому следует ожидать большого многообразия в формах представления результатов спектрального анализа.

В случае сейсмической трассы с одной временной и одной амплитудной осями больших сомнений при выборе параметров не возникает. Это — времена вступлений, амплитуды и соответствующие периоды, иногда дополняемые направлением первого отклонения (особенно для волн Р). В случае же сейсмического спектра с одной осью частот и осью амплитуд или энергии очевидных (априорных) параметров нет. И такая ситуация имеет место для всех видов геофизических спектров. Найти правильный параметр — важная задача любого исследования, так или иначе связанного со спектрами. В литературе описано огромное количество параметров (характеристик), использованных при различных исследованиях.

5.1. НАДЕЖНОСТЬ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И СПЕКТРАЛЬНЫХ ОЦЕНОК

5.1.1. ОСНОВЫ ДИСПЕРСИОННОГО АНАЛИЗА

Будем использовать следующие обозначения: $f(t)$ — заданная функция; $f_k(t)$ — Фурье-разложение функции $f(t)$ на k гармоник; σ — среднее квадратическое отклонение функции $f(t)$; σ_k — среднее квадратическое отклонение разности $f(t) - f_k(t)$.

Дисперсия определяется как квадрат среднего квадратического отклонения:

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(t) - a_0|^2 dt, \\ \sigma_k^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(t) - f_k(t)|^2 dt.\end{aligned}\quad (1)$$

С помощью соотношений ортогональности для тригонометрических функций и разложения в ряд Фурье (см. раздел 2.1.1) легко находим следующее уравнение:

$$\sigma_k^2 = \sigma^2 - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^k (a_n^2 + b_n^2).\quad (2)$$

Величина σ_k является мерой точности представления функции $f(t)$ посредством конечного числа членов ряда Фурье. С увеличением числа членов погрешность уменьшается. Представление функции $f(t)$ можно считать хорошим, если σ_k/σ мало. Около разрывов функции $f(t)$ сходимость особенно плохая или вовсе отсутствует (см. явление Гиббса в разделе 2.1.2).

Следует отметить, что дисперсия связана с энергией (мощностью) простым соотношением. Если в первом уравнении формулы (1) заменить выражение $f(t) - a_0$ соответствующим рядом Фурье и затем выполнить интегрирование, то получим

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2),\quad (3)$$

т. е. дисперсия равна средней мощности переменной составляющей функции. Именно поэтому выражение дисперсионный спектр иногда употребляется как синоним выражения энергетический спектр. Подобным образом находим, что

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(t)|^2 dt = a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2),\quad (4)$$

т. е. средняя мощность (левая часть уравнения) равна мощности постоянной составляющей плюс полная мощность переменной со-

ставляющей, причем осреднение производится по одному периоду (правая часть уравнения).

Выражение для σ^2 характеризует полную среднюю энергию переменной составляющей, но эту сумму можно также разделить на слагаемые, соответствующие различным частотам или полосам частот. В (4) суммирование ведется по дискретным частотам n . Можно выразить (4) через интеграл на отрезке с непрерывно изменяющейся частотой. Используя теорему Парсеваля из раздела 3.3.2, находим, что полная дисперсия является мерой полной энергии

$$\sigma^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega, \quad a_0 = 0, \quad (5)$$

а дисперсии на ограниченных интервалах частот пропорциональны энергиям этих частотных интервалов. Вводя циклическую частоту $\nu = \omega/2\pi$ в (5), получаем

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|F(\nu)|^2}{\sigma^2} d\nu = 1. \quad (6)$$

Следовательно, $[|F(\nu)|^2/\sigma^2] d\nu$ есть доля полной энергии, приходящаяся на частотный интервал $d\nu$ с центром на частоте ν . Отнесенная к единичному частотному интервалу доля полной энергии равна $|F(\nu)|^2/\sigma^2$ и называется энергетической спектральной плотностью. Энергетическая спектральная плотность (см. раздел 2.2.2) может применяться в двух модификациях:

1) энергия, приходящаяся на единичный частотный интервал (абсолютная спектральная плотность);

2) доля полной энергии, приходящаяся на единичный частотный интервал (относительная спектральная плотность).

Вместо энергии можно использовать любую другую спектральную величину, например, амплитуду.

5.1.2. КРИТЕРИИ НАДЕЖНОСТИ В ГАРМОНИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ

На основе формул раздела 5.1.1 разработан ряд критериев надежности или значимости для проверки членов разложения в ряд Фурье.

Предположим, что мы имеем замеры температуры воздуха в некоторой точке с мнунтным интервалом на протяжении целого года и необходимо выполнить Фурье-анализ этих измерений. Чтобы изучить весь диапазон частот способом, изложенным в разделе 4.3.2, нам потребуется разложение в ряд с 19-ю членами, т. е. от основного периода в 1 год до периода в 2 мин, соответствующего частоте Найквиста. Первый член, соответствующий периоду в 1 год, без сомнения, будет значимым. Значимыми могут оказаться еще

несколько следующих членов ряда. Но, начиная с некоторого члена, все последующие потеряют физическую значимость и будут характеризовать высокочастотный «шум», содержащийся в записи данной трассы, т. е. случайные флуктуации и погрешности. В этом случае коэффициенты Фурье перестанут уменьшаться с увеличением порядка и распределятся с некоторым разбросом около постоянных значений. Это служит указанием на то, что значимый ряд может быть усечен в точке, где коэффициенты Фурье перестали уменьшаться.

В рассмотренном случае длительность записи (например, один год) соответствует наиболее значимому периоду. При гармоническом анализе наблюдаемых рядов, как правило, предполагается, что основной период известен. Методика обработки в случае отсутствия таких сведений рассмотрена в разделе 3.5.3. С другой стороны, при анализе сейсмических записей часто оказывается, что наибольшими амплитудами обладают периоды, которые значительно меньше длительности записи («скрытые периодичности»).

К. Штумпф [1375, 1376] изобрел способ проверки статистической значимости членов разложения при гармоническом анализе. Этот способ можно кратко описать следующим образом. Весь интервал наблюдений разделяется на N одинаковых неперекрывающихся интервалов. Для каждого из N интервалов рассчитываются коэффициенты Фурье a_n и b_n испытуемого члена. С целью лучшего восприятия коэффициенты изображаются в виде периодограммных векторов в комплексной $F(\omega)$ -плоскости, концы векторов образуют облако. Затем вычисляются следующие характеристики.

1. Математическое ожидание Ex или средний квадратический радиус-вектор точечного облака, определяемые как

$$Ex = \left[\sum_N (a_n^2 + b_n^2) \right]^{1/2} / N. \quad (7)$$

2. Расстояние h_c от начала координат до центра тяжести точечного облака, образованного концами радиусов-векторов;

$$h_c = \left[\left(\sum_N a_n \right)^2 + \left(\sum_N b_n \right)^2 \right]^{1/2} / N. \quad (8)$$

Далее числовые значения Ex и h_c сравниваются между собой и член n разложения в ряд Фурье считается статистически значимым, если $h_c \geq 3Ex$. Такая проверка должна выполняться для каждого члена ряда Фурье: ряд обрывается там, где члены начинают терять свою статистическую значимость.

Геофизические временные ряды не состоят из совершенно случайных величин, на некоторых интервалах времени они квазиустойчивы. Влияние этого свойства геофизических временных рядов на критерии статистической значимости обсуждено в [356, 387]. В результате рекомендовано правую часть неравенства $h_c \geq 3Ex$ увеличивать в 2—3 раза.

Другой критерий значимости гармонического анализа предложен Р. Фишером [512]. Этот критерий равен вероятности того, что отношение

$$(a_n^2 + b_n^2)_{\max} / \sum_N (a_n^2 + b_n^2) \quad (9)$$

превысит некоторое число, с помощью которого задаются доверительные интервалы. Практически начинают с максимального члена $(a_n^2 + b_n^2)$, затем проверяют следующий по значимости член и так до тех пор, пока не находят член со значимостью, меньшей установленного предела. Отношение, используемое в данном критерии, можно сравнить с $(h_c/Ex)^2$ предыдущего критерия. Числители отношений различаются, следовательно, отличаются и соответствующие параметры значимости. Критерий Фишера удобно протабулировать в работах [1077, 1310].

Можно восстановить функцию времени $f(t)$ по ее разложению в ряд Фурье или с помощью обратного преобразования Фурье и сравнить восстановленную функцию с оригиналом. Такая методика применена в [1369] при обработке записей магнитного поля.

Можно предположить, что критерии, разработанные для проверки разложений в ряды Фурье, после соответствующей модификации будут применимы и в случае Фурье-преобразований геофизических записей или других временных и пространственных рядов. Процедура проверки также будет заключаться в разделении всего интервала наблюдений на подынтервалы, вычислении преобразований каждого из подынтервалов и сравнении их между собой. Подобная схема иногда применялась при анализе записей микросейсм с целью выбора длительности записи, обеспечивающей получение надежного спектра.

5.1.3. ПРОВЕРКА НАДЕЖНОСТИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ОЦЕНОК

Полное обсуждение этого вопроса с необходимым привлечением теории математической статистики выходит за рамки данной книги. Поэтому мы ограничимся лишь очень кратким очерком. Определим величину χ^2 (хи-квадрат) как меру рассеяния оценок x_i :

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \sum_i (x_i - \bar{x}_i)^2 / \bar{x}_i \quad \text{для } \bar{x}_i \neq 0, \\ \chi^2 &= \sum_i x_i^2 \quad \text{для } \bar{x}_i = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Если x_i распределена по нормальному закону, тогда χ^2 будет распределена по закону χ^2 , который мы для простоты обозначим через $f(\chi^2)$. Функция $f(\chi^2)$ содержит в качестве параметра число степеней свободы μ и обладает таким свойством, что

$$\int_0^{\infty} f(\chi^2) d\chi^2 = 1. \quad (11)$$

Тогда вероятность того, что величина χ^2 примет значение, заключенное в интервале (a, b) , равна

$$Pr(a < \chi^2 < b) = \int_a^b f(\chi^2) d\chi^2. \quad (12)$$

Если этот интеграл от 0 до a равен 0,05, а интеграл от b до ∞ также равен 0,05, значит существует 90%-ная вероятность того, что χ^2 расположена между a и b . Можно выбрать и другие пределы. Из (12) по меньшей мере формально следует, что значения a и b зависят и от μ , и от Pr .

Т а б л и ц а 18

Доверительные интервалы энергетических спектров
в случае распределения хи-квадрат [1032]

Степень свободы μ	Доверительные интервалы	Степень свободы μ	Доверительные интервалы
1	0,2—1000	15	0,55—2,4
2	0,21—40	20	0,59—2,1
3	0,32—14	50	0,69—1,55
4	0,36—8,3	100	0,78—1,35
5	0,39—6,0	150	0,81—1,27
6	0,42—4,8	200	0,83—1,23
8	0,46—3,8	300	0,86—1,18
10	0,49—3,1		

В табл. 18 приведены доверительные интервалы с надежностью 0,95 [1032]. Соответствующее графическое изображение можно найти в [724, с. 82]. Табличные доверительные интервалы нужно умножать на вычисленные в каждом случае значения энергии. Доверительные интервалы означают, что с вероятностью 0,95 истинное значение покрывается этим интервалом. Отклонения, превышающие эти пределы, считаются значимыми.

Рассмотрим, как определяется число степеней свободы. Для ряда Фурье, содержащего n гармоник, число степеней свободы μ равно $2n$, так как у каждой Фурье-компоненты имеются две степени свободы. В случае непрерывного спектра Фурье число степеней свободы находится по формуле [247]

$$\mu = 2T \left[\int_0^{\infty} F(\omega) d\omega \right]^2 \left/ \int_0^{\infty} F^2(\omega) d\omega \right., \quad (13)$$

где T — полная длительность записи; $F(\omega)$ — спектр, чья устойчивость изучается.

Когда энергетические спектры находятся путем Фурье-преобразования автокорреляционных функций, число степеней свободы таких спектров $\mu = 2N/m$, где N — число отсчетов (величина вы-

борки), а m — максимальное число временных сдвигов, использованных при вычислении функции автокорреляции. Выражение $\mu = 2N/m$ приближенное, но вполне удовлетворительное. Его можно представить в следующем виде: N — число отсчетов или суммарное число элементарных частот, т. е. $1/N, 2/N, \dots, N/N = 1$; $1/m$ — спектральная ширина использованной весовой функции, т. е. ее доля полного частотного диапазона. Таким образом, $N \times (1/m) = N/m$ равно числу элементарных частот в спектральном окне. Каждая частота соответствует двум степеням свободы, так как согласно теореме Фурье необходимы две константы, чтобы охарактеризовать каждую частотную компоненту в волновом импульсе. Отсюда полное число определяемых констант или, другими словами, полное число степеней свободы равно $2N/m$. Определение числа степеней свободы в случае двух координат обосновано в [811]. Когда спектры вычисляются непосредственно с помощью БПФ, каждая первичная оценка имеет две степени свободы. Осреднение n оценок дает новые оценки с $2n$ степенями свободы (см. раздел 4.6.3).

При интерпретации часто уделяют особое внимание максимумам и минимумам спектров. Следовательно, важно быть уверенным в том, что любой максимум или минимум, выбранный для интерпретации, является значимым, т. е. разность между максимумом и соседними частями спектра превышает установленные доверительные пределы. Очень редко спектры содержат столь выраженные пики, как на рис. 43, которые делают проверку на значимость излишней. Как правило, максимумы выделяются на общем фоне менее четко, и в таких случаях проверка на значимость совершенно необходима.

Проверки на значимость, описанные до сих пор, предполагают, например, что наблюдаемые ряды распределены нормально. Более надежная и чисто эмпирическая проверка на значимость, свободная от каких бы то ни было предположений, осуществима в том случае, когда имеется возможность сравнивать спектры нескольких независимых выборок из одной и той же генеральной совокупности. Дж. Тьюки подчеркнул важность подобных спо-

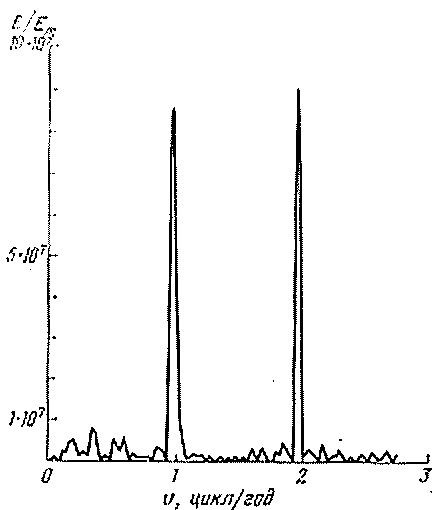


Рис. 43. Четко выраженные пики в энергетическом частотном спектре стока реки [1193]

способов оценки значимости, заявив, что «получить устойчивые оценки и установить доверительные интервалы нельзя никаким иным способом, кроме как повторением оценок» [1452]. С другой стороны, можно доказать [724], что корреляционные функции и энергетические спектры случайных (стохастических) наблюдаемых рядов, подобных микросейсам, не сходятся ни в каком статистическом смысле по мере увеличения длительности наблюдений T . В общем случае влияние выборочных флуктуаций может быть большим, поэтому есть смысл физически интерпретировать только действительно выдающиеся пики или впадины в спектрах. В [1374] приводится простое и полезное правило проверки значимости: «спектральная линия значима, если она обоснована по меньшей мере тремя вычисленными точками, выделяющимися из шума, причем максимум ее в 2—3 раза превышает уровень шумов». Подчеркнем, что единственным надежным способом исключения сомнений являются независимые проверки на значимость, осуществляемые путем повторения вычислений при иных параметрах или по заново дискретизованным данным.

5.1.4. ПРОВЕРКА НАДЕЖНОСТИ СПЕКТРАЛЬНЫХ КРИВЫХ

В разделе 5.1.3 мы рассмотрели надежность дискретных значений спектральных оценок, т. е. выход из ЭВМ. При построении по этим точкам непрерывной спектральной кривой вкрадывается дополнительная неопределенность.

Поскольку параметры, получаемые по эмпирическим спектральным кривым, обычно лежат в основе заключений об изучаемых явлениях, очень важно иметь полную ясность о степени точности в каждом случае. Вопрос точности включает в себя два момента: точность самого спектра и точность определяемых по нему параметров. В то время как параметры могут определяться с любой точностью по любому заданному спектру, точность определения самой спектральной кривой налагает главное ограничение. Выше были рассмотрены различные источники погрешностей и способы устранения или оценки их влияния (см. разделы 4.2 и 4.3). Сейчас хотелось бы остановиться на одном из источников неизбежной неточности, а именно, на погрешностях, возникающих из-за соединения дискретных точек данного спектра прямыми линиями. Если для одного и того же явления определены амплитудный и энергетический спектры, ясно, что приближение прямыми линиями не будет удовлетворительным в обоих случаях. Возьмем пример из табл. 19. Прямая линия в амплитудном спектре, проходящая через точки $(x, y) = (1, 1)$ и $(3, 15)$, в энергетическом спектре превращается в прямую линию, проходящую через точки $(x, y^2) = (1, 1)$ и $(3, 225)$. Интерполяцией найдем для средней точки второй прямой $y^2 = 113$. Если бы интерполяция производилась по прямой амплитудного спектра, то в точке $(2, 8)$ значение y^2 было бы равно 64. Разность 64 и 113 слишком большая.

Этот результат можно легко объяснить. Если даны точки (x_1, y_1) и (x_2, y_2) , то разность между линейно интерполированным значением квадрата y и квадратом линейно интерполированного значения y равна $1/4 (y_1 - y_2)^2$. В приведенном выше примере разность равна 49.

Таким образом, разности могут достигать больших значений, причем невозможно сказать, которое из значений правильное. Вероятно, что неточны оба, так как прямолинейная интерполяция

Т а б л и ц а 19

Пример, иллюстрирующий погрешности прямолинейной интерполяции

Абсцисса (частота) x	1 отсчитанное	2 интерполированных	3 отсчитанных
Ордината (амплитуда) y	1 отсчитанное	8 интерполированных	15 отсчитанных
Ордината (энергия) y^2	1	64 y^2	225
Ордината (энергия) y^2	1	113 интерполированных	225

не годится ни для амплитудного, ни для энергетического спектров. Дж. Тьюки [1452, с. 207] сказал, что осреднять спектральные оценки плавными кривыми «на глаз» часто намного полезнее, чем соединять их прямолинейными отрезками. Тот же результат получится, если изобразить спектр в виде гистограммы. Можно утверждать, что изображение в виде гистограммы предпочтительнее, так как спектральные оценки являются, по существу, не точечными, а осредненными по некоторому частотному диапазону значениями.

5.1.5. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ О НАДЕЖНОСТИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ОЦЕНОК

Иногда утверждают, что прежде чем вычислить спектр, нужно знать его характер для правильного выбора методики измерений и способов обработки данных. Справедливость такого утверждения была доказана на примере спектров метеорологической турбулентности [1116], но оно имеет более общее значение. При этом мы смешиваем две самостоятельные проблемы: 1) методику измерений при получении записи и 2) спектральный анализ полученной записи.

Если принять все меры предосторожности при выполнении пункта 2, то получится наиболее правильный для данной записи спектр, но нет никакой гарантии, что это будет наиболее правильный спектр анализируемого явления. Хотя обе проблемы

тесно связаны между собой, лучше рассматривать их раздельно, так как это поможет разобраться и решить, в какие операции следует внести улучшения.

При спектральных исследованиях важно различать абсолютную и относительную погрешности. В большинстве случаев мы имеем дело не с одним-единственным спектром, а с несколькими, по которым находятся различные характеристики. Если спектр единственный, то несомненно возникнет вопрос об абсолютной точности его определения. Обычно же исследование состоит в сравнении свойств (характеристик) многих спектров, полученных в схожих условиях (подобная аппаратура, подобные способы анализа). В таких случаях нас интересует только относительная точность спектров, другими словами, значимо ли изменение при переходе от одного спектра к другому. Возьмем такой пример. Пусть имеется единственный спектр, у которого в принятый диапазон значимости попадают один максимум и один минимум и, следовательно, их приходится рассматривать как незначимые. Если же у нас десять спектров, полученных в подобных условиях, и все они имеют упомянутые максимум и минимум, тогда можно придать им некоторую значимость, если даже каждый отдельный спектр не был бы значимым. Можно сформулировать критерий значимости, учитывающий всю совокупность спектров. В случае совокупности спектров доверительный интервал будет уменьшаться пропорционально $1/\sqrt{\mu}$ с увеличением числа степеней свободы μ . Большинство спектральных исследований заключается в сравнении для установления изменения некоторой особенности от спектра к спектру при определенных изменениях в условиях опыта.

Более того, следует учитывать различный характер различных видов данных, обращая особое внимание на их длительность. Многие ряды, подобные рядам в метеорологии, океанографии, геомагнетизме, имеют фактически бесконечную длительность (во времени). В сейсмологии к подобным рядам можно отнести записи микросейсм. В таких случаях важно, чтобы отрезок записи, выбранный для анализа, имел длительность, обеспечивающую представительность выборки. Именно поэтому возникает требование стационарности. Подлежащий спектральному анализу ряд должен быть стационарным во времени и однородным в пространстве, чтобы его статистические характеристики (например, средняя по выбранному отрезку) имели смысл. Дело обстоит иначе в случае переходных (импульсных) явлений (сейсмических сигналов), когда в спектральный анализ включается весь сигнал и проблема стационарности не возникает вообще. Энергетические спектры нестационарных записей будут представлять собой наложение на стационарные частоты пиков, вызванных нестационарностью.

С учетом сказанного в последних двух абзацах о необходимости однородных измерений и представительности выборок во вре-

менной области, становится ясно, что выбору временной весовой функции должно уделяться большое внимание. В любой совокупности данных, чьи спектры будут сопоставляться, длительность временной весовой функции должна сохраняться постоянной. Более того, эта длительность должна быть достаточной, чтобы охватить весь переходный сигнал или же представительную часть стационарного сигнала. Использование временной весовой функции постоянной длительности особенно важно в последнем случае. Усечение может сильно исказить спектр, внося в него нехарактерные минимумы и максимумы; это обстоятельство должно учитываться при интерпретации спектров (см. разделы 3.5.2 и 4.4.8).

Можно сформулировать несколько общих правил оценки надежности спектра. Одну и ту же запись можно подвергнуть спектральному анализу при различных условиях, например, с измененной длительностью записи, измененным интервалом дискретизации, а результаты сравнить. Можно также проанализировать различные записи, представляющие одну и ту же генеральную совокупность, например, различные части записи микросейсм, а результаты анализа сравнить, предполагая, что стационарность записи соблюдается. Хороший контроль способов обработки обеспечивается также посредством спектрального анализа теоретических кривых, спектры которых хорошо известны (см. раздел 2.4.3). Если при спектральном анализе используются способы с неизвестной надежностью, то рекомендуется проверить их сравнением с известными способами [1128] или с результатами обработки теоретических функций.

5.2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРАМ

5.2.1. ИНТЕГРАЛЫ И ПРОИЗВОДНЫЕ

Имея зависимую величину y и независимую переменную x , т. е. функцию $y(x)$, можно описать ее несколькими способами. Если $y(x)$ задается в аналитическом виде (иногда вместе с ограничивающими условиями), то об этой зависимости сообщаются все необходимые и достаточные сведения. Любая характеристика выводится аналитически из заданного соотношения $y(x)$. Аналогично, если $y(x)$ представляет собой эмпирическое уравнение, полученное, например, методом наименьших квадратов из наблюдаемых данных, то в этом уравнении также содержится вся необходимая информация. Правда, в этом случае информация будет содержать некоторые погрешности, зависящие от точности представления наблюдаемых данных в эмпирическом уравнении $y(x)$.

В применении к спектру $F(\omega)$ можно утверждать, что его аналитическое представление возможно в том случае, когда исходная функция $f(t)$ задана в аналитическом виде. В табл. 5 приведены уравнения для $F(\omega)$, которые полностью характеризуют этот

спектр. Однако в наиболее важном для нас случае наблюдаемых данных такая методика, к сожалению, неприменима. Обычно не принято представлять спектр в виде эмпирически найденного уравнения, которое затем используется для определения характеристик $F(\omega)$. Можно было бы разложить функцию $F(\omega)$ в ряд Фурье или вычислить Фурье-преобразование этой функции. Кстати, последняя операция нашла свое практическое воплощение в анализе, основанном на получении спектров второго порядка (см. раздел 3.6.3). Других подобных способов нет.

Но какие способы представления функции еще можно предложить? Вместо задания ее в аналитическом виде или с помощью численных значений констант, характеризующих определенную функциональную зависимость, можно было бы задавать другие параметры, которые каким-то образом связаны с этими константами. Конечно, наиболее полный и оригинальный способ задания функции состоит в выдаче вычисленных ЭВМ значений $F(\omega)$. Хотя эти значения содержат всю наличную информацию, с современной точки зрения они должны рассматриваться только как сырой материал, требующий воспроизведения его в каком-то ином, понятном виде.

Посмотрев на общее выражение $y(x)$, можно было бы предложить несколько способов представления этой зависимости с помощью интегралов и производных:

$$\int x^n y(x) dx; y^{(m)}(x); n, m = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

Обычно при исследовании свойств какой-либо функции используются несколько вариантов этих представлений (табл. 20). Названия, данные двум последним интегралам в табл. 20, объясняются тем, что дифференциал $y dx$ пропорционален массе пластины, имеющей форму $y(x)$ и одинаковую толщину и плотность. Перечисленные параметры характеризуют в основном y . Но в дополнение к этим параметрам имеют значение и соответствующие им величины x , особенно те x , при которых $y(x)$ имеет максимумы, минимумы, точки возврата, крутые наклоны и т. п.

Т а б л и ц а 20

Определение некоторых интегралов
и производных функций $y(x)$

n	$\int x^n y(x) dx$	m	$y^{(m)}(x)$
0	Площадь, ограниченная кривой	0	Уровень (высота) кривой
1	Первый момент относительно оси	1	Тангенс угла наклона кривой
2	Второй момент или момент инерции относительно оси	2	Кривизна кривой

5.2.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЕРОЯТНОСТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Для описания спектральных кривых вполне применима разработанная в математической статистике методика описания вероятностных распределений. Мы приведем только краткую сводку характеристик распределений, подробности которых можно найти в любом учебнике по математической статистике. Несколько определений касаются особых значений частоты ω (см. ниже характеристики 1, 3—5). Так называемые моменты представляют собой полезные характеристики, они используются почти во всех перечисленных ниже параметрах. Здесь даны только определения для $F(\omega)$, но их с равным успехом можно применять и к энергетическим спектрам $|F(\omega)|^2$, и к соответствующим волночисловым спектрам.

| Интегрирование производится с бесконечным верхним пределом, хотя на практике его, естественно, следует заменить конечным пределом.

1. *Мода* — частота ω_x , для которой ордината максимальна:

$$|F(\omega_x)| = \max. \quad (15)$$

Спектры называются *двумодельными*, если максимумов два, и *многомодельными*, если максимумов несколько.

2. *Момент относительно $\omega = 0$* :

$$M_n = \int_0^{\infty} \omega^n F(\omega) d\omega. \quad (16)$$

Здесь n — порядок момента. Такие моменты еще называются нулевыми.

3. *Медиана* — частота ω_m , которая делит площадь, ограниченную спектром, на две равные части:

$$\int_0^{\omega_m} F(\omega) d\omega = \int_{\omega_m}^{\infty} F(\omega) d\omega = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} F(\omega) d\omega$$

или

$$[M_0]_{\omega_m}^{\omega_m} = [M_0]_{\omega_m}^{\infty} = \frac{1}{2} M_0. \quad (17)$$

4. *Квартили* — частоты ω_{q1} и ω_{q2} , которыми отделяются нижняя и верхняя четверти площади, ограниченной спектром:

$$\int_0^{\omega_{q1}} F(\omega) d\omega = \int_{\omega_{q2}}^{\infty} F(\omega) d\omega = \frac{1}{4} \int_0^{\infty} F(\omega) d\omega$$

или

$$[M_0]_{\omega_{q1}}^{\omega_{q1}} = [M_0]_{\omega_{q2}}^{\omega_{q2}} = \frac{1}{4} M_0. \quad (18)$$

5. *Средняя арифметическая* — частота ω_c центроида (центра тяжести фигуры)

$$\omega_c = \int_0^{\infty} \omega F(\omega) d\omega \bigg/ \int_0^{\infty} F(\omega) d\omega = M_1/M_0. \quad (19)$$

6. *Центральные моменты* (моменты относительно среднего)

$$m_n = \int_0^{\infty} (\omega - \omega_c)^n F(\omega) d\omega. \quad (20)$$

Показатель n — порядок момента, а $\omega \geq 0$.

7. *Второй момент*, называемый также *дисперсией*,

$$m_2 = \int_0^{\infty} (\omega - \omega_c)^2 F(\omega) d\omega. \quad (21)$$

8. *Ширина, рассеяние* или *разброс*: имеется целый ряд характеристик этого параметра, и мы вернемся к этому подробнее позже, в разделе 5.3.2.

9. *Асимметрия* — степень асимметрии спектра, определяемая как

$$m_3 = \int_0^{\infty} (\omega - \omega_c)^3 F(\omega) d\omega$$

или в абсолютной мере (нормированная)

$$m_3/m_2^{3/2}. \quad (22)$$

10. *Эксцесс* — степень выполаживания спектра, определяемая как

$$m_4 = \int_0^{\infty} (\omega - \omega_c)^4 F(\omega) d\omega$$

или в нормированном виде

$$m_4/m_2^2. \quad (23)$$

Моменты порядка выше четвертого не применяются для характеристики спектров ни практически, ни теоретически.

5.2.3. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ МОМЕНТАМИ И ПРОИЗВОДНЫМИ

Соотношения принимают простейший вид при $\omega = 0$. Поскольку эта частота обычно не входит в наблюдаемые спектры, выведенные правила (связи) представляют скорее чисто математический, нежели практический интерес.

Пусть $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$ — пара Фурье. Сначала докажем следующую общую формулу:

$$F^{(n)}(0) = \frac{d^n F(0)}{d\omega^n} = (-i)^n \int_{-\infty}^{\infty} t^n f(t) dt = (-i)^n m_n, \quad (24)$$

где m_n — n -й момент функции $f(t)$.

Доказательство. Находим два разложения функции $F(\omega)$: первое — путем разложения в степенной ряд функции $e^{-i\omega t}$ в выражении преобразования Фурье (для конечных моментов дано почленное интегрирование)

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i\omega t)^n}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n m_n \frac{\omega^n}{n!}, \quad (25)$$

второе — путем разложения в ряд Тейлора

$$F(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^n F(0)}{d\omega^n} \frac{\omega^n}{n!}. \quad (26)$$

Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях ω в (25) и (26), получаем (24).

Общая формула (24) позволяет без труда вывести несколько частных случаев.

1. Полагая в (24) $n = 0$ (момент нулевого порядка), получаем

$$F(0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt, \quad (27)$$

т. е. $F(0)$ равна площади, ограниченной кривой $f(t)$.

2. При $n = 1$ в (24) получаем следующее выражение для момента первого порядка:

$$F'(0) = i \int_{-\infty}^{\infty} t f(t) dt, \quad (28)$$

т. е. тангенс угла наклона (наклон) кривой $F(\omega)$ в начале координат пропорционален первому моменту функции $f(t)$.

3. Взяв отношение (28) к (27), получим

$$\frac{F'(0)}{F(0)} = -i \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t f(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt} = -i \cdot t_c, \quad (29)$$

где t_c — абсцисса центра (центра тяжести) функции $f(t)$.

4. Полагая $n = 2$ в (24), получаем выражение для момента второго порядка или момента инерции

$$F''(0) = - \int_{-\infty}^{\infty} t^2 f(t) dt, \quad (30)$$

т. е. кривизна функции $F(\omega)$ в начале координат пропорциональна моменту второго порядка или моменту инерции функции $f(t)$. Это не что иное, как другое выражение для принципа взаимно обратного соотношения между временной и частотной областями [1208].

5. Взяв отношение (30) к (27), получим

$$\frac{F''(0)}{F(0)} = - \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t^2 f(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt} = -\bar{t}^2, \quad (31)$$

где \bar{t}^2 представляет собой средний квадрат абсциссы функции $f(t)$. Эта величина в динамике имеет значение квадрата радиуса инерции и аналогична дисперсии функции частотного распределения, применяемой в математической статистике.

Из формулы Фурье-преобразования дополнительно найдем следующие предельные выражения для $|F(\omega)|$ и $|F'(\omega)|$:

$$\begin{aligned} |F(\omega)| &\leq \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt, \\ |F'(\omega)| &\leq \int_{-\infty}^{\infty} |tf(t)| dt. \end{aligned} \quad (32)$$

Аналогично, начав с формулы обратного преобразования, выведем следующее соотношение, являющееся аналогом (24):

$$f^{(n)}(0) = \frac{d^n f(0)}{dt^n} = \frac{i^n}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^n F(\omega) d\omega = \frac{i^n}{2\pi} M_n. \quad (33)$$

Здесь M_n — n -й момент кривой $F(\omega)$. Можно записать несколько частных случаев этой формулы, как это было сделано с (24). Ограничимся одним частным случаем $n = 0$, предоставив остальные читателю, в качестве упражнения:

$$2\pi f(0) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega. \quad (34)$$

Таким образом, площадь, ограниченная кривой спектра, пропорциональна значению функции $f(t)$, полученной обратным преобразованием, в начале координат. По аналогии с (29) легко найти, что

абсцисса ω_c центра функции $F(\omega)$ удовлетворяет следующему уравнению:

$$f'(0)/f(0) = i\omega_c. \quad (35)$$

Мы не иллюстрируем эти формулы примерами, но в качестве упражнения рекомендуем испытать эти соотношения на примерах из табл. 5. Представленные здесь формулы можно также использовать для проверки найденных Фурье-преобразований.

Формулы моментов очень удобны для записи многих выражений. Например, оказывается, что дисперсия ускорения связана простым соотношением с моментом четвертого порядка энергетического спектра $F(\omega)$ функции $f(t)$:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} |f''(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 |F(\omega)|^2 d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 E(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} [M_4]_{-\infty}^{\infty}. \end{aligned} \quad (36)$$

Вывод соотношения (36) выполнен с помощью теоремы о производной раздела 2.3.6 уравнения (6) данной главы, теоремы Парсеваля (19) из главы 3 и раздела 3.3.3.

Формулы для $F(\omega)$ в данном разделе приведены без разделения их на формулы для амплитудного спектра $|F(\omega)|$ и формулы для фазового спектра $\Phi(\omega)$. Возможность такого разделения подтверждается следующей формулой, полученной повторением общего дифференцирования:

$$\frac{d^n |F(0)|}{d\omega^n} = e^{-i\Phi(\omega)} (-i)^n \int_{-\infty}^{\infty} t^n f(t) dt, \quad (37)$$

откуда снова можно получить частные случаи. Однако на практике функции $F(0)$, соответствующей бесконечно большому периоду, не наблюдается.

Формулы моментов справедливы и в случае пространственной переменной. Их также можно распространить на случай нескольких переменных; например, момент m_{pq} в случае двух переменных x и y имеет вид

$$m_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q f(x; y) dx dy. \quad (38)$$

Доказательства аналогичны случаю с одной переменной.

5.3. ЭМПИРИЧЕСКИЙ ПОДХОД К СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРАМ

На практике употребляются только некоторые из параметров, рассмотренных в разделе 5.2. Целесообразно отличать параметры основанные на производных различных порядков (раздел 5.3.1), от параметров, основанных на интегралах (см. раздел 5.3.2). Эти замечания одинаково касаются амплитудных, энергетических или других спектров.

5.3.1. УРОВЕНЬ, НАКЛОН И КРИВИЗНА СПЕКТРА

Уровень (высота), наклон (тангенс угла наклона кривой в данной точке) и кривизна спектра (спектральной кривой) представляют соответственно его нулевую, первую и вторую производные.

Из-за сложности и неопределенности вычисленных спектров их интерпретация в основном выполняется качественно или же путем сопоставления со спектрами, полученными в подобных условиях. Например, амплитуда функций $y(x)$ или $F(\omega)$ либо другая величина, зависящая от амплитуды, не имеет большого значения в спектре в абсолютном смысле. В то же время абсциссы x или частоты ω , соответствующие особенностям спектра (пикам, впадинам, наклонным участкам), обладают намного большей ценностью, и поэтому они употребляются при описании спектров как самостоятельные (абсолютные) величины. Ординаты же употребляются преимущественно при сравнительных описаниях спектров.

Некоторым свойствам спектров уделяется больше внимания, чем другим. Так, максимумы и минимумы спектров постоянно интерпретируются как проявления соответственно конструктивной (синфазной) и деструктивной (противофазной) интерференции различных волновых лучей. В подобных случаях изучаются в основном частоты, соответствующие этим максимумам и минимумам, а не фактическая высота спектральной кривой в экстремальных точках.

Максимумы и минимумы кривой характеризуются исчезновением первой производной, а именно $y'(x) = 0$, причем $y''(x) < 0$ для максимума, $y''(x) > 0$ для минимума и $y''(x) = 0$ в точке перегиба. Следует заметить, что на спектральных кривых часто наблюдаются точки возврата, а не настоящие максимумы и минимумы. В точке возврата имеем $y'(x) = \infty$ с $y''(x) < 0$ для точки возврата острием вверх и $y''(x) > 0$ для точки возврата острием вниз.

Важно отметить, что на спектрах наблюдаются также изолированные минимумы, не обусловленные никакой интерференцией. Такая картина наблюдается в том случае, когда анализируемая волна состоит из двух компонентов различного происхождения или более, характеризующихся самостоятельными спектральными пиками. Естественно, что между этими пиками будут обра-

зовываться минимумы, но они не содержат в себе никакой информации. Спектр микросейсм является исключительно наглядным примером, содержащим подобные случайные минимумы (более подробно см. раздел 9.3.3). Спектры волн океана тоже содержат в себе подобные минимумы при достаточно широкой полосе частот.

При использовании наклона спектральной кривой в качестве параметра также возможны ложные эффекты, возникающие в процессе обработки данных. В разделах 3.5.1 и 4.4.8 было показано, что применение более длительных временных весовых функций приводит к повышению разрешенности спектра и, следовательно, к увеличению наклонов спектральной кривой. Таким образом, при использовании наклона в качестве параметра спектра необходимо учитывать следующее.

1. Как и большинство других параметров, наклон кривой полезен лишь как относительный параметр.

2. При сравнении наклонов у различных кривых спектров нужно, чтобы сами спектры были вычислены в одинаковых условиях. Особенно важно обеспечивать одинаковую длину анализируемых отрезков.

3. Локальные наклоны, ввиду их неопределенности, использовать не следует. Доверять можно только значениям этого параметра, полученным осреднением по некоторому частотному диапазону.

Во многих случаях на спектральных кривых наблюдаются очень крутые участки, возможно отражающие какое-то подлинное свойство изучаемого явления. Например, в сейсмологии такой крутой наклон может отвечать вступлению новой волны, причем возрастание крутизны отмечается на граничной частоте спектра новой волны. Значит, несколько последовательных крутых подъемов спектральной кривой могут соответствовать последовательности волн, каждая из которых характеризуется своей граничной частотой.

Наклоны спектральных кривых имеют ясный физический смысл во многих геофизических задачах. Наклон часто выражают через $d \ln E(\omega)/d\omega$ или $d \ln E(k)/dk$, где E — энергия, ω — частота, k — волновое число. Мы встретимся с употреблением наклонов в нескольких местах данной книги, но для удобства перечислим сейчас наиболее важные случаи:

1) в сейсмологии — для изучения зависимости частоты от глубины (см. раздел 8.4.1) или затухания (ослабления) волн (см. раздел 7.4);

2) в океанографии — при исследовании метеорологической турбулентности и изучении микросейсм (см. главу 9);

3) при изучении геомагнитных полей и полей силы тяжести — с целью оценки глубины залегания тел, вызывающих магнитные или гравитационные аномалии (см. главу 10).

5.3.2. ПЛОЩАДЬ И ШИРИНА СПЕКТРА

Площадь и ширина спектра вычисляются интегрированием спектральной кривой. На практике мы имеем дело только с положительными частотами, поэтому интегрирование по частоте выполняется, как правило, от нуля или наименьшей частоты до частоты Найквиста (см. раздел 4.3.2). Применяется также интегрирование по более ограниченным частотным интервалам. Площадь,

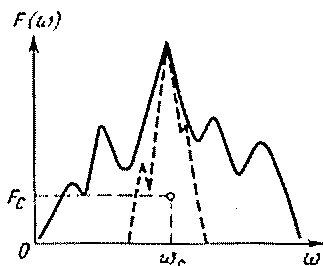
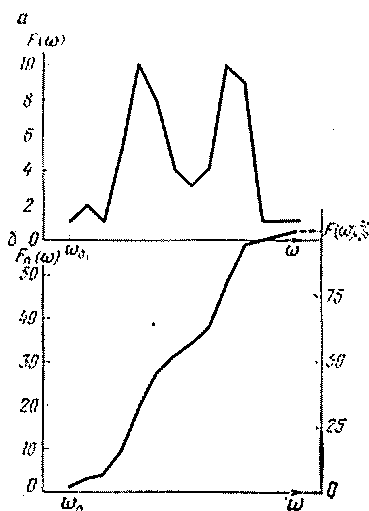


Рис. 44. Две спектральные кривые различной формы с одним и тем же центром (ω_c , E_c)

Рис. 45. Расчетный (а) и накопленный (б) спектры



ограниченная спектральной кривой, используется, главным образом, для вычисления спектральной энергии и координат центра.

1. *Спектральная энергия.* В случае энергетического спектра, когда ордината равна $|F(\omega)|^2$, площадь, ограниченная кривой на всем частотном диапазоне, соответствует энергии сигнала, как это следует из теоремы Парсеваля (см. раздел 3.3.2):

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega. \quad (39)$$

2. *Спектральный центронт.* Центронт соответствует центру тяжести фигуры, ограниченной спектральной кривой. Для спектра $F(\omega)$ координаты центронта находятся следующим образом:

$$\begin{aligned} \omega_c &= \int_0^{\omega_N} \omega F(\omega) d\omega \bigg/ \int_0^{\omega_N} F(\omega) d\omega, \\ F_c &= \int_0^{\omega_N} |F(\omega)|^2 d\omega / 2 \int_0^{\omega_N} F(\omega) d\omega, \end{aligned} \quad (40)$$

где ω_N — частота Найквиста (рис. 44).

На практике лучше употреблять логарифмы величин ω_c и F_c . Пример успешного использования координат центроида энергетического спектра $E(\omega) = |F(\omega)|^2$ дан в [135].

Центроидные координаты указывают место, где сосредоточена основная энергия явления в спектре. В то же время центроидные координаты не содержат никаких сведений о форме спектра. Например, два спектра, изображенные на рис. 44, имеют одни и те же центроидные координаты.

3. *Накопленный спектр.* Площадь ограниченная спектральной кривой, используется для построения накопленного спектра (или спектра с изменяющейся частотой), определяемого как текущая сумма площади, ограниченной спектральной кривой:

$$F_n(\omega) = \int_0^{\omega_n} F(\omega) d\omega \rightarrow \sum_{i=0}^n F(\omega_i). \quad (41)$$

Будучи интегралом заданного спектра $F(\omega)$, накопленный спектр значительно глаже. Накопленные спектры рекомендуется использовать для получения средних спектров по ансамблю измерений [462]. Расчетный $F(\omega)$ и накопленный $F_n(\omega)$ спектры изображены на рис. 45.

В формуле (41) нижний предел интегрирования ω_0 сохранялся постоянным, а верхний предел ω_n принимал поочередно все значения частоты. Можно сделать оба предела интегрирования текущими и таким образом определить новый параметр ω_{n+1}

$$\int_{\omega_n}^{\omega_{n+1}} F(\omega) d\omega. \quad (42)$$

Этот параметр называется спектральной функцией распределения. Интеграл от спектральной функции между двумя частотными пределами интегрирования иногда называется интегрированным спектром [724].

4. *Ширина спектра.* Для изучения разброса энергии по обе стороны от центроида, используется методика, аналогичная методике вычисления среднего квадратического отклонения в математической статистике. Разброс спектральной энергии $\Delta\omega_s$ энергетического спектра определяется как

$$\Delta\omega_s = \left[\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \omega_c)^2 |F(\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (43)$$

При $\omega_c = 0$ величина $\Delta\omega_c$ становится радиусом инерции энергетического спектра.

Очевидно, что ширина является характерной мерой спектра. Согласно (43) имеются несколько других определений ширины спектра. Эквивалентная ширина определяется как

$$\Delta\omega_e = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega / F(0), \quad (44)$$

а ширина по среднему квадрату частоты как

$$\bar{\omega}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 F(\omega) d\omega \left/ \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega \right. \quad (45)$$

Заметим, что эквивалентной ширине иногда дается другое определение [247]. Можно предложить обобщенный вид формулы (45)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \omega^n F(\omega) d\omega \left/ \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega \right., \quad (46)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$. В данном виде или в соответствующем дискретном эта формула оказалась полезной при установлении различий в записях землетрясений и взрывов (см. раздел 8.2).

Из других способов выражения рассеяния признаков в спектре, особенно в энергетическом спектре, укажем на определение диапазона $\omega_1 - \omega_2$, называемого активной полосой в [74], которой соответствует заданная доля полной энергии

$$\eta = \int_{\omega_1}^{\omega_2} |F(\omega)|^2 d\omega \left/ \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega \right. \quad (47)$$

Величина η дает количественную меру доли полной мощности, которая содержится между двумя установленными частотными пределами. Эта величина, как и любая другая введенная в данном разделе, может быть использована для характеристики любой кривой в любом представлении.

Аналогичные формулы используются при измерении любой части спектра, например максимума. Так, если спектральный максимум имеет ширину, превышающую разность между двумя значениями спектральных компонент, то для разрешения этих компонент нужно использовать более длинные записи.

В литературе приводятся и другие величины, связанные со спектральной шириной [1063]. В этой работе осредненный промежуток времени между переменами знака с минуса на плюс в записи волн океана определяется из ширины по среднему квадрату частоты соответствующего спектра согласно равенству

$$\bar{T} = 2\pi / (\bar{\omega}^2)^{1/2}. \quad (48)$$

Во многих случаях для получения более устойчивых оценок спектры сглаживают, несколько жертвуя при этом разрешенностью. Спектры рекомендуется сглаживать, опираясь на при-

ции равной площади, заключающийся в том, что при замене наблюдаемой спектральной кривой сглаженной площади, ограниченные этими кривыми, остаются неизменными. Соблюдение этого принципа позволяет получать более надежные спектральные уровни в пределах каждой полосы частот. Деление на диапазоны частот является довольно тонким и в каждом случае требует особого подхода. Если используются очень широкие диапазоны, то могут быть сглажены и значимые особенности, сглаживание же по узким диапазонам может оказаться вообще неэффективным.

Формулы данного раздела записаны в интегральном виде. Для практического использования их следует заменить дискретными формулами. Перевод формул в дискретный вид осуществляется приемами, изложенными в разделе 4.5.1, и приводить их здесь нет необходимости.

Параметры данного и предыдущего разделов находят наиболее широкое использование. Но в каждом отдельном исследовании можно выбрать другие параметры, являющиеся модификациями данных здесь, но лучше отвечающие условиям решаемой задачи. Несколько подобных параметров использованы в [135] при изучении зависимости спектров волн Р от глубины очага землетрясения (см. раздел 8.4.1).

5.3.3. ВЗАИМНО-ОБРАТНОЕ СООТВЕТСТВИЕ ВРЕМЕННОЙ И ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТЕЙ

С помощью мер ширины можно пояснить принцип взаимно обратного соответствия между временным и частотным представлениями исходных данных, с которыми мы уже встречались в разделе 2.4.4.

Т а б л и ц а 21

Эквивалентные длительность и ширина некоторых функций из табл. 5

Функция	Эквивалентные длительность и ширина	
	функции времени	спектра
$\Pi(t)$	1	2π
$\text{sinc } t$	1	2π
$\Pi(t) \cos \omega_0 t$	$\text{sinc}(\omega_0/2\pi)$	$2\pi/\text{sinc}(\omega_0/2\pi)$
$\Lambda(t)$	1	2π
$\delta(t)$	1	2π
$e^{-a t }$	$2/a$	πa
e^{-at^2}	$\sqrt{\pi/a}$	$2\sqrt{\pi a}$

В табл. 21 даны эквивалентные длительность (во временном представлении) и ширина (в спектральном представлении) для некоторых функций из табл. 5. Кроме того, в табл. 22 и на рис. 46 даны все введенные выше длительность и ширина, вычисленные для функции Гаусса (пример 25 в табл. 5). В табл. 22 включены

также произведения длительности (сигнала) на ширину (спектра). Эти произведения всегда постоянны. Действительно, легко показать с помощью формулы преобразования, что произведение эквивалентной длительности (временной функции) на эквивалентную ширину (спектральной функции) всегда равно 2π , т. е.

$$\Delta t_e \Delta \omega_e = 2\pi. \quad (49)$$

Уравнение (49) выражает принцип неопределенности, с которым мы познакомились в разделе 2.4.4, или прин-

Таблица 22

Длительность и ширина кривой Гаусса во временном и частотном представлениях (рис. 46)

Ширина	e^{-at^2}	$\sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\omega^2/4a}$	Произведение
Разброс энергии	$1/2 \sqrt{a}$	\sqrt{a}	$1/2$
Эквивалентная ширина	$\sqrt{\pi/a}$	$2 \sqrt{\pi a}$	2π
Средняя квадратическая ширина	$1/\sqrt{2a}$	$\sqrt{2a}$	1

цип взаимно обратного соответствия между временной и частотной областями. Это, по существу, то же самое соотношение, которое выражено в теореме о подобии (см. раздел 2.3.3). Более того, можно утверждать, что оно напоминает принцип неопределенности Гейзенберга (называемый также принципом индетерминизма) из квантовой механики.

Рассмотрим один замечательный пример действия соотношения (49). Пусть имеется синусоида (т. е. колебание определенной

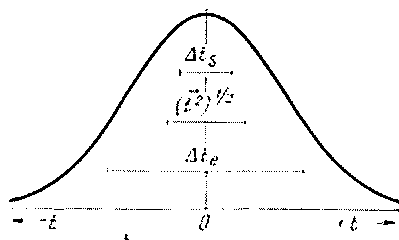


Рис. 46. Различные меры ширины для гауссовой функции $e^{-\pi t^2}$.
 Δt_s — разброс спектральной энергии;
 $(\overline{t^2})^{1/2}$ — средняя квадратическая ширина;
 Δt_e — эквивалентная ширина

частоты и бесконечной длительности). Тогда $\Delta t_e = \infty$ и согласно (49) $\Delta \omega_e = 0$, т. е. имеем одну спектральную линию на частоте синусоиды. Но если эту синусоиду усечь, тогда и Δt_e и $\Delta \omega_e$ будут конечными, т. е. вместо спектральной линии получаем расплывчатый спектр. Согласно (49), чем меньше Δt_e , тем больше $\Delta \omega_e$. Следовательно, увеличение точности определения времени влечет

за собой уменьшение точности определения частоты и наоборот. Крайние проявления этой закономерности — единичный импульс во временном представлении, обладающий «белым» спектром, и примеры 9 и 10 в табл. 5. Аналогично можно показать [274], что в общем случае произведение разброса спектральной энергии на соответствующую ему длительность временной функции равно

Т а б л и ц а 23

Эквивалентные длительность и ширина весовых функций, рассмотренных в разделе 4.4

№ уравнения главы 4	Весовая функция	Эквивалентные длительность и ширина	
		Временная весовая функция (ограниченная протяженностью)	Спектральная весовая функция (неограниченная протяженностью)
30	Прямоугольная	$2T$	$\frac{\pi}{T} = \frac{3,14}{T}$
32	Даннеля	$\frac{2T}{\pi} \text{Si}(\pi) = 1,18T$	$\frac{\pi^2}{T \text{Si}(\pi)} = \frac{5,33}{T}$
34	Чезаро	$\frac{2T}{\pi} \text{Si}(2\pi) = 0,90T$	$\frac{\pi^2}{T \text{Si}(2\pi)} = \frac{6,96}{T}$
36	Ханна	T	$\frac{2\pi}{T} = \frac{6,28}{T}$
39	Хэмминга	$1,08T$	$\frac{\pi}{0,54T} = \frac{5,82}{T}$
42	Косинусно-прямоугольная	$1,8T$	$\frac{\pi}{0,9T} = \frac{3,49}{T}$
44	Степенная	$2T \frac{m}{m+1} = \begin{cases} 1,33T (m=2) \\ 1,67T (m=5) \\ 1,90T (m=20) \end{cases}$	$\frac{\pi}{T} \frac{m+1}{m} = \begin{cases} \frac{4,71}{T} (m=2) \\ \frac{3,77}{T} (m=5) \\ \frac{3,30}{T} (m=20) \end{cases}$
49	Треугольная	T	$\frac{2\pi}{T} = \frac{6,28}{T}$
51	Гаусса	$\sqrt{\frac{\pi}{a}} \text{erf}(T\sqrt{a})$	$2\sqrt{\pi a}$

или больше $1/2$. Например, для гауссовой кривой это произведение равно $1/2$ (табл. 22).

Для весовых функций (см. раздел 4.4.) вопрос учета ширины спектров имеет особое значение, поэтому в табл. 23 представлены выражения для эквивалентных длительности и ширины спектра

некоторых весовых функций. Пользуясь этой таблицей, можно сопоставлять эквивалентные ширины спектральных весовых функций у любых заданных временных весовых функций длительностью T .

5.4. СПЕКТРАЛЬНЫЕ КООРДИНАТЫ

5.4.1. ЛОГАРИФИЧЕСКИЕ И ЛИНЕЙНЫЕ ШКАЛЫ

При определении площадей, ограниченных спектральными кривыми, необходимо обращать внимание на используемые координаты. Если и ордината $F(\omega)$ и абсцисса ω имеют линейные шкалы, то площадь под кривой между двумя частотами находится просто с помощью интеграла

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} F(\omega) d\omega. \quad (50)$$

Однако во многих приложениях, например, при изучении метеорологической турбулентности, частотный диапазон очень широкий, и в этом случае удобнее пользоваться логарифмической частотной шкалой. Но тогда для сохранения неизменного значения (50) площади под спектральной кривой нужно в качестве ординаты использовать величину $\omega F(\omega)$, а не $F(\omega)$. Это понятно, поскольку $F(\omega) d\omega = \omega F(\omega) d \ln \omega$. Такой спектр называется л о г а р и ф м и ч е с к и м с п е к т р о м. Соответствующие преобразования шкал нужно делать во всех случаях, когда измерение площади является существенным элементом исследования, а используются измененные координаты. В противном случае необходимо перевычислять измеренные площади. Это правило сохраняется независимо от того, будет ли $F(\omega)$ амплитудным или энергетическим спектром. В случае энергетических спектров ордината представляет собой плотность энергии $|F(\omega)|^2$, т. е. энергию, приходящуюся на единицу частотного диапазона, а $\omega |F(\omega)|^2$ выражает энергию, приходящуюся на единицу временного интервала (см. раздел 2.2.2).

Однако важно учитывать, что хотя такое преобразование координат и сохраняет неизменными площади под спектральными кривыми, оно не сохраняет другие характеристики, например, положение максимумов или минимумов в спектрах. Легко показать, что соблюдается соотношение

$$\frac{d\omega F(\omega)}{d \ln(\omega)} = \omega^2 \frac{dF(\omega)}{d\omega} + \omega F(\omega). \quad (51)$$

Во всех случаях, если специально не оговорено, используются натуральные логарифмы. На практике они могут без изменения свойств заменяться десятичными логарифмами. Если рассмотреть точку покоя (точку максимума, минимума или горизонтального

перегиба) в преобразованной системе координат, т. е. точку, в которой $d\omega F(\omega)/d \ln \omega = 0$, то из (51) следует, что $dF/d\omega = -F/\omega$. Последнее означает отрицательный наклон кривой с координатами F и ω . И наоборот, точка покоя в системе координат $F, -\omega$, т. е. точка, в которой $dF/d\omega = 0$, соответствует выполнению равенства $d\omega F(\omega)/d \ln \omega = \omega F(\omega)$, т. е. положительному наклону в преобразованной системе координат. Хотя при резко выраженных пиках или впадинах точки максимумов и минимумов в обеих системах координат практически совпадают [это легко показать для случая, когда $F(\omega)$ — гауссова кривая], в других случаях рассмотренное явление играет важную роль.

Используется еще один способ представления площади, ограниченной спектральной кривой, а именно

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} F(\omega) d\omega = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega F(\omega) d \ln \omega = \ln 2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega F(\omega) d \log_2 \omega. \quad (52)$$

Это соотношение удобно, если нужно выразить, например, энергию, приходящуюся на октаву. Если $F(\omega)$ обозначает энергию, тогда $\ln 2 \cdot \omega F(\omega)$ есть энергия, приходящаяся на $d \log_2 \omega = 1$, т. е. на октаву. Октава — это частотный диапазон, соответствующий удвоенной частоте:

$$\begin{aligned} d \log_2 \omega &= d \log \omega / \log 2 = 1, \\ \log(\omega_b/\omega_a) &= \log 2, \\ \omega_b &= 2\omega_a. \end{aligned}$$

В этом случае частотный диапазон $\omega_a - \omega_b$ является октавой. По ω шкала логарифмическая: $d \log_2 \omega = 1$ или $d \log \omega = 0,3$ на октаву.

Часто энергия измеряется в децибелах (дБ), т. е. с помощью логарифмического масштаба, а ее зависимость от частоты изображается графически в полулогарифмическом масштабе, т. е. с линейной шкалой частот. В таком случае площади, ограниченные спектральными кривыми, не являются истинными значениями величины $\int |F(\omega)|^2 d\omega$. Также не истинными будут и отношения площадей для различных частотных диапазонов. В то же время стационарные точки (точки максимумов, минимумов, перегибов) сохраняют правильное положение по частоте, т. е. то же самое, что и на графике $|F(\omega)|^2$ в функции частоты ω .

Общее свойство многих геофизических спектров мощности — отрицательный наклон спектральной кривой при увеличении частоты (примеры даны в табл. 51). Это означает, что энергию $E(\omega)$ можно записать в виде

$$E(\omega) \approx \omega^{\gamma},$$

где $\gamma < 0$. Для определения наклона лучше использовать логарифмы, поэтому, обозначив разности через Δ , получаем

$$\Delta \ln E(\omega) / \Delta \ln \omega = \gamma. \quad (53)$$

Наклон (крутизна) кривой часто выражается не через γ , а в децибелах на октаву. Связь между γ и децибелами на октаву видна из следующего: $1 \text{ дБ} = 10 \Delta \log E$, $1 \text{ октава} = \Delta \log \omega = \log 2 = 0,3$. Отсюда следует, что $1 \text{ дБ/октава} = 3\gamma$.

Таблица 24

Изменение спектральных параметров в зависимости от выбранных координат

Параметр	Ордината $\omega E(\omega)$, абсцисса $\ln \omega$	Ордината $\ln E(\omega)$, абсцисса ω	Ордината $E_c(T)$, абсцисса T
Площадь под кривой	Сохраняется	Не сохраняется	Сохраняется
Расположение точек покоя	Не сохраняется	Сохраняется	Не сохраняется
Наклон кривой	То же	Не сохраняется	То же »
Кривизна	»	То же »	» »
Расположение центра	»	» »	» »
Ширина кривой	»	» »	» »

Подводя итог, подчеркнем, что при выполнении каждой операции над спектром очень важно убедиться в том, что данная операция приводит к правильным оценкам. Поскольку в общем случае форма спектральной кривой изменяется с преобразованием координат, каждую характеристику спектра, связанную с формой кривой, следует внимательно проверять. При сравнении спектров часто используют отношения между различными частями одного и того же спектра либо между различными спектрами. Выбранные координаты в общем случае повлияют на результаты таких операций. Несколько примеров зависимости характеристик энергетического спектра от выбора координат сведены в табл. 24, причем для краткости функция $|F(\omega)|^2$ обозначена через $E(\omega)$. Значения, получаемые для спектра с линейными ординатой $E(\omega)$ и абсциссой ω , считаются правильными. Они образуют эталон, с которым сравниваются остальные случаи. Читатель может в качестве упражнения вывести корректирующие формулы для координатных систем табл. 24, а также и для любой другой системы.

Выбор вида шкалы (линейный или логарифмический) для ординаты спектра имеет еще один аспект. Любая кривая, в том числе и спектральная, проявит наибольшее количество деталей на таком графике, где ордината наиболее растянутая. В случае линей-

ной оси ординат расстояние между соседними значениями ΔF одинаково для всех значений ординаты. У логарифмической оси ординат расстояние между соседними значениями ($\Delta F/F$) уменьшается с ростом значений ординаты и увеличивается с уменьшением значений ординаты. Как следствие пики изображаются лучше при линейной шкале ординат, а провалы подчеркиваются логарифмической шкалой (рис. 47). Заметим, что пик ($T \approx 5$ с) выражен на графике с линейными шкалами, но еле заметен на графике с логарифмической осью ординат. В то же время провал ($T \approx 1,5$ с) кажется значимым на полулогарифмическом графике, но не на линейном. Ясно, что для принятия обоснованного решения о значимости какой-либо особенности спектральной кривой необходимо располагать сведениями о доверительном интервале. Аналогичные правила сохраняют свою силу и для графиков с логарифмическими частотными (периодными) шкалами. Логарифмическая шкала дает лучшее разрешение в низкочастотном диапазоне и худшее —

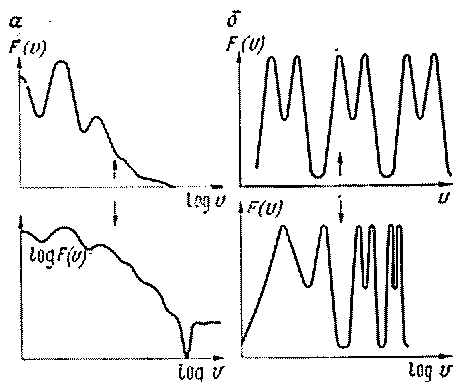


Рис. 47. Сопоставление линейных и логарифмических масштабов по ординате (а) и по абсциссе (б) [426]

в высокочастотном (см. рис. 47). Другие подобные примеры кривых энергетической спектральной плотности колебаний уровня моря можно найти в [1548]. Правильной частотной шкалой была бы линейная, так как это именно та шкала, в которой даны наблюдения (для частот $\nu = 1/T, 2/T, 3/T, \dots$, где T — полная длительность записи). Логарифмические шкалы часто употребляются потому, что они легко охватывают более широкий диапазон, чем линейные шкалы, но в этом случае важно иметь в виду те изменения, которые претерпевает спектр. Использование логарифмической шкалы хотя бы для оси ординат имеет то преимущество, что вертикальные линии, обозначающие доверительный интервал (см. раздел 5.1.3), будут иметь постоянную длину, тогда как в случае линейной ординаты они будут увеличиваться с увеличением значений ординаты. Это легко доказывается следующим рассуждением. Если доверительные пределы заданы множителями a и b , это означает, что истинное значение энергии $E(\omega)$ покрывается интервалом с границами $aE(\omega)$ и $bE(\omega)$ при определенном уровне значимости. Длина вертикальной черты при линейной шкале ординат будет равна $(b - a) \times E(\omega)$, т. е. пропорциональна $E(\omega)$, а в случае логарифмической оси энергии ее длина равна $\log b - \log a$, т. е. независима от $E(\omega)$.

5.4.2. ЧАСТОТА И ПЕРИОД

Принято отсчитывать значения частот или периодов, соответствующие экстремумам спектра, особенно точкам максимумов или минимумов. Однако при выполнении самих отсчетов и особенно при сравнении отсчетов, взятых по частотным и периодным спектрам, требуется большая осторожность. Обратная зависимость между частотой и периодом ($\omega = 2\pi/T$) приводит к тому, что максимум, отсчитанный в спектре $E_1(\omega)$ на некоторой частоте ω , не обнаруживается на соответствующем периоде в спектре $E_2(T)$.

Пусть $E_1(\omega)$ и $E_2(T)$ представляют один и тот же энергетический спектр с линейными осями ω и T . Тогда связь между этими представлениями выразится равенством полных энергий:

$$\int_0^{\infty} E_1(\omega) d\omega = \int_0^{\infty} E_2(T) dT,$$

откуда

$$E_2(T) = \frac{2\pi}{T^2} E_1\left(\frac{2\pi}{T}\right).$$

(54)

Из (54) находим следующую систему трех уравнений:

$$\left. \begin{aligned} dE_2(T)/dT &= 0, \\ dE_1(\omega)/d\omega &= -2E_1(\omega)/\omega, \\ d \ln(E_1\omega^2)/d \ln \omega &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

которая свидетельствует, что экстремум в спектре $E_2(T)$ не соответствует экстремуму в спектре $E_1(\omega)$, тогда как с координатами $\ln(E_1\omega^2)$ и $\ln \omega$ экстремумы сохранили бы свое соответствие. Примеры даны в табл. 24. Если начать с условия существования экстремума в спектре $E_1(\omega)$, то получим следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} dF_1(\omega)/d\omega &= 0 \\ dE_2(T)/dT &= -2E_2(T)/T, \\ d \ln(E_2T^2)/d \ln T &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

Когда из одного и того же спектра, но в различных координатных системах получены различные результаты (например, различные местоположения максимальных точек, наклоны, ширина спектров и т. п.), то, естественно, возникает вопрос о том, который из имеющихся вариантов спектра дает правильные сведения. Понятно, что каждый из вариантов дает результаты, правильные только для своего собственного представления. Тем не менее, для координат максимальных точек стандартным (эталонным) вариантом следует считать первичную кривую, т. е. кривую с ли-

нейными координатами $E(\omega)$ и ω . Но самый важный момент заключается в том, чтобы при сравнении различных спектров использовалось безразлично какое, но одинаковое представление, $E_1(\omega)$ или $E_2(T)$, и их нельзя смешивать без соблюдения особых предосторожностей. Для одного и того же спектра в любом варианте получается информация об относительном распределении энергии между различными полосами частот или периодов.

Взаимозависимость частот и периодов подробно рассмотрена в [363]. Читатель может убедиться в том, что для одного и того же спектра получаются два различных периода, не только теоретически с помощью приведенных выше соотношений, но и при рассмотрении фактического примера. Взяв, например, симметричный относительно своего максимума спектр в представлении с помощью координат $E_1(\omega)$ и ω и переведя его в представление с координатами $E_2(T)$ и T , обнаруживаем, что последний спектр не будет симметричным из-за множителя $2\pi/T^2$. Этот множитель вызывает асимметрию, так как различным образом воздействует на две стороны первоначального максимума. Это явление можно истолковать так, что оба спектра представляют полную энергию (одинаковую в обоих случаях), но различно распределенную относительно независимых переменных.

Неоднозначность определения частот спектральных максимумов любой кривой возникает и по другим причинам. Как показано на рис. 48, если отсчитывать непосредственно по кривой $F(\omega)$, то частота максимума была бы равна ω_1 . Но если подозревать наличие гармонической составляющей с частотой, близкой к этому максимуму, то рекомендуется в качестве частоты максимума взять ω_p . Здесь ω_p соответствует параболе, проведенной через точку максимума, точку I и соседние с ней точки.

В связи с вопросом надежности оценок спектров полезно также рассмотреть соответствие диапазонов, выраженных через периоды и частоту. Как правило, спектральные оценки вычисляются для полосы частот, причем все полосы в пределах данного спектра имеют одинаковую ширину. Однако если перевычислить эти оценки для соответствующих полос периодов, то окажется, что расчетные полосы периодов имеют совершенно различные длитель-

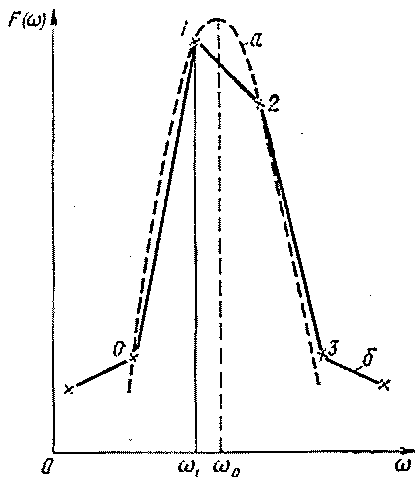


Рис. 48. Сравнение параболической (а) и линейной интерполяции (б)

ности. Связь между шириной соответствующих полос имеет вид

$$|\Delta T| = \frac{T^2}{2\pi} |\Delta\omega| = T^2 |\Delta\nu|. \quad (57)$$

Несколько численных примеров, приведенных в табл. 25, показывают, насколько плохим может быть разрешение на длинных периодах даже в случае постоянства частотных диапазонов.

Т а б л и ц а 25

Соответствие диапазонов периодов и частоты

Период T , с	Диапазон периодов ΔT , с	
	$ \Delta\omega = 1$ рад/с	$ \Delta\nu = 1$ Гц
0,1	0,0016	0,01
1	0,159	1
10	15,9	100
100	1592	10 000

Итак, при любом исследовании очень важно выбрать подходящие спектральные координаты. Координаты должны соответствовать решаемой задаче и обеспечивать необходимую точность. При сопоставлении результатов различных исследований нужно всегда проверять воздействие самих координатных систем.

5.4.3. ТРЕХСТОРОННИЕ ДИАГРАММЫ

При решении специальных задач может оказаться удобным для представления спектров использовать специальные шкалы (соблюдая упомянутые выше предосторожности). Классический пример — трехмерные диаграммы, часто употребляемые в прикладной сейсмологии для изображения спектров скоростей (см. раздел 7.1.7).

Если V — скорость, то $V\omega$ — ускорение, а V/ω — смещение; все три величины можно нанести на один график. Принцип ясен из рис. 49. Все шкалы логарифмические. При чтении такой диаграммы для каждой точки можно получить значения частоты, скорости, ускорения и смещения, считывая их с соответствующих шкал. Это означает, что кривая частотно-скоростного спектра содержит также сведения о спектрах ускорения и смещения. Практический пример использования трехмерных диаграмм приведен в [831].

5.4.4. ВОЗДЕЙСТВИЕ АППАРАТУРЫ

При изучении спектральных минимумов важное значение приобретает учет воздействия регистрирующей аппаратуры на спектры сигналов. Характер воздействия показан на рис. 50.

Частотные характеристики с крутыми срезами очень часто встречаются на практике (короткопериодные сейсмографы). Минимум, который выглядит значимым на амплитудном спектре трассы, почти исчезает в спектре движения самой почвы.

Обозначив спектр трассы через $F(\omega)$, спектр движения почвы через $F_0(\omega)$ и частотную характеристику через $I(\omega)$, получаем

$$F(\omega) = F_0(\omega) I(\omega). \quad (58)$$

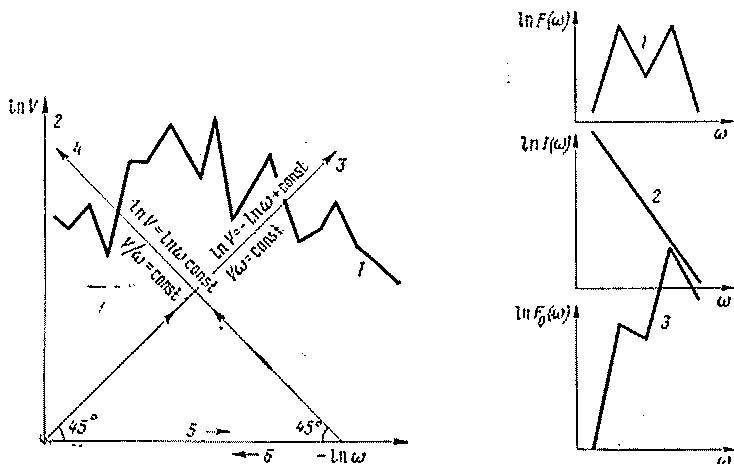


Рис. 49. Трехсторонняя диаграмма скорости, ускорения и смещения, используемая при обработке акселерограмм в прикладной сейсмологии.

1 — спектр скоростей; 2 — ось скоростей; 3 — ось смещения; 4 — ось ускорения; 5 — ось периода; 6 — ось частоты. На практике вместо натуральных обычно употребляются десятичные логарифмы

Рис. 50. Влияние частотной характеристики измерительного прибора на спектр трассы.

1 — амплитудный спектр трассы $F(\omega)$; 2 — частотная характеристика измерительного прибора $I(\omega)$; 3 — амплитудный спектр движения почвы $F_0(\omega)$

Кроме этого, спектры $F(\omega)$ и $F_0(\omega)$ различаются и по другим параметрам. Например, различаются наклоны спектральных кривых, которые связаны между собой соотношением

$$\frac{dF(\omega)}{d\omega} = I(\omega) \frac{dF_0(\omega)}{d\omega} + F_0(\omega) \frac{dI(\omega)}{d\omega}. \quad (59)$$

Можно легко вывести соотношения между другими параметрами спектральных кривых $F(\omega)$ и $F_0(\omega)$, поэтому нет необходимости останавливаться на этом вопросе более детально.

Случай спектрального анализа сейсмограмм по одной выборке из однокомпонентной записи является довольно редким. Обычная и более надежная схема обработки основывается на использовании измерений сравнительных параметров, на сопоставлении различных компонентов, различных сейсмографов, различных пунк-

тов наблюдений и т. д. В этом случае представляют интерес сравнительные эффекты. Рекомендуется пользоваться аппаратурой с идентичными частотными характеристиками, что означает упрощение анализа и возможность визуального сравнения записей. Если это условие не выполнено, преобразованную по Фурье компоненту следует исправить за влияние амплитудной и фазовой характеристик перед обработкой.

Т а б л и ц а 26

Примеры регистрации двух горизонтальных составляющих волны Р

Пример	Регистрируемое движение волны	Регистрируемый азимут
1. Амплитудные характеристики одинаковые $b = 1$ фазовые характеристики различные $\varphi \neq 0$	Линейное	Правильный
2. Амплитудные характеристики различные $b \neq 1$ фазовые характеристики одинаковые $\varphi = 0$	Линейное	Неправильный
3. Амплитудные характеристики одинаковые $b = 1$ фазовые характеристики различные $\varphi \neq 0$	Эллиптическое	Неправильный ¹
4. Амплитудные характеристики различные $b \neq 1$ фазовые характеристики различные $\varphi \neq 0$	Эллиптическое	Неправильный ¹

¹ Для случая, если взять азимут главной оси эллипса.

В табл. 26 даны примеры тех осложнений, которые могут возникнуть в случае неодинаковых характеристик. Вычисления, которые предлагается выполнить читателю в качестве упражнения, практически идентичны вычислениям фигур Лиссажу [939]. Можно выразить результаты этих вычислений следующей формулой:

$$\operatorname{tg} 2\psi = 2b \operatorname{tg} \theta \cos \varphi / (1 - b^2 \operatorname{tg}^2 \theta), \quad (60)$$

где ψ — угол между направлением на восток и главной осью эллипса; θ — истинный угол подхода волны Р, отсчитанный от направления на восток; $b = |I_M(\omega)|/|I_E(\omega)|$ — отношение амплитудных частотных характеристик; φ — разность фаз между E и N .

Если между двумя компонентами имеется сдвиг фаз, то прямолинейное движение во вступающей волне Р преобразуется в эллиптическое. Это обстоятельство следует иметь в виду, особенно при изучении траекторий движения частиц среды. В то же самое время максимумы на этих двух горизонтальных записях не совпа-

дают по времени. В табл. 26 даны примеры, вычисленные для волны Р; подобные вычисления можно выполнить для любой волны, если известно движение частиц в среде.

5.4.5. ПОВОРОТ КООРДИНАТНЫХ ОСЕЙ

Многие геофизические наблюдения выполняются по отношению к некоторой системе координат, например, прямоугольной декартовой системе x, y, z . Поэтому очень важно знать, каким образом измеряемые величины зависят от ориентации осей координат. Ограничим последующее рассмотрение двумерной системой x, y .

В предыдущем разделе мы рассмотрели комбинацию двух перпендикулярных друг к другу компонентов с неодинаковыми частотными характеристиками для изучения характера движения частиц среды в суммарной волне. В этом разделе мы не будем рассматривать эти два компонента совместно, а только изучим влияние поворота осей координат на различные спектральные функции.

Обозначения ясны из рис. 51, где $F_1(\omega)$ — Фурье-преобразование некоторой измеренной вдоль оси x величины. Поскольку Фурье-преобразование линейно, формулы для координатных преобразований функции $F(\omega)$ будут теми же, что и для осей x, y :

$$\begin{aligned} F_1(\omega) &= F_1(\omega) \cos \theta + F_2(\omega) \sin \theta, \\ F_2(\omega) &= -F_1(\omega) \sin \theta + F_2(\omega) \cos \theta. \end{aligned} \quad (61)$$

С учетом (61) легко вывести выражения в преобразованных координатах для различных спектральных функций, например, для косинусного спектра:

$$\begin{aligned} P_{1'1'} &= F_1^* F_1 = (F_1^* \cos \theta + F_2^* \sin \theta) (F_1 \cos \theta + F_2 \sin \theta) = \\ &= P_{11} \cos^2 \theta + P_{22} \sin^2 \theta + P_{12} \sin 2\theta \end{aligned} \quad (62)$$

и аналогично

$$P_{2'2'} = P_{11} \sin^2 \theta + P_{22} \cos^2 \theta - P_{12} \sin 2\theta. \quad (63)$$

Взаимный энергетический спектр в преобразованных координатах записывается в виде

$$\begin{aligned} E_{1'2'} &= F_1^* F_2' = P_{1'2'} - iQ_{1'2'} = \\ &= (F_1^* \cos \theta + F_2^* \sin \theta) (-F_1 \sin \theta + F_2 \cos \theta), \end{aligned} \quad (64)$$

откуда после деления на действительную и мнимую части получаем

$$\begin{aligned} P_{1'2'} &= P_{12} \cos 2\theta - 1/2(P_{11} - P_{22}) \sin 2\theta, \\ Q_{1'2'} &= Q_{12}. \end{aligned} \quad (65)$$

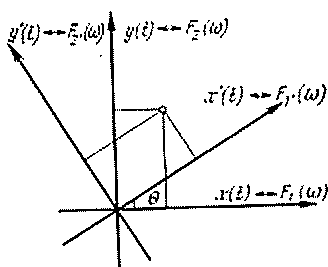


Рис. 51. Поворот координатных осей с целью исследования влияния этой операции на спектры

Особо важно представлять, какие величины инвариантны к повороту осей координат. Можно назвать следующие функции.

1. Синусный спектр

$$Q_{1'2'} = Q_{12}. \quad (66)$$

2. Полная мощность (вполне естественно, что она не зависит от ориентации осей координат, но этот факт доказывается и с помощью формул)

$$P_{1'1'} + P_{2'2'} = P_{11} + P_{22}. \quad (67)$$

3. Выражение, которое легко доказывается подстановкой приведенных выше соотношений

$$P_{1'1'}P_{2'2'} - P_{1'2'}^2 = P_{11}P_{22} - P_{12}^2. \quad (68)$$

С другой стороны, важно отметить, что когерентность γ_{12} и фазовый угол Φ между 1 и 2

$$\gamma_{12}^2 = (P_{12}^2 + Q_{12}^2)/P_{11}P_{22}; \quad \text{tg } \Phi = -Q_{12}/P_{12} \quad (69)$$

не инвариантны, т. е. они зависят от ориентации осей. С помощью приведенных формул можно показать, что для каждой частоты ω существует определенная ориентация θ , при которой γ_{12} принимает максимальное значение, не зависящее от выбранных осей координат. Более подробно этот вопрос изложен в [514].

Аналогичные примеры поворота координатных осей можно привести из сейсмологии. Как правило, оси x и y соответствуют направлениям на восток и север. Часто же удобно повернуть оси так, чтобы, например, x' указывала на источник, а y' была перпендикулярна к направлению на источник.

ПРИНЦИПЫ И ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ В ГЕОФИЗИКЕ

Фильтрация предполагает выделение одной волновой компоненты из суммы волн, она имеет важное значение в геофизике и может осуществляться двояко.

1. Естественная (природная) фильтрация, которая осуществляется средой. Почти каждое наблюдаемое или регистрируемое природное явление связано с протеканием по какому-либо пути, а следовательно, подвергается влиянию различных факторов. Все это рассматривается как явление фильтрации.

2. Искусственная фильтрация, которая производится оператором во время обработки исходных данных. Запись обычно включает смесь отдельных явлений (различные виды смешанных волн и т. п.), и желательно выделить именно ту компоненту, которая подвергается исследованию, а остальные составные части подавить. Это осуществляется с помощью фильтрации исходных данных.

В настоящее время в литературе исчерпывающе описаны методы и результаты фильтрации. В этой книге мы стремимся только к тому, чтобы дать больше основополагающей информации, что сделает понятным применение фильтрации для обработки различных данных. По мере изложения попробуем объяснить действие фильтрации в природе, которое даст нам возможность изучать различные свойства и явления природы. В этом отношении можно сказать, что, хотя естественная фильтрация и обладает определенной сложностью истолкования, она дает нам возможность изучать природу очень эффективными способами.

6.1. ПРИНЦИПЫ ФИЛЬТРАЦИИ

Описание фильтров дано в объеме, необходимом для использования спектрального анализа. Более обстоятельное изложение может быть найдено в [159, 203, 204, 416, 869, 1104, 1124, 1126, 1208, 1209]. Коротче, но очень понятно сделан обзор методов фильтрации в [129, 511, 659, 800, 1320, 1333, 1541, 1577]. Для более подробного изучения фильтрации в геофизической, особенно сейсмической разведке читатель отсылается к [551], а также к многочисленным статьям в геофизических журналах и сборниках. Подробное описание цифровых фильтров и методов расчета таких фильтров в частотной области, включая использование ЭВМ, дано в [546].

6.1.1. СВОЙСТВА СИСТЕМЫ

Под системой или фильтром мы понимаем то, с помощью чего входной сигнал $f(t)$ преобразуется в выходной сигнал $g(t)$ (рис. 52). Таким образом, система и фильтр имеет очень широкое применение. Для закрепления понятия можно привести такой

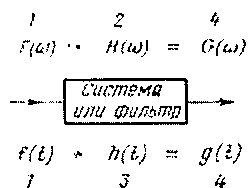


Рис. 52. Схема системы или фильтра с входом и выходом.

1 — вход; 2 — функция системы, или передаточная функция, или коэффициент передачи; 3 — импульсная характеристика; 4 — выход

характерный пример, как прохождении сейсмической волны через земные недра. В этом случае $f(t)$ является сигналом источника колебаний, землетрясения, тогда как системой или фильтром являются земные недра, а $g(t)$ есть сигнал, воспринимаемый сейсмографом на станции. Свойства системы известны, если известно соотношение между входом и выходом.

Т а б л и ц а 27

Обзор свойств системы

Свойство системы (фильтра)	Вход	Выход	Примечания
Линейная	$f(t)$ $f_n(t)$ $a_n f_n(t)$	$g(t)$ $g_n(t)$ $a_n g_n(t)$	$n = 1, 2, 3, \dots$ $a_n = \text{const}$
Линейная	$\sum_n a_n f_n(t)$	$\sum_n a_n g_n(t)$	
Не зависящая от времени (стационарная)	$f(t - \tau)$	$g(t - \tau)$	
Устойчивая (стабильная)	$ f(t) < M$	$ g(t) < M I$	$M = \text{const}$ $I = \text{const}$
Причинная	$f(t) = 0$ для $t < t_1$	$g(t) = 0$ для $t < t_1$	

Системы будем различать по наличию двух основных свойств: линейности и стационарности. Принцип линейности может наилучшим образом описываться с помощью соотношений между входом и выходом системы, как дано в табл. 27. Принцип линейности еще называется принципом суперпозиции. Термин «линейный оператор» является синонимом

мом терминна «линейная система». Система является стационарной, если ее отклик на некоторое воздействие не зависит от времени. Другими словами, для некоторой входной функции $f(t - \tau)$ получаем на выходе системы $g(t - \tau)$ для любого временного сдвига τ .

Оба свойства систем, линейность и стационарность, определяются по дифференциальным уравнениям, описывающим системы. Эти уравнения линейны и имеют постоянные коэффициенты. Последнее условие предполагает, что свойства системы не зависят от времени. Свойства линейности и стационарности не зависят друг от друга.

Рассматривая применение фильтрации к волнам, распространяющимся в твердой среде, можно различать три случая.

1. Абсолютная упругость: волновые уравнения линейны и стационарны.

2. Отсутствие упругости или неполная упругость: волновые уравнения еще проявляют линейность и стационарность, только к уравнениям случая 1 добавляются условия затухания, соответствующие неупругому случаю.

3. Пластичная упругость: уравнения для пластичных и ударных волн являются нелинейными и коэффициенты уравнений зависят от времени [822]. В спектральных приложениях к сейсмологии мы сталкиваемся только с пунктами 1 и 2, тогда как пункт 3 приводит к задачам, которые обычно не решаются в сейсмологии.

Условия вблизи очага землетрясения могут составлять исключение. Некоторые из эффектов могут подавляться, если учесть, что система, соответствующая источнику, имеет только выход, но не имеет входа. Кроме того, всегда можно заменить фокусный механизм его проекцией на фокусную сферу с таким радиусом, что проектируемые движения попадут в область упругих деформаций. Другой системой, включающей все случаи, где используются сейсмические записи, является сейсмограф. Уравнение для сейсмографа является линейным и стационарным. Тогда соответствующая система также линейна и не зависит от времени.

Однако в некоторых других областях применения фильтрации в геофизике требуется осторожность. Например, явление поверхностных океанических волн линейно только для малых амплитуд, а для больших амплитуд вступления, как правило, нелинейно. Это справедливо для океанических волн в открытом океане. Как упоминалось в разделе 3.6.4, нелинейность наблюдается также для волн на мелководье. Ударные волны и перенос энергии между различными волновыми компонентами являются примерами нелинейных эффектов. В [1474] есть разделы о нелинейности океанических поверхностных волн. Явление турбулентности в метеорологии является также нелинейным. Как отмечалось в разделе 3.6.4, анализ с помощью спектра предназначается для нелинейных явлений, когда понятие линейной системы неприменимо.

6.1.2. ФОРМУЛА СВЕРТКИ

Соотношение между входной функцией $f(t)$ для линейного, инвариантного по времени фильтра и его выходной функцией $g(t)$ задается интегралом свертки

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (1)$$

или

$$g(t) = f(t) * h(t),$$

где $h(t)$ — импульсная характеристика, являющаяся откликом системы на входную функцию $\delta(t)$.

Таблица 28

Доказательство теоремы об интеграле свертки для не зависящих от времени линейных систем

Входная функция	Выходная функция	Примечания
$f(t)$	$g(t)$	Дано
$\delta(t)$	$h(t)$	Определение $h(t)$
$\delta(t - \tau)$	$h(t - \tau)$	Временная инвариантность
$f(\tau) \delta(t - \tau)$	$f(\tau) h(t - \tau)$	Линейность
$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau =$ $= f(t)$	$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) h(t - \tau) d\tau =$ $= f(t) * h(t) = g(t)$	Линейность (распространенная на бесконечное число отсчетов)

В частотной области, используя (11) главы 3, получаем

$$G(\omega) = F(\omega) \cdot H(\omega). \quad (2)$$

В табл. 28 приведена последовательность шагов, с помощью которой становится понятным, как получается интеграл свертки. С помощью рис. 52 объясняется терминология для $h(t)$ и $H(\omega)$. Кроме импульсного отклика $h(t)$ при входной функции $\delta(t)$ также важна ступень отклика $j(t)$, являющаяся выходной функцией при единичной ступени Хевисайда $u(t)$, являющейся входной функцией.

Основные характеристики фильтров с их формулами приведены в табл. 29. Импульсная характеристика $h(t)$ получается с помощью обратного преобразования Фурье для $H(\omega)$. Для единичной ступени Хевисайда $u(t)$ преобразование Фурье $U(\omega)$ получено в примере 15 табл. 5. Соответствующая выходная функция в частотной области $J(\omega)$ получается с помощью (2), как результат умножения $U(\omega)$ на $H(\omega)$. С помощью

преобразования Фурье этого выражения мы получаем соответствующую формулу для $j(t)$ во временной области. Выходная функция по сравнению с входной имеет амплитудное и фазовое искажения, а также задержку по времени. Формулы, приведенные в табл. 29, представляют общую закономерность для линейных инвариантных во времени фильтров и позволяют вычислить выходную функцию для любой данной входной функции.

Т а б л и ц а 2

Основные свойства линейных, не зависящих от времени фильтров¹

Входная функция		Выходная функция	
Временная область \leftrightarrow	Частотная область	Временная область \leftrightarrow	Частотная область
$f(t)$	$F(\omega)$	$g(t)$	$G(\omega)$
$\delta(t)$	1	$h(t) =$ $= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} H(\omega) \times$ $\times \cos[\omega t - \Phi(\omega)] d\omega$	$H(\omega) = H(\omega) e^{-i\Phi(\omega)}$
$u(t)$	$U(\omega) =$ $= \pi \delta(\omega) -$ $-\frac{i}{\omega}$	$j(t) = \frac{ H(0) }{2} +$ $+\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{ H(\omega) }{\omega} \times$ $\times \sin[\omega t - \Phi(\omega)] d\omega$	$J(\omega) = \pi H(0) \delta(\omega) -$ $+\frac{ H(\omega) }{\omega} \times$ $\times e^{-i[\Phi(\omega) + \frac{\pi}{2}]}$

¹ Соответствующие формулы остаются в силе для области пространства — нового числа.

$h(t)$ — отклик системы на единичный импульс;

$j(t)$ — отклик системы на единичную ступень;

$H(\omega)$ — функция системы или передаточная функция или коэффициент передачи иногда называемые функцией доступа [1548].

Во временной области операция фильтрации эквивалентна свертке, т. е. берется весовое значение по входной функции $f(t)$ с весовой функцией $h(t)$. В частотной области та же самая операция осуществляется с помощью умножения. Соотношение $G(\omega) = F(\omega) \cdot H(\omega)$ уже встречалось в разделе 2.3.6, где было показано, что оно соответствует дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами. Следовательно, соотношение между входной функцией $f(t)$ или ее спектром $F(\omega)$ и выходной функцией $g(t)$ или ее спектром $G(\omega)$ можно выразить в следующих областях: 1) во временной, как дифференциальное уравнение; 2) во временной, как свертка; 3) в частотной, как умножение.

Вообще, функции, входящие в (2), являются комплексными. Мы можем разделить уравнение такого типа на две части, представляющие соответственно амплитуды и фазы:

$$\left. \begin{aligned} |G(\omega) &= |F(\omega)| |H(\omega)|, \\ \Phi_G(\omega) &= \Phi_F(\omega) + \Phi_H(\omega) + 2n\pi, \\ n &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Возводя в квадрат (3), мы находим уравнение фильтрации для энергии, связывающее входную и выходную энергии:

$$|G(\omega)|^2 = |F(\omega)|^2 \cdot |H(\omega)|^2,$$

где $|H(\omega)|^2$ называется энергетической передаточной функцией системы.

Вполне естественно, что только абсолютное значение $H(\omega)$ входит в энергетическую передаточную функцию, а ее фаза не играет роли. Точно так же перемножением двух уравнений для сигналов 1 и 2:

$$\begin{aligned} G_1^*(\omega) &= F_1^*(\omega) \cdot H_1^*(\omega), \\ G_2(\omega) &= F_2(\omega) \cdot H_2(\omega) \end{aligned} \quad (4)$$

мы получим уравнение фильтрации для взаимной энергии:

$$G_{1,2}(\omega) = F_{1,2}(\omega) \cdot H_{1,2}(\omega). \quad (5)$$

Предположим, что входная функция $f(t) = e^{i\omega t}$. Тогда соответствующую выходную функцию $g(t)$ вычислим из (1):

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} h(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega(t - \xi)} h(\xi) d\xi,$$

подставляя пределы $\xi = t - \tau$ для τ , или

$$g(t) = e^{i\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega \xi} h(\xi) d\xi = e^{i\omega t} H(\omega) = |H(\omega)| e^{i[\omega t - \Phi(\omega)]} \quad (6)$$

с помощью (21) главы 2.

Отсюда мы можем непосредственно записать выражение для частотной характеристики системы

$$|H(\omega)| e^{-i\Phi(\omega)} = \int_{-\infty}^{\infty} h(\xi) e^{-i\omega \xi} d\xi \quad (7)$$

или

$$\begin{aligned} |H(\omega)| \cos \Phi(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\xi) \cos \xi d\xi, \\ |H(\omega)| \sin \Phi(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\xi) \sin \omega \xi d\xi. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, выходная функция отличается от входной по амплитуде и фазе, но имеет такую же частоту. Этот результат можно обобщить, так как мы можем считать любую входную функцию в виде суммы функций $f(t)$ данного типа, но с другими амплитудами и фазами, т. е. ряда Фурье. Выходной функцией будет сумма членов полученного вида [723].

Из (6) видно, что временная или фазовая задержка равна $\Phi(\omega)/\omega$ (или, в более общем виде, $[\Phi(\omega) + 2n\pi]/\omega$, где n — целое число). Если фильтр соответствует системе, через которую распространяются волны, то эта задержка соответствует единичному расстоянию. Следовательно, фазовая скорость равна $\omega/\Phi(\omega)$ (или, в общем случае $\omega/\Phi(\omega) \pm 2n\pi$, где используется только одно значение n), а групповая скорость равна $d\omega/d\Phi(\omega)$. Поэтому кривые дисперсии скорости могут рассматриваться как спектры.

Эти принципы могут применяться к любому виду волн, регистрирующихся по площади. Соответствующие фазовые сдвиги позволяют определять фазово-скоростной спектр. Как пример можно упомянуть сейсмические волны (см. раздел 7.2), геомагнитные пульсации (см. раздел 10.2), радиоволны, а также волны в атмосфере и в океане.

6.2. КЛАССИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССОВ ФИЛЬТРАЦИИ

Фильтрация может быть классифицирована по следующему принципу.

1. Свойство фильтрации определяется свойством фильтров, а следовательно, свойством системы.

2. Механизм фильтрации является составным звеном процесса регистрации и обработки данных. Несмотря на схожесть с пунктом 1, он определяет другие свойства системы.

3. Цель фильтрации определяется задачами обработки и отражает свойства сигнала на выходе.

4. Параметры фильтрации, создающие основу для решения задач фильтрации и определяемые входными свойствами сигнала.

6.2.1. СВОЙСТВА ФИЛЬТРАЦИИ

Рассмотрим характерные свойства нескольких наиболее важных фильтров.

1. *Неискажающий фильтр*. Он описывается следующим уравнением:

$$g(t) = H_0 f(t - t_0), \quad (9)$$

т. е. входная функция умножается на постоянный множитель H_0 и задерживается на время t_0 . Согласно теореме о времени сдвиге (см. раздел 2.3.4) и (9) находим

$$G(\omega) = H_0 e^{-i\omega t_0} F(\omega),$$

т. е. при сравнении с (2):

$$H(\omega) = H_0 e^{-i\omega t_0} \quad (10)$$

или

$$|H(\omega)| = H_0 = \text{const}, \text{ а } \Phi(\omega) = \omega t_0 \text{ и линейна.}$$

Иногда говорят, что такой фильтр сохраняет форму входного сигнала $f(t)$. Это не совсем верно, так как угол наклона характеристики изменяется оператором (10). Для того чтобы полностью сохранить форму кривой $f(t)$, необходимо не умижать ее на H_0 , а складывать с постоянной.

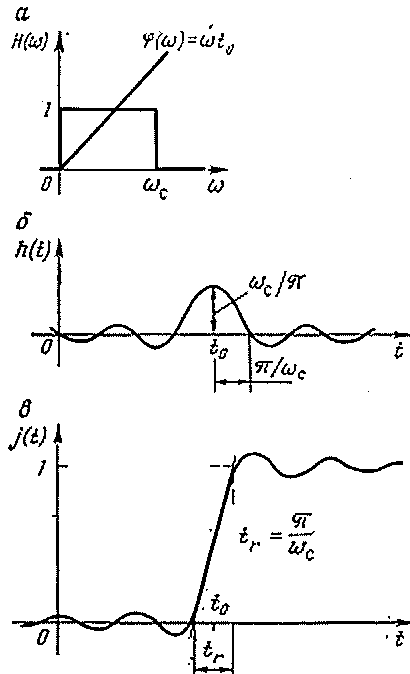


Рис. 53. Частотная характеристика идеального низкочастотного фильтра (а) и его отклики на единичный импульс (б) и единичную ступень (в) [1126].

2. *Амплитудно-искажающие фильтры.* Функция $|H(\omega)|$ не является постоянной, $\Phi(\omega) = \omega t_0$. В зависимости от задания $|H(\omega)|$ различают ряд фильтров.

А. Идеальный низкочастотный фильтр

$$H(\omega) = \begin{cases} H_0 & |\omega| < \omega_c \\ 0 & |\omega| > \omega_c \end{cases} \quad (11)$$

где ω_c — граничная частота (рис. 53). В этом случае мы получаем

$$H(\omega) = H_0 \Pi(\omega/2\omega_c) e^{-i\omega t_0}, \quad (12)$$

а соответствующие выражения для других уравнений можно получить, используя основные формулы из табл. 29.

В случае $t_0 = 0$ $h(t) = \text{sinc } t$. Используя формулу (11) главы 3 теоремы о свертке и пример 3 из табл. 5, получим

$$f(t) * \text{sinc } t \leftrightarrow F(\omega) \Pi(\omega/2\pi), \quad (13)$$

т. е.

$$H(\omega) = \Pi(\omega/2\pi).$$

Таким образом, функция $\text{sinc } t$ позволяет получить идеальный низкочастотный фильтр с граничной частотой $\omega_c = \pi$ (табл. 30). В виде упражнения можно также непосредственно получить функцию для фильтра в двумерном случае (x, y) с волновыми числами k_x и k_y соответственно. Тогда согласно (13) находим

$$f(x, y) * \text{sinc } x * \text{sinc } y \leftrightarrow F(k_x, k_y) \Pi(k_x/2\pi) \Pi(k_y/2\pi). \quad (14)$$

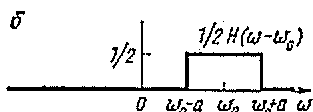
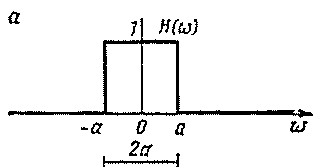
См. далее раздел 10.2.1.

Соответствующие операции во временной и в частотной областях

Случай	Временная область	Частотная область	Примечание
Фильтрация	Свертка: $f_1(t) * f_2(t)$, пример: ↔ Умножение: $F_1(\omega) \cdot F_2(\omega)$ срезаание для $ \omega > \omega_c$ $f(t) * \frac{\omega_c}{\pi} \operatorname{sinc} \frac{\omega_c t}{\pi} \leftrightarrow F(\omega) \cdot \Pi \left(\frac{\omega}{2\omega_c} \right)$		Осуществляется с помощью де-конволюции или обратной филь-трации
Умножение на весо-вую функцию	Умножение $f(t) \cdot \omega(t)$, пример: ↔ Свертка: $\frac{1}{2\pi} F(\omega) \cdot W(\omega)$ срезаание для $ t > t_c$ $f(t) \cdot \Pi \left(\frac{t}{2t_c} \right) \leftrightarrow F(\omega) * \frac{t_c}{\pi} \operatorname{sinc} \frac{\omega t_c}{\pi}$		Видоизменяется с помощью сглаживания в частотной области
Наложение	Сложение: $f_1(t) + f_2(t)$, при- мер: наложение помехи, лож- ная нулевая линия и пр. нр- ↔	Сложение: $F_1(\omega) + F_2(\omega)$	Осуществляется с помощью селективной фильтрации: а) частотной фильтрации б) скоростной фильтрации в) поляризационной филь-трации

Б. Идеальный низкочастотный фильтр с заданием $|H(\omega)|$ другого вида. Полное число различных фильтров определяется для различных выражений $|H(\omega)|$. Вообще эти фильтры не называют каких-нибудь особых математических трудностей.

3. *Частотно-искажающие фильтры.* Функция $\Phi(\omega)$ нелинейная, а функция $|H(\omega)|$ постоянная и равна H_0 . Такой фильтр с незначительной непоследовательностью в терминологии называют фазовым фильтром. Для этих фильтров является характерной прямой пропорциональностью между энергией входного и выходного сигналов:



$$\int_{-\infty}^{\infty} |G(\omega)|^2 d\omega = H_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega, \quad (15)$$

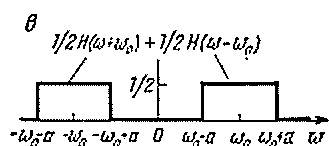


Рис. 54. Полосовая фильтрация [4000]. а — идеальный низкочастотный фильтр; б — полосовый фильтр, полученный с помощью сдвига $H(\omega)$ на ω_0 и деления амплитуды $H(\omega)$ пополам; в — идеальный полосовый фильтр, равный сумме двух полосовых фильтров, сдвинутых соответственно влево и вправо и соответствующий формуле (21) в главе 6

которая находится непосредственно из (2).

4. *Полосовые фильтры.* Эта группа фильтров искажает амплитуду и фазу.

Простым является симметричный полосовой фильтр (рис. 54):

$$H(\omega) = H_1(\omega) + H_2(\omega) = |H_1(\omega)| e^{-i\Phi_1(\omega)} + |H_2(\omega)| e^{-i\Phi_2(\omega)}, \quad (16)$$

который имеет эрмитову форму. Сдвигая H_1 влево или H_2 вправо так, что они становятся симметричными относительно начала координат, получаем низкочастотный фильтр вида

$$H_1(\omega) = H_1(\omega_0 + \omega) = H_2(-\omega_0 + \omega). \quad (17)$$

Импульсная функция такого низкочастотного фильтра обозначается $h_1(t) \leftrightarrow H_1(\omega)$. Применяя к (17) теорему о частотном сдвиге (2.3.5), находим

$$\begin{aligned} h_1(t) e^{i\omega_0 t} &\leftrightarrow H_1(\omega - \omega_0) = H_1(\omega), \\ h_1(t) e^{-i\omega_0 t} &\leftrightarrow H_1(\omega + \omega_0) = H_2(\omega). \end{aligned} \quad (18)$$

Складывая эти два уравнения, получаем

$$2h_1(t) \cos \omega_0 t \leftrightarrow H(\omega) \text{ или } h(t) = 2h_1(t) \cos \omega_0 t. \quad (19)$$

Это важное уравнение устанавливает, что импульсная характеристика любой системы, эквивалентной низкочастотной, может находиться из этой низкочастотной системы. Эта теорема сводит задачу нахождения импульсной характеристики для таких систем

к задаче для низкочастотных систем, которая рассматривалась ранее.

В частности, если предположить

$$H_1(\omega) = 1/2\Pi(\omega/2a), \quad (20)$$

то из примера 2 табл. 5 и формулы (19) для $h(t)$ можно найти

$$h(t) = (\sin at)/\pi t \cos \omega_0 t. \quad (21)$$

Этот вид дискретного полосового фильтра, описанный Е. А. Робинсоном в приложении к [400], является симметричным, т. е. $h(t) = h(-t)$, и, таким образом, не вносит искажения в фазу. Величина t может принимать все целые значения от $-\infty$ до $+\infty$. Практически конец интервала должен быть ограничен. Тогда весовая функция и применяется для $h(t)$; в [400] использована треугольная весовая функция (см. раздел 4.4.5). В [248] использовался тот же самый фильтр с синусоидальной весовой функцией, дающей более крутую характеристику фильтра. В [287] подчеркивается значение вида характеристики $\hat{H}(\omega)$ в том, что она может пропускать с усилением амплитуды, соответствующие частоте ее максимума. В [866] рассматриваются аналогичные фильтры.

Фундаментальные уравнения (1) и (2) показывают, что умножение $F(\omega)$ на любую функцию, зависящую от частоты, равносильно фильтрации в частотной области и свертке во временной области. Рассмотрим два примера.

1. Временной сдвиг эквивалентен фильтрации и свертке. Из теоремы о временном сдвиге (см. раздел 2.3.4) и примера 11 табл. 5 имеем

$$f(t-a) \leftrightarrow F(\omega) e^{-i a \omega} \leftrightarrow f(t) * \delta(t-a). \quad (22)$$

2. Дифференцирование равносильно фильтрации или свертке. По теореме о дифференцировании (раздел 2.3.6) и из примера 9 табл. 5 имеем

$$\begin{aligned} f'(t) &\leftrightarrow i\omega F(\omega) = \omega e^{i\pi/2} F(\omega) \leftrightarrow \delta'(t) * f(t), \\ f^{(n)}(t) &\leftrightarrow (i\omega)^n F(\omega) = \omega^n e^{in\pi/2} F(\omega) \leftrightarrow \delta^{(n)}(t) * f(t). \end{aligned} \quad (23)$$

Очевидно, дифференцирование во временной области равносильно высокочастотной фильтрации. Интегрирование $f(t)$ соответственно эквивалентно низкочастотной фильтрации в частотной области.

6.2.2. МЕХАНИЗМ ФИЛЬТРАЦИИ

Процессы фильтрации используются в геофизике в ряде направлений. В сейсмологии наибольшее применение нашли следующие фильтры.

1. *Природные фильтры.* Земные недра составляют фильтры, которые не могут корректироваться человеком. В этом случае

действие фильтрации используется для выделения полезной информации о затухании волн и дисперсии скоростей, характеризующей свойства среды.

2. *Аналоговые (электрические, механические) фильтры.* Сейсмографы являются фильтрами, находящимися под контролем человека. С помощью настройки можно подавить определенные полосы частот, а другие выделить. Эта группа включает и другие устройства для фильтрации.

3. *Математические фильтры.* Специальные способы фильтрации, обычно с использованием ЭВМ, могут использоваться для разделения волн на записи. Например, выделить волны одного вида, но разного происхождения или волны одного происхождения, но разного типа.

В пункте 1 дана фильтрация, которая несет полезную информацию о земных недрах. Эту информацию мы хотим выделить и расшифровать. Пункты 2 и 3 относятся к способам вынужденной фильтрации, и перед исследователем часто стоит проблема выбора способа, т. е. либо он хочет фильтровать (электрически или механически) волны до их записи (пункт 2), либо после нее (пункт 3). Пункту 2 отдается предпочтение в случае, когда аналоговое устройство используется для определенной цели, тогда как пункт 3 позволяет более широко использовать запись для решения различных задач. При невозпроизводимой записи в сейсмологии используется комбинация пунктов 2 и 3, т. е. станция имеет ряд аналоговых устройств с различными характеристиками, но, кроме того, часто требуется применять математическую фильтрацию к уже полученным записям. Похожие ситуации существуют и в других областях геофизики.

Рассмотрим естественную фильтрацию с более широкой, геофизической точки зрения. Этот вид фильтрации должен существовать всегда, если только мы не измеряем непосредственно у источника, т. е. в любом случае, когда есть среда (система), разделяющая регистратор от источника. Когда функция системы зависит от частоты, что встречается практически всегда, особенно важно знать воздействие системы на измерения. Вообще, система действует как низкочастотный фильтр. Это справедливо как в отношении проходящих волн, так и волн, наблюдаемых на некотором расстоянии от источника. Рассмотрим примеры таких случаев.

1. Для проходящих волн более низкочастотные колебания обычно распространяются на большие расстояния. Типичными примерами являются поверхностные и океанические волны.

2. Явления, измеряемые на больших расстояниях, имеют более высокий энергетический коэффициент отношения длинных волн к коротким, чем в случае измерений на меньших расстояниях. Типичным примером являются наблюдения магнитного поля, производимые на поверхности моря (в этом случае функция системы $e^{-2\pi h/L}$, где h — мощность водного слоя, L — длина волны). Такие же условия преобладают в гравиметрических измерениях.

Датчик давления на океаническом дне также записывает относительно более низкочастотные поверхностные океанические волны, чем регистратор на поверхности.

Эффективная фильтрация сейсмических записей стала возможной с использованием гальванометров как заградительных фильтров [1166]. Это происходит согласно пункту 2. Технические приемы фильтрации более широко описаны в [428]. Большинство опытов показывает, что регистраторы, построенные на гальванометрах, проще и надежнее в работе, чем электронные приспособления. Комбинирование инерционных сейсмографов и сейсмографов, измеряющих деформацию, может при определенных обстоятельствах приводить к эффективной аналоговой фильтрации [1314, 1315].

6.2.3. ЦЕЛЬ ФИЛЬТРАЦИИ

Фильтрация может проводиться для различных целей, таких как отделение сигнала от помехи, подготовка записей для спектрального анализа и т. п. Методы фильтрации для этих целей практически применяются в любой области исследований, где используются временные последовательности. Например, в инженерной электронике, оптике, акустике, геофизике, экономике и др. Геофизическая разведка, особенно сейсмическая, является областью, где фильтрация играет огромную роль. Для удобства можно сгруппировать области применения фильтрации по ряду направлений.

1. *Фильтрация помехи от сигнала.* В принципе, этот вид фильтрации легко выразить математически. Данная запись $f(t)$ состоит частично из сигнала $s(t)$, а частично из помехи $h(t)$. Имеем

$$\text{в временной области } f(t) = s(t) + n(t), \quad (24)$$

$$\text{в частотной области } F(\omega) = S(\omega) + N(\omega).$$

Для эффективного подавления помехи нам нужен такой фильтр с функцией передачи $H(\omega)$, что

$$[S(\omega) + N(\omega)] H(\omega) = S(\omega)$$

или

$$H(\omega) = S(\omega) / \{S(\omega) + N(\omega)\}. \quad (25)$$

В принципе, даже такой простой вид уравнения может привести к трудностям при создании соответствующего цифрового фильтра и для этого потребуются множество усилий.

Многие из таких разработок осуществлены в последнее десятилетие благодаря интенсивным усилиям, направленным на увеличение чувствительности аппаратуры при записи сейсмических сигналов малой интенсивности на фоне помех. Кроме того, при изучении спектра сигнала $S(\omega)$ в любом случае желательно иметь

возможность выделить помеху из спектра $S(\omega) + N(\omega)$, который записывается без фильтрации. Стационарность (по времени) исследуемой группы волн сохраняется в том случае, когда цифровые фильтры предназначены для отделения помехи от сигнала. Стационарность определяется с помощью растяжения сигнала по времени и измерения соответствующих изменений в вычисляемом спектре [84].

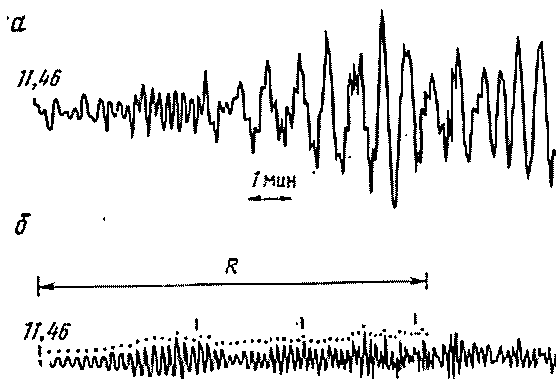


Рис. 55. Трасса сейсмограммы землетрясения, происшедшего 17-го августа 1963 г. на островах Рюкю (а), записанная длиннопериодным вертикальным сейсмографом (цифровое воспроизведение на рис. 31), и та же трасса, обработанная с помощью полосового фильтра с периодом 6—15 с (б). На этой трассе ясно проявляется вторая гармоника волн Релея R [400]

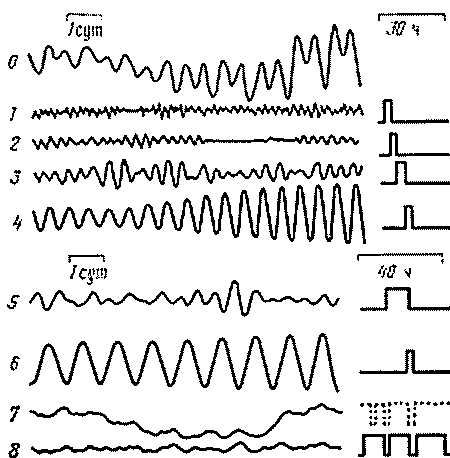


Рис. 56. Пример полосовой фильтрации записи наклономера.

0 — первичная запись; 1 — полосовая фильтрация с периодом 2—5 ч, после которой остаются эффекты землетрясения; 2—5—7 ч (четвертьсуточные приливные движения); 3—7—11 ч; 4—11—13 ч (полусуточные приливные движения плюс метеорологические эффекты); 5—13—23 ч; 6—23—25 ч (суточные приливные движения плюс метеорологические эффекты); 7 — вычитание четвертьсуточных, полусуточных и суточных эффектов из исходной записи, после которого остается длиннопериодная запись (метеорологические эффекты); 8 — 2—11,5; 13,5—23; 26,5—40 ч [1396]

Пространственная стационарность обычно изучается в корреляционном анализе сейсмических колебаний, таких как микросейсмы и т. д.

Особенно важными являются фильтры, импульсная характеристика $h(t)$ которых выбирается таким образом, что средняя квадратическая погрешность между требуемым и выходным сигналом минимальна. Такие фильтры часто описываются в литературе и называются оптимальными фильтрами В и -

нера [1210]. Из множества примеров такой методики можно привести [839, 840], где фильтры использовались для лучшего выделения сейсмических сигналов, и [371], где двумерные фильтры Винера применялись для анализа гравиметрических карт. Похожими на оптимальные фильтры Винера являются фильтры максимального правдоподобия, применяемые для подавления помехи без искажения сигнала на записи. В этом случае используется информация о структуре помехи до вступления сигнала. В [338] дается теория этой методики и ее применение к данным станции LASA. В [857] описываются две методики обработки энергетических спектров. Другие случаи применения (25) можно найти в [1449].

2. *Фильтрация различных сигналов.* Эта фильтрация основана на тех же принципах, что и (25). На рис. 55 приведен пример, где показано разделение поверхностных волн различного типа с помощью полосового фильтра с периодом 6—15 с. В [1396] приводится другой пример разделения записей наклономеров с помощью полосовой фильтрации (рис. 56; см. раздел 10.1.3).

3. *Фильтрация различных микросейсм.* Этот вид фильтрации базируется на тех же принципах, что и (25). На рис. 57 приведен пример, где показано выделение микросейсм с длинными периодами (около 15—20 с) из подавляющих микросейсм с более короткими периодами с помощью полосового фильтра с периодом 15—25 с.

Кроме того, в случае разделения двух сигналов или более (или помех) различного происхождения друг от друга может потребоваться очистка выделенного сигнала или помехи от искажений, наложенных во время прохождения различных систем, например как земных недр или сейсмографов. Так как воздействие любой системы на сигнал $f_1(t)$ заключается в операции свертки $f_1(t)$ с импульсной характеристикой системы (фильтра), то первоначальный сигнал $f_1(t)$ можно восстановить с помощью де-

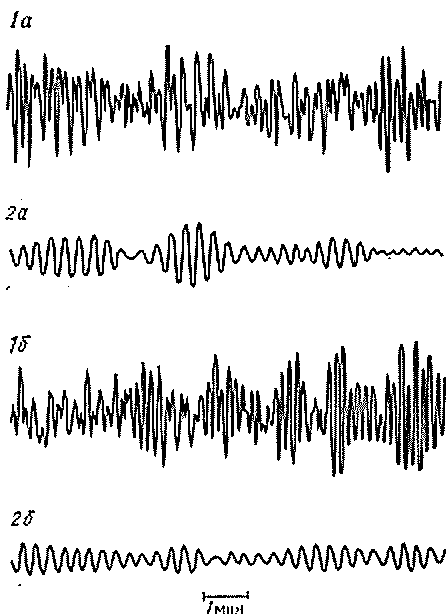


Рис. 57. Полосовая фильтрация с периодом 15—25 с (2а, 2б) двух трасс длиннопериодных компонентов (1а, и 1б), полученных на станции Умеа (Швеция)

конволюции или обратной фильтрации. В этой процедуре используются специальные фильтры, построенные таким образом, что влияние любой данной системы уничтожается. Деконволюция может выполняться либо во временной, либо в частотной области (с помощью умножения). Особенно часто деконволюция в частотной области применяется в сейсмологии. В этом случае спектральные соотношения устанавливаются для уничтожения действия одного фактора или более (см. раздел 6.5). В табл. 30 даны соответствующие операции во временной и частотной областях. Для более подробного изучения этого вопроса читатель может обратиться к [1208, 812, 1458].

6.2.4. ПАРАМЕТРЫ ФИЛЬТРАЦИИ

Технология фильтрации предполагает, что нужные и ненужные волновые компоненты в некотором отношении отличаются. С этой точки зрения в геофизике, и особенно в сейсмологии, различают четыре типа фильтрации.

1. *Частотная фильтрация.* Этот тип фильтрации применяется в случае, если частоты волновых компонентов достаточно дифференцированы. Успех фильтрации зависит от степени различия компонентов по частоте. Если граничные частоты спектров различных компонентов частично перекрываются, разделение будет неполное, и это отразится на конечном результате. Если же разделение будет практически полным, то результат фильтрации будет эффективным.

2. *Скоростная фильтрация.* Из определения ясно, что скоростная фильтрация основывается на различии скоростей волновых компонентов, например между скоростями объемных волн и микросейсм. Эта фильтрация находит применение в обработке площадных наблюдений и будет рассмотрена в разделе 6.3.1.

3. *Поляризационная фильтрация или фильтрация по типу волны.* Основывается на различиях движения частиц в сигнале и в помехе или в разных сигналах. Она применяется только во временной области и не будет далее рассматриваться. Для ознакомления с этой фильтрацией можно обратиться к [802, 1321, 184, 1013].

4. *Амплитудная фильтрация.* Она базируется на различии амплитуд, например сигнала и помехи. Этот метод используется в устройствах, применяемых для предсказания землетрясений, а также для усиления света в фотографической записи. Естественно, что эта фильтрация также применяется только во временной области и в дальнейшем рассматриваться не будет.

6.2.5. КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ СИГНАЛА И ПОМЕХИ

При определенных условиях можно вычислить корреляционные и энергетические спектры отдельно для сигнала и для помехи, без предварительного применения операции фильтрации. При рассмотрении корреляционных и энергетических спектров до сих пор нас интересовали функции $f_1(t)$ и $f_2(t)$ без последующего описания их структуры. Вообще они состоят частично из сигнала, а частично из помехи. Мы рассмотрим случай двух временных последовательностей $f(t)$ и $g(t)$, состоящих из одного и того же сигнала $s(t)$ и разных помех $n(t)$ и $m(t)$:

$$\begin{aligned} f(t) &= s(t) + n(t), \\ g(t) &= s(t) + m(t). \end{aligned} \quad (26)$$

Предположим, что сигнал $s(t)$ не коррелируется с компонентами помехи, а также что компоненты помехи не коррелируются между собой. Пусть $f(t)$ и $g(t)$ — записанные трассы. Наша задача состоит в том, чтобы вывести функцию автокорреляции для $s(t)$, $n(t)$ и $m(t)$.

Функция автокорреляции для $f(t)$ имеет вид

$$\begin{aligned} C_{ff}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(t+\tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} [s(t) + n(t)][s(t+\tau) + n(t+\tau)] dt = \\ &= C_{ss}(\tau) + C_{sn}(\tau) + C_{ns}(\tau) + C_{nn}(\tau) = C_{ss}(\tau) + C_{nn}(\tau), \end{aligned} \quad (27)$$

так как $C_{sn}(\tau) = C_{ns}(\tau) = 0$, в то время как $s(t)$ и $n(t)$ не коррелируются. Точно так же находим

$$C_{gg}(\tau) = C_{ss}(\tau) + C_{mm}(\tau), \quad (28)$$

а аналогичный вывод для функции взаимной корреляции приводит к следующему выражению:

$$C_{fg}(\tau) = C_{gf}(\tau) = C_{ss}(\tau). \quad (29)$$

Затем из (29) находим

$$\left. \begin{aligned} a \text{ из (27) и (28)} \quad C_{ss}(\tau) &= \frac{1}{2} [C_{fg}(\tau) + C_{gf}(\tau)], \\ C_{nn}(\tau) &= C_{ff}(\tau) - \frac{1}{2} [C_{fg}(\tau) + C_{gf}(\tau)], \\ C_{mm}(\tau) &= C_{gg}(\tau) - \frac{1}{2} [C_{fg}(\tau) + C_{gf}(\tau)], \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

которые являются решением нашей задачи.

После этого, используя основную формулу для энергетического спектра, из (30) получаем энергетический спектр сигнала

и помехи соответственно. Взаимной энергии между сигналом и помехой или между компонентами помехи нет. Совершенно очевидно, что энергетический спектр любой данной записи $f(t)$ или $g(t)$ согласно (27) и (28) будет равняться сумме энергетических спектров сигнала и помехи. Взаимная энергия $f(t)$ и $g(t)$ согласно (29) равна только энергии сигнала.

Эти выводы имеют силу при предположениях, сделанных для двух последовательностей (26). Они должны соблюдаться для любой фильтрации, если выполняются эти предположения. Этот метод статистического выделения сигнала и помехи из сейсморазведочных данных был описан в [414]. Предполагается в виде упражнения вывести соответствующее выражение для свертки функции. В [84] получено похожее выражение, а также определена видоизмененная функция взаимной корреляции, лучше соответствующая определенным геофизическим требованиям. Другие случаи сложных волновых движений при соответствующих предположениях обрабатываются точно так же. В [456] приведен пример анализа помехи, состоящей из нескольких типов воли Релея.

6.3. ПРИМЕРЫ ОПЕРАЦИЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Приведенные ниже примеры являются неполными, но касаются некоторых наиболее характерных процедур фильтрации. Читатель после рассмотрения этих примеров будет готов к исследованию любого метода фильтрации во временной и частотной областях, особенно если он располагает вычисленным спектром.

6.3.1. НИЗКОЧАСТОТНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ — СГЛАЖИВАНИЕ

Под сглаживанием понимают частичное или полное подавление короткопериодных составляющих записи до вычисления ее спектра, т. е. это эквивалент низкочастотной фильтрации. Сглаживание выполняется с помощью скользящего осреднения, например по трем последовательным значениям. Одним из примеров служит запись сейсмографа, содержащая длиннопериодные поверхностные волны с наложением на них волн с более короткими периодами. Если нужно выполнить спектральное исследование длиннопериодных волн, то производится сглаживание короткопериодных волн и разложение в ряд Фурье полученного результата. Очевидный аналог в метеорологии заключается в исследовании записей годовых изменений температуры, на которые накладываются ежедневные температурные колебания. Низкочастотная фильтрация может эффективно использоваться при подавлении зеркальных ложных частот, образующихся при дискретизации сигнала.

Осреднение или сглаживание является процессом, совершенно равносильным фильтрации, что видно из нижеследующего. При-

меним осреднение с равным весом по последовательности интервалов, каждый длиной Δt . Тогда функция осреднения

$$f(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} f(\tau) d\tau = f(t) * \frac{1}{\Delta t} \Pi(t/\Delta t) \leftrightarrow F(\omega) \operatorname{sinc} \frac{\omega \Delta t}{2\pi}, \quad (31)$$

с использованием примера 1 из табл. 5 и теорему о временном преобразовании (см. раздел 2.3.3). Этот фильтр или «сглаживатель» является прямоугольной функцией

$$\frac{1}{\Delta t} \Pi(t/\Delta t) = \begin{cases} 1/\Delta t & |t| \leq \Delta t/2, \\ 0 & |t| > \Delta t/2. \end{cases}$$

Sinc-функция в (31) играет ту же роль, что и «сигма-фактор» в [864, с. 65], которая использована как множитель в разложении в ряд Фурье для ослабления явления Гиббса (см. раздел 2.1.2). В [1331] описываются формулы, относящиеся к выбору и осреднению наблюдений для исследования метеорологической турбулентности. Точно так же операции фильтрации с аналогичными математическими выкладками производятся в пространственной области, когда вместо точечных значений используются средние значения по определенной длине радиуса осреднения. Это наблюдается в случае некоторых измерений в метеорологии [1319]. Для всех последующих примеров возможно приложение в пространственной области, поэтому достаточно будет ограничиться рассмотрением временной области. Сглаживание $f(t)$, которое описывалось до настоящего момента, является лишь одним примером сглаживания и может служить в качестве введения.

В зависимости от цели процедуры сглаживания можно использовать различные сглаживающие фильтры. В табл. 31 даны наиболее важные виды фильтрации, а ниже — пояснения.

Случай 1. Текущее среднее значение по N отсчетам выбирается равного веса. Этот вид сглаживания является добавлением к уже рассмотренному случаю с N отсчетами. Частотная характеристика имеет максимум, равный 1 для $\omega = 0$ и 0 для $\omega = \infty$. Этот вид сглаживания соответствует низкочастотной фильтрации. Как сглаживающая функция, так и частотная характеристика являются действительными и четными функциями, т. е. в этом случае нет фазового сдвига.

Частотная характеристика описана в предположении непрерывности функции $f(t)$. В самом деле, пусть вместо $f(t)$ дана дискретная последовательность цифр. Тогда интегрирование заменяется суммированием, и преобразование Фурье для цифр будет

$$\begin{aligned} H(\omega) &= \frac{1}{N} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{(N-1)/2} \cos k\omega \Delta t \right] = \\ &= \frac{1}{N} \left(1 + 2 \cos \omega \Delta t + 2 \cos 2\omega \Delta t + \dots + 2 \cos \frac{N-1}{2} \omega \Delta t \right) = \\ &= (\sin N\omega \Delta t/2) / (N \sin \omega \Delta t/2). \end{aligned} \quad (32)$$

Виды фильтрации и их свойства

Случай	Процедура фильтрации $f(t) * h(t)$	Амплитудная характеристика $ H(\omega) $	Фазовая характеристика $\Phi(\omega)$	Характерные особенности
1	Текущее среднее значение по N отсчетам равного веса: $f(t) * \frac{1}{N\Delta t} \prod \left(\frac{t}{N\Delta t} \right)$	$\left \frac{\sin(N\omega\Delta t/2)}{N\omega\Delta t/2} \right $	0, π	Низкочастотная фильтрация; нет фазового сдвига, только смена фазы в чередующихся побочных максимумах ($-1 = e^{i\pi}$)
2	Текущее среднее значение; неравные веса (распределение по косинусу): $f(t) * \frac{\pi}{2N\Delta t} \cos \frac{\pi t}{N\Delta t},$ $ t \ll \frac{N\Delta t}{2}$	$\left \frac{\pi^2 \cos(N\omega\Delta t/2)}{\pi^2 - N^2\omega^2(\Delta t)^2} \right $	0, π	Низкочастотная фильтрация; нет фазовой задержки, только смена фазы в чередующихся побочных максимумах
3	Текущее среднее значение; неравные веса (кривая нормального распределения Гаусса): $f(t) * e^{-at^2},$ $a > 0$	$\sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\omega^2/4a}$	0	Низкочастотная фильтрация; нет фазового сдвига

Случай	Процедура фильтрации $f(t) * h(t)$	Амплитудная характеристика $ H(\omega) $	Фазовая характеристика $\Phi(\omega)$	Характерные особенности
4	Аналоговое инерционное сглаживание: $f(t) * u(t) ae^{-at}$ $a > 0$	$a\sqrt{a^2 + \omega^2}$	$\text{tg}^{-1} \left(-\frac{\omega}{a} \right)$	Низкочастотная фильтрация; фазовый сдвиг
5	Текущие разности: $f(t) - af(t - \Delta t)$ $a > 0$	$(1 + a^2 - 2a \cos \omega \Delta t)^{1/2}$	$\text{tg}^{-1} \frac{a \sin \omega \Delta t}{1 - a \cos \omega \Delta t}$	Высокочастотная фильтрация; фазовый сдвиг
6	Текущие разности, $a = 1$: $f(t) - f(t - \Delta t)$	$2 \left \sin \frac{\omega \Delta t}{2} \right $	$\pm \frac{\pi}{2} - \frac{\omega \Delta t}{2}$	Высокочастотная фильтрация; фазовый сдвиг
7	Комбинация 1 и 6 случаев: $[f(t) - f(t - \Delta t)] * \frac{1}{N \Delta t} \prod \left(\frac{t}{N \Delta t} \right)$	$2 \left \sin \frac{\omega \Delta t}{2} \right \left \frac{\sin(N \omega \Delta t / 2)}{N \omega \Delta t / 2} \right $	$\pm \frac{\pi}{2} - \frac{\omega \Delta t}{2}$	Полосовая фильтрация; фазовый сдвиг

Это соотношение обычно доказывается с помощью формулы сложения для рядов с членами, содержащими косинус. Как мы видим, формула (32) для дискретного случая не похожа на формулу для непрерывного случая. Последний может рассматриваться как приближение истинного выражения (32). Вообще, для практических целей это приближение является достаточно точным. Для малых $\omega \Delta t$ мы имеем

$$N \sin \omega \Delta t/2 \rightarrow N \omega \Delta t/2,$$

т. е. как в непрерывном случае. Сглаживание (низкочастотная фильтрация) с помощью амплитудно-частотной функции типа $(\sin x)/x$, в частности, применялось к вековым вертикальным движениям [1002]. Сглаживание с помощью двумерного скользящего осреднения применяется к гравиметрическим наблюдениям [576]. См. далее раздел 10.2.1 и табл. 53.

В частности, низкочастотная фильтрация может лучше подчеркиваться прореживанием, означающим то, что не все значения включаются в дальнейшие спектральные вычисления, например только каждый второй, третий и т. д. отсчет. Кроме того, эта операция уменьшает требования к запоминающим устройствам ЭВМ.

Для того чтобы применить эту фильтрацию к энергетическим спектрам, амплитудная характеристика $H(\omega)$ должна быть возведена в квадрат. Кроме того, мы обычно отмечаем, что вычитание функции низкочастотной фильтрации из первоначального спектра означает высокочастотную фильтрацию. Тогда в этом случае функция

$$1 - [\sin(N\omega \Delta t/2)/(N\omega \Delta t/2)]^2 \quad (33)$$

соответствует высокочастотной фильтрации энергетического спектра. В [206] для снятия действия земных приливно-отливных движений при изучении собственных колебаний применялся такого рода высокочастотный фильтр. Точно такие же операции применялись в [1220] к некоторым океанографическим наблюдениям.

Можно рассмотреть ситуацию, обратную случаю 1: прямоугольная амплитудная характеристика будет соответствовать sinc-функции как сглаживающей функции во временной области (это видно из примеров 2 и 3 табл. 5). Этот случай имеет очевидный смысл, поскольку такая характеристика помогает нам подавить все частоты выше граничной и пропустить частоты ниже граничной (см. раздел 4.3.1). К этой категории относится узкополосная фильтрация, которая применяется в некоторых случаях, например для создания спектров (см. раздел 1.3.1) [154]. Интегрирование проводится по узкой полосе частот, что равносильно умножению на sinc-функцию во временной области. Этот метод применялся [765] для изучения групповых скоростей поверхностных волн. Однако из-за того, что sinc-функция имеет неограниченную побочную полосу частот, ее применение во временной

области вызывает определенные затруднения. Препятствием к применению сглаживания является то, что оно может давать слишком малый вес для центрального значения. Тогда операция, описанная ниже (случай 2), будет предпочтительнее.

Случай 2. Текущие значения могут выбираться с неравными, но симметричными весами, т. е. симметричными относительно

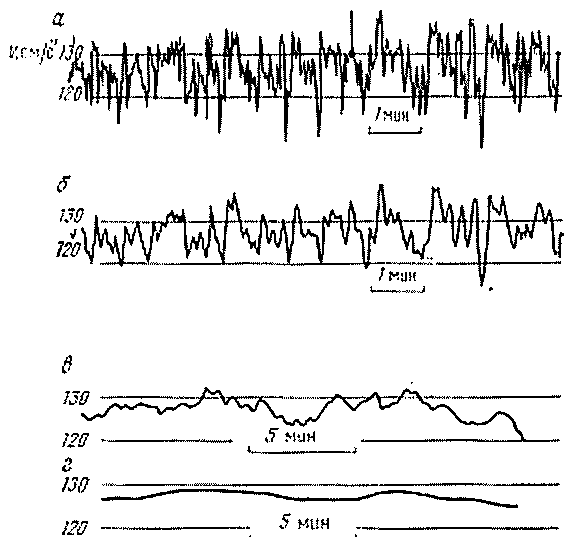


Рис. 58. Сглаживание записей скорости течения реки для различных интервалов осреднения [1561].

а — мгновенные значения;
б — интервал осреднения 5с;
в — интервал осреднения 1 мин;
г — интервал осреднения 5 мин

центрального или главного веса. Примером такого сглаживания являются веса, распределенные по косинусу. Сглаживание успешно применяется при обработке морских записей [556] и морских гравиметрических измерений [12] и является более предпочтительным по сравнению со сглаживанием с равными весами. Сравнивая $H(\omega)$ для случаев 1 и 2, находим, что случай 2 приводит к более эффективной низкочастотной фильтрации, так как пропускается больше низких и меньше высоких частот, чем в случае 1. Случай 1 особенно не подходит для

$$\omega = n\pi/N \Delta t, \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

Для упражнения читатель может определить, что сглаживающая функция

$$h(t) = \frac{1}{N \Delta t} \left(1 + \cos \frac{2\pi t}{N \Delta t} \right)$$

будет предпочтительней сглаживающей функции в случае 2. Это использовалось в [1561] при изучении турбулентного речного течения (рис. 58).

Симметричная фильтрация может выполняться также с помощью замены функции $f(t)$ ее значением, сглаженным симметрично относительно соседних значений, т. е.

$$f(t) + n [f(t + \Delta t) + f(t - \Delta t)] + m [f(t + 2\Delta t) + f(t - 2\Delta t)]. \quad (34)$$

В этом случае частотная характеристика

$$|H(\omega)| = 1 + 2n \cos \omega \Delta t + 2m \cos 2\omega \Delta t. \quad (35)$$

С помощью подобранных значений n и m можно успешно провести фильтрацию. Например, в [110] применялись $n = m = \frac{1}{2}$ для сглаживания записей волны Лява, а в [370] применялись большие числа для восстановления длиннопериодных волн Релея из короткопериодных записей. При вычислении таких выражений более подходящими являются формулы суммирования для

$$\sum_{n=1}^N \cos n\alpha, \quad \sum_{n=1}^N \sin n\alpha,$$

значения которых находятся по математическим таблицам. Операцией, используемой более часто, является сглаживание по трем последовательным значениям, например, с весами 0,25, 0,50, 0,25 (обычное биномиальное сглаживание). Пусть это останется в виде упражнения для теоретического исследования биномиального сглаживания. Другие широко применяемые веса приведены в табл. 16.

Случай 3. Другим примером неравномерного симметричного сглаживания является сглаживание по кривой Гаусса (см. табл. 31 и пример 25 табл. 5). Кроме того, такое сглаживание соответствует низкочастотной фильтрации без сдвига фазы. Практически такое сглаживание обычно осуществляется таким образом, что сумма весов при вычислении приравнивается к единице.

Сопоставляя случаи 1 и 3, находим, что сглаживание по кривой Гаусса (случай 3) имеет преимущество по сравнению с прямоугольным сглаживанием (случай 1). Оно заключается в том, что в этом случае нет побочных экстремумов в частотной области. Но, с другой стороны, в случае 3 имеем более пологий срез характеристики, чем в случае 1, т. е. случай 3 не является идеальным фильтром. Пример применения сглаживания по кривой Гаусса дан в [101], где оно использовалось для пространственного сглаживания данных гравиметрии. В [243] оно использовалось для сглаживания записей деформометра и их энергетических спектров. В [985] описано применение к записям приливных движений.

Очевидно, что операторы сглаживания, описанные выше, являются частными случаями более общих операторов, обладающих схожими свойствами [347].

Случай 4. Аналоговое инерционное сглаживание. Этот вид сглаживания является односторонним, так как аппаратура реагирует на сумму влияний от предыдущих воздействий. Примерами являются: а) температурная инерция — ртутный термометр всегда запаздывает за измерениями температуры окружающей среды; б) механическая инерция — тяжелое колесо не может в течение некоторого времени достичь скорости вращения, соответствующей приложенной силе; в) электрическая инерция — электрический ток в цепи, включающей индуктивную нагрузку, не достигнет постоянного значения до тех

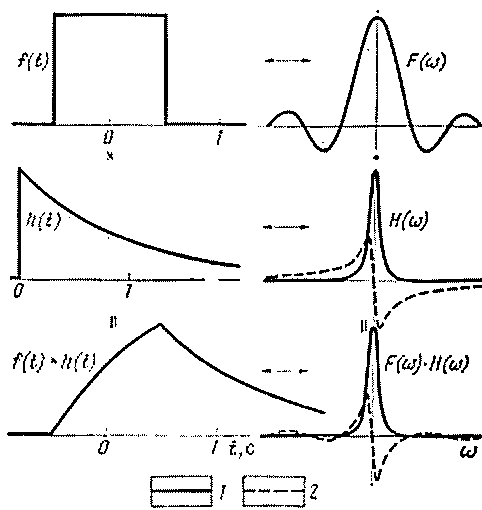


Рис. 59. Аналоговое инерционное сглаживание прямоугольной временной функции.

Для небольшой постоянной времени ($1/a$) воздействие на результирующие записи и их спектры будет уменьшаться (см. рис. 20).

1 — действительная часть; 2 — мнимая

пор, пока увеличивается индуктивность магнитного поля. В этих и многих других случаях экспоненциальная сглаживающая функция соответствует времени действия процесса. Временной интервал, на котором аппаратурная характеристика уменьшается на $1/e$ называется постоянной времени системы.

Так как частотная характеристика (см. пример 23, табл. 5) максимальна для $\omega = 0$, то этот вид сглаживания также соответствует низкочастотной фильтрации. Но поскольку сглаживающая функция нечетная, то имеется фазовый сдвиг. Так как сдвиг по фазе зависит от частоты, то вносится фазовое искажение, совершенно изменяющее форму сигнала. На рис. 59 показан пример такого сглаживания, в случае когда $f(t)$ является прямоугольной функцией.

Обзор сделан в [579]. В [467] рассматривается изучение радиоактивности Земли при наблюдениях с самолета, а в [1479] приводится метод изучения фазовых характеристик приборов, регистрирующих приливные движения. Амплитудная характеристика такого фильтра является частным случаем группы фильтров, называемых фильтрами Баттерворта [546].

6.3.2. ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ — ВЫРАВНИВАНИЕ АМПЛИТУД СПЕКТРАЛЬНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ

Случай 5 (см. табл. 31). Текущая разность является другим типом сглаживания, которое может использоваться для подавления более длинных периодов во временных последовательностях $f(t)$. Частотная характеристика, полученная для непрерывной кривой $f(t)$ с помощью прямого преобразования Фурье, имеет минимум, равный $1 - a$ для $\omega = 0$, а с увеличением ω увеличивается. Это соответствует высокочастотной фильтрации и поэтому подходит для удаления тренда в наблюдаемых последовательностях перед дальнейшим анализом (см. раздел 4.2.4). Кроме того, поскольку процедура сглаживания нечетная, то имеется фазовый сдвиг, равный $\pi/2$ для $\omega = 0$.

Случай 6. То же самое, что и в случае 5, но $a = 1$. В этом случае формулы упрощаются, а основные свойства (высокочастотная фильтрация и фазовый сдвиг) сохраняются.

Подставляя вместо t в случае 5 $t + \Delta t/2$, заменяем эту операцию на разность

$$f\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) - f\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right),$$

которая симметрична относительно $f(t)$. Используя теорему о временном сдвиге (см. раздел 2.3.4), легко определить ее свойства. Это можно распространить на случай более двух членов [83].

Случай 6 аналогичен вычислению производной по времени, которая, как мы видели в разделе 2.3.6, соответствует высокочастотной фильтрации. Случаи 5 и 6 являются эффективными методами выравнивания амплитуд спектральных составляющих, т. е. методами, дающими более надежные спектры [1453]. Выравнивание амплитуд спектральных составляющих производится при резком изменении амплитуд спектра, с целью ослабления влияния побочных экстремумов и получения более однородного спектра. Тогда истинный спектр получается путем компенсации выравниваемых амплитуд спектральных составляющих с помощью деления амплитудного спектра на амплитудную характеристику приведенную в табл. 31 (или деления энергетического спектра на квадрат амплитудной характеристики).

В геофизической литературе содержится множество примеров выравнивания амплитуд спектральных составляющих, и нет необходимости их перечислять. Достаточно упомянуть работы [262, 470, 1513], где выравнивание применяется к записям угломера, процессам Маркова (см. рис. 21), представленных интенсивностью снегопадов, и амплитудам спектральных составляющих электро-разведочных и гравиметрических данных.

Важность выравнивания амплитуд спектральных составляющих перед вычислением геофизических спектров в большой сте-

пени снижается вследствие того, что большинство спектров характеризуется значительным уменьшением энергии или амплитуды с ростом частоты (см. раздел 9.3.3.). Энергия $E(\omega)$, изменяющаяся с частотой ω как ω^γ , где $\gamma < 0$, становится бесконечно большой для ω , близкой к 0, и очень большой на низких частотах.

Как подчеркивается в [646], это приводит к утечке низкочастотной энергии через побочные максимумы изучаемых спектров (рис. 60). Чтобы избежать таких искажений, необходимо выравнивать амплитуды спектральных составляющих, особенно в случае, если регистрирующая аппаратура не имеет фильтров высокой частоты для подавления эффекта $E(\omega) \approx \omega^\gamma$. В [646] приводится способ, упрощающий метод вычисления экспоненциальных спектров.

У читателя может создаться впечатление, что операции снятия тренда (см. раздел 4.2.4) и выравнивания амплитуд спектральных составляющих тесно связаны, почти идентичны, и обе заключаются в определенных преобразованиях данной записи перед вычислением ее спектра. Важно различать эти два процесса.

1. Снятие тренда означает подавление некоторых нежелательных упорядоченных смещений при наблюдениях, обычно естественного или аппаратурного происхождения, или вносимых в процессе анализа.

Тренд-эффекты не восстанавливаются после вычисления спектра. С другой стороны, выравнивание амплитуд спектральных составляющих означает подавление некоторых доминирующих спектральных составляющих до вычисления спектра, так как они искажают спектр вследствие воздействия побочных максимумов. Дальнейшее выравнивание амплитуд спектральных составляющих восстанавливает временно подавленные частоты.

2. Снятие тренда должно быть полным для уничтожения всех нежелательных составляющих. Поэтому снятие тренда требуется даже для небольшого дрейфа. Выравнивание амплитуд спектральных составляющих, напротив, не должно быть полным, так как частичного выравнивания вполне достаточно для подавления низких частот с целью избавления от искажений, вносимых ими в спектр. Поэтому выравнивание амплитуд спектральных составляющих может быть ограничено тем, что подавляются только составляющие наиболее сильного влияния.

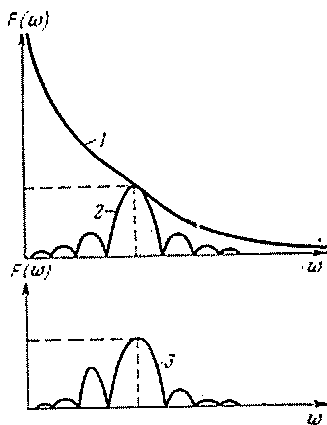


Рис. 60. Экспоненциальный спектр (1) и отклик фильтра (2) и искажение получаемого спектра побочными максимумами из-за низкочастотной утечки (3) [646]

3. Тренд обычно снимается с помощью оператора, который должен быть определен из самих наблюдений, так как направление упорядоченного смещения вообще точно не известно до обработки. Выравнивание амплитуд спектральных составляющих, напротив, обычно выполняется по заданному алгоритму, основанному на некотором знании анализируемого явления. Оператор выравнивания амплитуд спектральных составляющих выполняет обратное действие в частотной области.

4. Следовательно, снятие тренда и выравнивание амплитуд спектральных составляющих могут быть включены вместе в один вычислительный процесс, только действие их разделено.

Поскольку снятие тренда возможно до вычисления спектра (в отличие от выравнивания), большую роль играет правильность выполнения этой операции. В противном случае в вычисленный спектр могут быть внесены искажения.

6.3.3. КАСКАДНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

Часто для временных функций $f(t)$ выгодно применять несколько последовательных операций фильтрации. Тогда различные операции могут быть тождественны (т. е. повторится одна и та же операция) и возможна комбинация двух различных операций или более. Такая последовательность операций соответствует повторяющимся сверткам во временной области или умножению соответствующих частотных характеристик в частотной области. Поскольку операция свертки является коммутативной, ясно, что порядок выполнения различных видов сглаживания данной временной последовательности $f(t)$ несуществен.

Как пример повторяющегося действия одинаковых сглаживающих функций можно взять текущее среднее из N последовательных значений. Выполняя это действие M раз и используя выражение для дискретных временных последовательностей, получаем частотную характеристику, перемножая (32) M раз:

$$H(\omega) = [(\sin N\omega \Delta t/2) / (N \sin \omega \Delta t/2)]^M. \quad (36)$$

Результат аналогичен многократной низкочастотной фильтрации.

Выбранная комбинация низкочастотной и высокочастотной фильтрации, как сочетание случаев 1 и 6 (см. табл. 31), приводит к прохождению промежуточных частот, т. е. к полосовой фильтрации. Если одна из составляющих операции является нечетной функцией t , появляется фазовый сдвиг. Естественно, можно уничтожить внесенный фазовый сдвиг с помощью дальнейшего сглаживания.

Часто необходимо наблюдаемую последовательность подвергнуть воздействию ряда операций фильтрации для выделения одного определенного явления при дальнейшем изучении. Как один из примеров можно упомянуть изучение приливных движе-

ний по измерениям океанических течений [543]. Можно продемонстрировать эти действия в краткой и схематичной форме. Данная запись состоит из трех компонентов

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) + f_3(t), \quad (37)$$

где $f_1(t)$ — эффекты турбулентности (высокая частота); $f_2(t)$ — постоянный поток (низкая частота); $f_3(t)$ — приливные движения (суточные и полусуточные).

Тогда последовательность операций фильтрации в схематичной форме запишется так.

1. Подавление $f_1(t)$ с помощью низкочастотной фильтрации (в [543] применяется 3 раза фильтр случая 1 из табл. 31), которая приводит к новой последовательности

$$\begin{aligned} \bar{f}(t) &= f(t) - f_1(t) = \\ &= f_2(t) + f_3(t). \end{aligned} \quad (38)$$

2. Подавление $f_3(t)$ с помощью другой низкочастотной фильтрации (снова фильтр случая 1 из табл. 31):

$$\bar{\bar{f}}(t) = f(t) - f_1(t) - f_3(t) = f_2(t). \quad (39)$$

3. Вычитание (39) из (38) окончательно оставляет компоненту приливных движений для дальнейшего анализа:

$$\bar{f}(t) - \bar{\bar{f}}(t) = f_3(t). \quad (40)$$

Эти процедуры показаны на рис. 61.

6.3.4. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

При выполнении процедур фильтрации требуется большое внимание. Особенно хорошо нужно представлять себе, какое действие в частотной области будет оказывать процедура, выбранная во временной области. Другими словами, нужно ясно представлять форму амплитудной характеристики или передаточную функцию (см. табл. 31). Если амплитудная характеристика имеет резко выраженный максимум на некоторой частоте, он выносятся в результирующий спектр как ложный. При интерпретации спектров такие эффекты должны обязательно приниматься в расчет. В [402] рассматривается интересный пример из геомагнетизма, где подобное явление рассматривается как эффект Слутского.

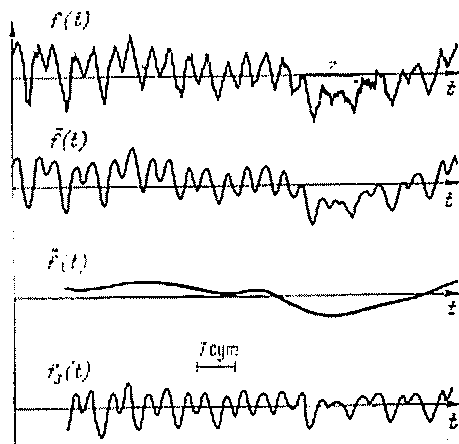


Рис. 61. Последовательная фильтрация записей океанического приливного движения

Сопоставляя значения функций в табл. 31 для различных частот, читатель может легко убедиться, что большинство фильтров не очень эффективны, так как они не дают достаточно четкого разделения низких и высоких частот. Другими словами, они далеки от идеальных фильтров. Много усилий вложено в разработку более эффективных фильтров созданием новых функций $|H(\omega)|$ с помощью умножения на особые коэффициенты, зависящие от частоты. Также и в других направлениях [20] ведутся интенсивные поиски.

Иногда необходимо вывести специальные формулы для фильтрации, приспособленные к частной задаче, с целью подавления нежелательных эффектов без значительного воздействия на полезные сигналы. В [158] приведен пример из метеорологии, где рассматриваются наблюдения с аэростата за направлением ветра. Колебания аэростата вносят ложные высокочастотные эффекты в энергетический спектр ветра. Наилучший способ подавления этих эффектов заключается в разложении данных наблюдений в ряд Фурье и срезании его на определенной частоте (0,05—0,15 Гц). После этого полученная последовательность подвергается спектральному анализу. Можно сравнить несколько связанных, хотя и различных процедур из раздела 4.2.4.

Совершенно ясно, что, применяя частотную характеристику фильтра (см. табл. 31) к вычисленному спектру, можно компенсировать любую фильтрацию, осуществленную на записанных данных. Для этой цели делят амплитуды вычисленного спектра на амплитудную характеристику, а фазовую характеристику вычитают из фаз вычисленного спектра. Это делается при компенсации выравнивания амплитуд спектральных составляющих, но, естественно, эта процедура, если нужно, находит более широкое применение.

Спектр $F(\omega)$ может также подвергаться воздействию сглаживания, обычно соответствующего случаям 1 и 2 из табл. 31. Сглаживание заключается в подавлении интенсивных составляющих спектра, вносимых при использовании прямоугольной функции в преобразованиях (см. главу 4). Будучи сверткой в частотной области, во временной области это сглаживание соответствует умножению.

6.4. ДВУМЕРНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

До сих пор наши рассуждения ограничивались одномерной (временной) фильтрацией, но их можно применить к одномерной пространственной и двумерной фильтрациям. Мы рассмотрим два наиболее важных случая двумерной фильтрации.

6.4.1. ЧАСТОТНО-ВОЛНОЧИСЛОВАЯ ИЛИ СКОРОСТНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

Этот метод основан на различии кажущихся скоростей разделяемых волновых составляющих. Он фигурирует также под названием **верной фильтрации** или **фильтра-**

ции по кажущимся скоростям. Принцип скоростной фильтрации демонстрируется рис. 62, на котором показаны построения для линейной сейсмической группы на плоскости частоты и волнового числа. График ограничен положительными значениями ω и k и изображает полное разделение между скоростями сигнала и окружающих помех. В таком случае можно сделать фильтр с передаточной функцией

$$H(\omega, k) = \begin{cases} 1 & \text{для } \omega/V_1 < k < \omega/V_2, \\ 0 & \text{для всех других значений } k. \end{cases} \quad (41)$$

Это поможет эффективно отделять помеху от сигнала.

Для объемных волн пределами горизонтальной кажущейся скорости будут V_1 и V_2 , соответствующие определенным пределам расстояния Δ_1 и Δ_2 , которые могут быть получены из данных о времени пробега сейсмической волны. Для $V_1 > V_2$, как показано на рис. 62, мы имеем $\Delta_1 > \Delta_2$ для волн Р и РККР (по большой дуге), но $\Delta_1 < \Delta_2$ для волн РСР.

Предположим, что V_1 совпадает с осью ω . В этом случае значение V_1 равно бесконечности, которое соответствует вертикальному выходу луча. Различия в скоростях делает возможным разделение даже тесно следующих друг за другом фаз, таких как цуг фаз от ядра (волн РКР, PKS, SKP и т. д.) [590]. Для поверхностных волн скорости V на рис. 62 являются фазовыми. В этом случае скоростная фильтрация не зависит от расстояния. Таким образом, скоростная фильтрация предполагает пространственную фильтрацию для объемных, но не для поверхностных волн.

В других случаях интервалы скоростей (заштрихованные на рис. 62) могут частично перекрываться, и тогда даже скоростная фильтрация не дает полного разделения. С другой стороны, частотная фильтрация в случае, показанном на рис. 62, даст небольшой эффект, так как частотные интервалы перекрываются в значительной степени.

Скоростная фильтрация требует определения волнового числа. Таким образом, нужна линейная или площадная группа сейсмодатчиков. Разница во времени прихода волны к различным точкам приема основана на различии волн по типу (например, сигнал по сравнению с помехой) или, для данной волны на основе различия углов выхода лучей. Последний случай играет большую роль в сейсморазведке. Читатель может более детально ознакомиться со скоростной фильтрацией в работах [485, 499, 1203, 57].

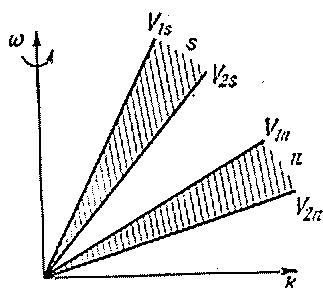


Рис. 62. Принцип скоростной фильтрации.
s — сигнал; n — помеха

В частотно-волночисловой области можно без труда применять другие передаточные функции, характеризующие фильтрующие свойства системы, отличные от рассмотренной на рис. 62. Некоторые случаи приведены на рис. 63. Например, в [1520] рассчитаны фильтры с ограниченными скоростными и частотными интервалами (рис. 63, *д*). На рис. 63 показаны только наиболее простые схемы фильтрации. Например, ни одна из них не будет эффективна при фильтрации особого вида дисперсных волн (поверх-

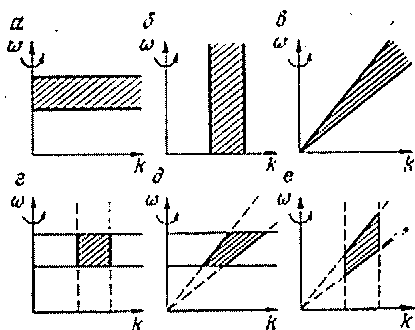


Рис. 63. Различные виды фильтрации в частотно-волночисловой области. Фильтрация: *a* — частотная; *b* — волночисловая; *c* — скоростная; *д* — частотно-волночисловая; *e* — частотно-скоростная; *е* — по скорости и волновому числу. Каждый из приведенных видов фильтрации может осуществляться вместе с направленной фильтрацией

ностных волн). В этом случае нужны особые фильтры, которые подходят для соответствующих кривых дисперсии, размещенных на частотно-волночисловой диаграмме [873].

6.4.2. ВОЛНОЧИСЛОВАЯ ИЛИ ДВУМЕРНАЯ ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

Двумерная пространственная фильтрация имеет особое значение для различных видов потенциальных полей (гравиметрических, геомагнитных) [424], в сейсмологии (обработка площадных наблюдений), в структурной геологии (выделение линейных структур определенного простирания). Приведем данные из работы [528], но с обозначениями, которые приняты в этой книге.

При входной функции $f(x, y)$ и импульсной характеристике $h(x, y)$ для двух пространственных координат x, y выходная функция

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x - \xi, y - \eta) h(\xi, \eta) d\xi d\eta = \int_{-x}^x \int_{-y}^y f(x - \xi, y - \eta) h(\xi, \eta) d\xi d\eta, \quad (42)$$

если $h(x, y) = 0$ для $\begin{cases} |x| \geq X \\ |y| \geq Y. \end{cases}$

Соответствующее уравнение в волновой области будет следующим:

$$G(k_x, k_y) = F(k_x, k_y) H(k_x, k_y),$$

где

$$\begin{aligned} H(k_x, k_y) &= \int_{-X}^X \int_{-Y}^Y h(x, y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy = \\ &= 4 \int_0^X \int_0^Y h(x, y) \cos k_x x \cos k_y y dx dy \end{aligned} \quad (43)$$

для $h(x, y)$, одинаковой по x и y .

Обратное преобразование $H(k_x, k_y)$ дает

$$h(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-k_{0x}}^{k_{0x}} \int_{-k_{0y}}^{k_{0y}} H(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y, \quad (44)$$

если $H(k_x, k_y) = 0$ для $\begin{cases} |k_x| \geq k_{0x} \\ |k_y| \geq k_{0y} \end{cases}$, где k_{0x} и k_{0y} являются граничными значениями волнового числа, равными волновому числу Найквиста. Заметим, что в двумерном или многомерном моделировании выбранный интервал может отличаться вдоль разных координатных осей. Следовательно, соответствующая частота Найквиста или волновое число Найквиста не одинаковы по разным осям.

Эти формулы выведены для непрерывных функций $f(x, y)$ и $H(k_x, k_y)$. Соответствующие выражения для дискретных данных имеют следующий вид (m, n, l и j являются целыми числами):

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \\ &= \sum_{m=-X/\Delta x}^{X/\Delta x} \sum_{n=-Y/\Delta y}^{Y/\Delta y} f(x - m \Delta x, y - n \Delta y) h(m \Delta x, n \Delta y) \Delta x \Delta y = \\ &= \sum_{m=-X}^X \sum_{n=-Y}^Y f(x - m, y - n) h(m, n). \end{aligned} \quad (45)$$

Полагая $\Delta x = \Delta y = 1$,

$$H(k_x, k_y) = 4 \sum_{m=0}^X \sum_{n=0}^Y h(m, n) \cos k_x m \cos k_y n \quad (46)$$

и

$$\begin{aligned} h(m, n) &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{l=0}^{0,5/\Delta k_x} \sum_{j=0}^{0,5/\Delta k_y} H(l \Delta k_x, j \Delta k_y) \cos(l \Delta k_x m) \times \\ &\times \cos(j \Delta k_y n) \Delta k_x \Delta k_y. \end{aligned} \quad (47)$$

Эта процедура применяется по следующей схеме: 1) вначале выбирается функция $H(k_x, k_y)$, которая удовлетворяет требованиям для разделения по волновым числам; 2) вычисляются $h(m, n)$ по (47); 3) производят операцию свертки $h(m, n)$ с данной $f(x,$

$y)$ (45), после чего получают искомую выходную функцию $g(x, y)$.

Формулы для $H(k_x, k_y)$ не используются в этой схеме, они должны применяться, когда вначале выбирается форма функции $h(x, y)$.

Очевидно, можно выполнить любую операцию, зависящую от волнового числа, по приведенной схеме. Это наводит на мысль о совместном решении ряда задач.

В [528] приводятся аналогичные рассуждения. Обработка производится таким образом, что выбор $H(k_x, k_y)$ позволяет разделить составляющие потенциальных полей и произвести аналитическое продолжение этих полей на другие уровни, что аналогично фильтрации (низкочастотной, высокочастотной, полосовой) в волночисловой области. То же самое дано в [977, 341, 406, 978]. Надо заметить, что продолжение потенциальных полей (гравиметрических, геомагнитных) вверх и вниз эквивалентно соответственно низкочастотной и высокочастотной фильтрациям [575]. Оптимальная фильтрация является частным случаем выделения желаемых эффектов (сигналов) и подавления других эффектов (помех). Она основывается на минимизации средней квадратической разности между требуемой и фактической функцией, получаемой на выходе. В [1286] приводится не математическое, но обширное и очень понятное описание методов двумерной фильтрации, применяемой для геомагнитных полей при археологических исследованиях.

Используя подходящие комбинации способов обработки, приведенные в разделах 6.4.1 и 6.4.2, эти рассуждения можно перенести на трехмерный случай: пространственно-временной x, y, t , частотно-волночисловой k_x, k_y, ω . Например, поворачивая систему координат вокруг оси ω на рис. 62 и 63, мы получаем трехмерный случай. В двумерном случае волночисловая ось либо указывает на направление подхода фронта волны, либо представляет только одну составляющую суммарного волнового числа. В трехмерном случае осями являются ω, k_x, k_y , что дает возможность добавить направление прихода фронта волны к трем параметрам фильтрации (скорость, частота, волновое число). Это увеличит на 2 число вариантов на рис. 63, и формально для любой из этих передаточных функций может быть записано выражение, аналогичное [41].

Трехмерные ω, k_x, k_y диаграммы имеют широкое применение при обработке площадных данных. Простейшей процедурой, применяемой при обработке различных площадных данных, является суммирование записи с целью увеличения соотношения сигнал/помеха (для выделения слабых вступлений) с возможно меньшим искажением сигнала.

По мере увеличения искусственных искажений, вносимых при суммировании, можно выделить следующие методы суммирования (см. раздел 2.5.4):

- 1) прямое суммирование;
- 2) метод суммирования с задержкой (формирование луча);

3) метод суммирования с весовой задержкой;

4) метод суммирования с фильтрацией (фильтрации максимального правдоподобия и фильтрации Винера).

Фильтрация (пункт 4) может значительно ослабить эффекты от побочных максимумов. О трехмерной фильтрации написано в [21, 14 и др.]. Эта литература не содержит особых трудностей и новых принципов. В [588] приведен другой пример, включающий фильтрацию на сферической поверхности.

6.5. ФИЛЬТРАЦИЯ И ВЫРАВНИВАНИЕ В ГЕОФИЗИКЕ

6.5.1. КАСКАДНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ И ВЫРАВНИВАНИЕ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ

Используя свойства фильтров, приведенные в табл. 27, особенно линейность и стационарность, мы могли бы довести количество последовательных фильтров до любого числа и перейти от схемы на рис. 52 к схеме на рис. 64. Согласно коммутативному закону для операции свертки (во временной области) или для умножения (в частотной области) допускается использовать свойства фильтров в любом порядке.

Соотношение на рис. 64. для частотной области

$$S(\omega)H_1(\omega)H_2(\omega)\dots H_n(\omega) = X(\omega) \quad (48)$$

можно разбить на две части, т. е. амплитудный спектр

$$|S(\omega)| |H_1(\omega)| |H_2(\omega)| \dots |H_n(\omega)| = |X(\omega)| \quad (49)$$

и фазовый спектр

$$\Phi_S(\omega) \pm \Phi_{H_1}(\omega) \pm \Phi_{H_2}(\omega) \pm \dots \pm \Phi_{H_n}(\omega) \pm 2m\pi = \Phi_X(\omega), \quad (50)$$

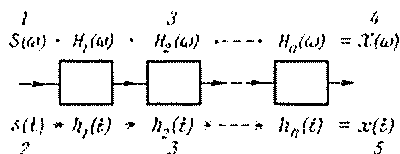
$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Соответствующее уравнение для энергии получается непосредственно возведением в квадрат (49), откуда

$$|H_1(\omega)|^2 |H_2(\omega)|^2 \dots |H_n(\omega)|^2$$

— суммарная переходная функция. Впоследствии мы ограничимся рассмотрением амплитудных и фазовых спектров. Рассуж-

Рис. 64. Схема каскадного фильтра.
1 — вход; 2 — источник; 3 — фильтры;
4 — выход; 5 — приемник



дения для энергии полностью аналогичны рассуждениям для амплитуды, только все уравнения возводятся в квадрат.

Обычно для непосредственной оценки подходит только выходной спектр $X(\omega)$ после спектрализации записи $x(t)$, несмотря на то, что функции, составляющие $X(\omega)$ согласно (48), т. е. спектр источника $S(\omega)$ и свойства среды $H_1(\omega)$, $H_2(\omega)$, ..., $H_n(\omega)$,

неизвестны. Уравнение (48) в краткой форме выражает возможности спектроскопии вообще, и в геофизике в частности, т. е. зависимость наблюдаемых явлений от ряда факторов является в одно и то же время и сильной, и слабой стороной спектрального анализа. Слабой стороной является то, что посредством отдельного наблюдения $X(\omega)$ невозможно сделать вывод об источнике или свойствах среды из-за неоднозначности такого истолкования. С другой стороны, сила метода заключается в том, что с помощью комбинации нескольких факторов можно выделить один из них в левой части (48). Поэтому применение спектрального метода в этом направлении предпочтительнее других методов. Из-за суммарного воздействия всех факторов на $X(\omega)$ (48) в спектральном методе используется сравнение измерений, сделанных при одинаковых условиях. При этом, очевидно, предпочтительнее случай, когда лишь один из сомножителей меняется со временем. Эта процедура носит название *коррекции частотных искажений*, которую несложно объяснить. Предположим, что есть два наблюдения I и II (обозначенные верхними индексами). Тогда отношение амплитуд и разность фаз, как следует из (49) и (50):

$$\frac{|X^I|}{|X^{II}|} = \frac{|S^I| \cdot |H_1^I| \cdot |H_2^I| \cdot \dots \cdot |H_n^I|}{|S^{II}| \cdot |H_1^{II}| \cdot |H_2^{II}| \cdot \dots \cdot |H_n^{II}|}, \quad (51)$$

$$\Phi_X^I - \Phi_X^{II} = \Phi_S^I - \Phi_S^{II} + \Phi_{H_1}^I - \Phi_{H_1}^{II} + \Phi_{H_2}^I - \Phi_{H_2}^{II} + \dots + \Phi_{H_n}^I - \Phi_{H_n}^{II} + 2m\pi.$$

Эти выражения представлены в неудобной форме, но если мы берем наблюдения I и II такими, что $S^I = S^{II}$, $H_1^I = H_1^{II}$, так же как и остальные функции H , за исключением $H_2^I \neq H_2^{II}$, тогда формулы упрощаются:

$$\frac{|X^I|}{|X^{II}|} = \frac{|H_2^I|}{|H_2^{II}|}, \quad (52)$$

$$\Phi_X^I - \Phi_X^{II} = \Phi_{H_2}^I - \Phi_{H_2}^{II} + 2m\pi.$$

Эти уравнения дают относительную информацию о H_2^I и H_2^{II} . Если одну из этих функций определить каким-либо другим способом, то можно получить абсолютную информацию о другой.

В большинстве геофизических процедур невозможно получить такую полную коррекцию частотных искажений, которая схематически изображена выше, где все факторы, исключая один, равны. В случае когда коррекция частотных искажений неполная, важную роль при отсутствии другой информации играет то, что один из сомножителей может значительно отличаться от остальных, и тогда остальные сомножители принимаются приблизительно равными.

Функции $x(t)$ и $s(t)$ могут представлять любую физическую величину. Пусть в формуле для свертки $x(t)$ и $s(t)$ будут представлять перемещение:

$$x(t) = S(t) * h_1(t) * h_2(t) * \dots * h_n(t). \quad (53)$$

Тогда, применяя теорему о дифференцировании свертки (см. раздел 3.2.3), мы найдем для скоростей

$$x'(t) = s'(t) * h_1(t) * h_2(t) * \dots * h_n(t) \quad (54)$$

и для ускорений

$$x''(t) = s''(t) * h_1(t) * h_2(t) * \dots * h_n(t). \quad (55)$$

Соответствующие формулы имеют силу в частотной области.

6.5.2. КАСКАДНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ И КОРРЕКЦИЯ ЧАСТОТНЫХ ИСКАЖЕНИЙ В ГЕОФИЗИКЕ

Идеи, заложенные в разделе 6.5.1, непосредственно применяются для каждого наблюдения в геофизике. Практически мы никогда не ведем наблюдения прямо у источника, а на некотором расстоянии с помощью того или иного прибора. Рассмотрим действие фильтрации на пути распространения сейсмических волн от источника (землетрясение, взрыв) до их записи.

Факторы, воздействующие на сейсмическую волну и на ее запись, можно разделить на три основных группы:

1. Свойства источника, соответствующие $S(\omega)$ в (48). Они включают временную и пространственную функции источника, размер, механизм взаимодействия, свойства среды, поле механических напряжений, реверберацию в области источника и др.

2. Свойства пути распространения волны, соответствующие $H_1(\omega)$, $H_2(\omega)$... в (48). Они включают поглощение и рассеяние, отражение, преломление и дифракцию, дисперсию, наложение и геометрическое расхождение.

3. Свойства приемника, соответствующие $H(\omega)$ в (48), включают реверберацию, взаимодействия сигнала и помехи, резонансные эффекты в области приемника и фильтрующие эффекты.

Исходя из этой системы, мы применим общее уравнение (48), которое для объемных волн выглядит следующим образом:

$$X(\omega, r) = S(\omega) B(\theta) C_s(\omega) M(\omega, r) G(r) C_r(\omega, r) I(\omega), \quad (56)$$

а для поверхностных волн

$$X(\omega, r) = S(\omega) B(\theta) C(\omega, r) G(r) I(\omega), \quad (57)$$

где $X(\omega, r)$ — спектр, принимаемый на расстоянии; $S(\omega)$ — спектр излучаемый, соответствующий временной функции источника; $B(\theta)$ — пространственная функция источника; $C_s(\omega)$ — воздействие на спектр в области источника; $M(\omega, r)$ — влияние на спектр покрывающей толщи; $G(r)$ — геометрическое расхождение; $C_r(\omega, r)$ — составляющая спектра в области приема;

$C(\omega, r)$ — компоненты спектра поверхностных волн в области источника и в верхней части покрывающей толщи; $I(\omega)$ — характеристика аппаратуры.

Как и в общем случае, можно разделить (56) и (57) на амплитудную и фазовую части. Например, из (56) мы непосредственно записываем:

$$|X(\omega, r)| = |S(\omega)| |B(t)| |C_s(\omega)| |M(\omega, r)| |G(r)| |C_r(\omega, r)| |I(\omega)|, \quad (58)$$

$$\Phi_X = \Phi_S + \Phi_P + \Phi_T + 2m\pi,$$

где Φ_S и Φ_P — соответственно воздействие от источника и влияние пути распространения волн.

Уравнения в таком общем виде составляют основу для любого последующего действия над геофизическими данными. Для иллюстрации рассмотрим коррекцию частотных искажений спектров поверхностных волн, наблюдаемых при землетрясении на разных расстояниях r_1 и r_2 по одному азимуту. Амплитудная коррекция из (57) приводит к следующему уравнению:

$$\frac{|X(\omega, r_2)|}{|X(\omega, r_1)|} = \frac{|C(\omega, r_2)|}{|C(\omega, r_1)|} \frac{G(r_2)}{G(r_1)}, \quad (59)$$

считая на обоих расстояниях аппаратурные характеристики одинаковыми. Фазовая коррекция

$$\Phi_{X_2} - \Phi_{X_1} = \Phi_{C_2} - \Phi_{C_1} + 2m\pi. \quad (60)$$

Этот пример разбирается более подробно в разделах 7.2 и 7.4.

Другой вид коррекции частотных искажений подразумевает приведение спектра к эпицентру или к источнику. По отношению к поверхностным волнам (57) формально мы должны записать приведение $X(\omega, r)$ к источнику как

$$\frac{X(\omega, r)}{C(\omega, r)G(r)I(\omega)} = S(\omega)B(t). \quad (61)$$

Его можно разделить на амплитудную и фазовую характеристики, дающие соответственно амплитуду и начальную фазу источника. Разделение полученного спектра $X(\omega, r)$ на один или несколько факторов фильтрации эквивалентно уничтожению действия фильтрации. Это равносильно выполнению в частотной области деконволюции или обратной фильтрации.

Амплитудная коррекция позволяет исследовать динамические характеристики, т. е. свойства, влияющие на амплитуду, а фазовая коррекция — кинематические свойства (фазовые и групповые скорости). Можно найти много случаев использования этих уравнений при решении различных задач в последующих главах. Сделанный здесь вывод касается распространения сейсмических волн, но совершенно аналогичные соотношения и процедуры коррекции частотных искажений выполняются и в других случаях. Поэтому коррекция частотных искажений является основным

методом при интерпретации геофизических спектров и выполнении условий линейности и стационарности (см. раздел 6.1.1).

Для высокой эффективности метода необходимо иметь надежную информацию о сомножителях, входящих в уравнение, не считая тех, которые фактически определяются. Учитывая, что в каждую задачу входит много сомножителей и что любая коррекция частотных искажений — довольно трудная задача, необходимо изучать пределы применения метода. Полное исследование всех сомножителей, входящих в уравнение как для объемных, так и для поверхностных волн, а также для их амплитудных и фазовых эффектов, охватывает практически всю сейсмологию. Здесь дано лишь краткое описание различных влияющих факторов. Для более детального ознакомления сошлемся на исследования, приведенные в [228, 821]. Как теоретические, так и экспериментальные спектры (моделирование спектров) имеют огромное значение для интерпретации спектров, полученных с помощью наблюдений в природе.

Множество геофизических явлений в большей или меньшей степени связаны между собой, и часто такие связи распространяются на твердую, жидкую и газообразную оболочки Земли. Тогда исследования касаются, главным образом, соотношений между причиной и следствием или, другими словами, между выходом и входом. Это наводит на мысль об операциях фильтрации. Поэтому выгодно вести обработку в частотной области вследствие простоты соотношения между входом и выходом:

$$G(\omega) = F(\omega) H(\omega)$$

(см. раздел 6.1.2).

Если измерены величины G и F , то можно вычислить величину $H(\omega)$. В геофизической литературе есть множество таких примеров [1031].

6.5.3. ЗАТУХАНИЕ И ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ РАСХОЖДЕНИЕ

Затухание в процессе прохождения волн в среде обуславливается ее упругими свойствами, частично рассеиванием на неоднородностях и другими эффектами. Суммарный эффект выражается коэффициентом добротности Q среды. Коэффициент затухания κ и добротности связаны между собой соотношением

$$\kappa = \pi/QTV. \quad (62)$$

Тогда затухание $e^{-\kappa r}$ можно записать как

$$e^{-\pi r/QTV}$$

или, по отношению к волне с определенной длиной, как $e^{-\pi/Q}$, справедливое только для нерассеянных волн. Так как характер рассеяния меняется вдоль пути распространения через недра

Земли, экспонента должна записываться в интегральной форме, т. е. получим для $M(\omega, r)$ следующее выражение:

$$M(\omega, r) = \exp \left[-\frac{\omega}{2} \int \frac{dr}{Q(\omega, r)V(r)} \right], \quad (63)$$

где интеграл берется по всему пути.

Для объемных и поверхностных волн выражение (63) не меняется. Для рассеянных цугов волн (поверхностные волны) скорость V должна быть групповой скоростью [290], так как энергия (пропорциональная квадрату амплитуды), а отсюда и амплитуда, рассматриваются с групповой, а не с фазовой скоростью [383, 859]. Методы исследования затухания с помощью значений спектров будут рассмотрены более детально в разделе 7.4.

Коэффициент затухания κ , использованный здесь, относится к амплитуде. Соответствующий коэффициент затухания для энергии равен 2κ , что равносильно возведено в квадрат уравнения (63).

Коэффициент $G = G(r) = G(\Delta)$ учитывает изменение амплитуды с расстоянием благодаря геометрическому расхождению сейсмических лучей (расширение фронта волны). Для объемных волн геометрическое расхождение или коэффициент дивергенции амплитуды можно вычислить по формуле

$$G = \frac{1}{r_0} \left| \frac{\rho_h V_h}{\rho_0 V_0} \frac{\sin i_h}{\sin \Delta \cos i_0} \frac{di_h}{d\Delta} \right|^{\frac{1}{2}}, \quad (64)$$

где величины с индексом h относятся к источнику (на глубине h), а величины с нижним индексом 0 — к станции приема. В [1311] приводится простой и достаточно точный метод вычисления G по данным таблицы времен пробега сейсмической волны с применением интерполяции кубической сплайн-функцией.

Для поверхностных волн мы должны считать расхождение через сферическую поверхность. Тогда выражение для амплитуды G упростится:

$$G = 1/(r_0 \sin \Delta)^{\frac{1}{2}}, \quad (65)$$

исключая область эпицентра и минного источника (антицентра) [294]. Горизонтальные неоднородности Земли могут скрывать чисто геометрическую форму функции G . Для энергии коэффициент геометрического расхождения G^2 получается воздействием в квадрат выражений (64) и (65).

Следует отметить, что затухание и геометрическое расхождение воздействуют только на амплитуду, а не на фазу. Кроме этого, затухание зависит от частоты, а геометрическое расхождение нет.

6.5.4. АППАРАТУРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА

Большинство приборов, используемых для записи геофизических явлений, имеют собственные амплитудные и фазовые характеристики, а следовательно, являются фильтром перед записью:

Сейсмограф является хорошим примером такого рода фильтров. При любом вычислении движения почвы необходимо точное знание аппаратных характеристик. Кривые спектров записи без аппаратной коррекции могут использоваться только для сравнения аппаратных записей с тождественными характеристиками или в случаях, когда амплитуды не представляют интереса, например, когда изучаются только максимумы и минимумы спектров.

Обозначив спектр почвы $X_0(\omega, r)$, равный произведению всех коэффициентов перед $I(\omega)$ в (56) и (57), получим

$$X(\omega, r) = X_0(\omega, r) I(\omega)$$

или для вычисления спектра почвы

$$X_0(\omega, r) = X(\omega, r)/I(\omega). \quad (66)$$

Это уравнение можно непосредственно разделить на амплитудную и фазовую части. Запись колебаний почвы во временной области $x_0(t, r)$ тогда может быть получена путем обратного преобразования $X_0(\omega, r)$. Очевидно, что деление $X(\omega, r)$ на $I(\omega)$ является обратной фильтрацией или деконволюцией в частотной области. Во временной области такая операция является символической [1209]:

$$x(t) * i^{-1}(t) = x_0(t) * i(t) * i^{-1}(t) = x_0(t) * \delta(t) = x_0(t). \quad (67)$$

Для сейсмографа с критическим затуханием $I(\omega)$ формула имеет вид

$$|I(\omega)| = \frac{g\omega^3}{(\omega_0^2 + \omega^2)(\omega_g^2 + \omega^2)}, \quad (68)$$

$$\Phi_I(\omega) = \frac{1}{\pi} \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{\omega_0}{\omega} + \operatorname{tg}^{-1} \frac{\omega_g}{\omega} \right) - \frac{1}{4},$$

где $\omega_0 = 2\pi/T_0$; $\omega_g = 2\pi/T_g$ (T_0 — период собственных колебаний сейсмографа); T_g — период собственных колебаний гальванометра; g — нормирующая постоянная, отвечающая за усиление отдельных приборов (рис. 65).

Существуют три основных способа определения $I(\omega)$ для электромагнитного сейсмографа.

1. Использование теоретических формул и необходимых констант (периоды собственных колебаний сейсмографов и гальванометров, коэффициент затухания, коэффициент электромеханической связи). Основным недостатком способа является то, что любая теория не может быть абсолютно точной (см. [726] применительно к акселерографам).

2. Применение испытаний на виброплатформе. Здесь не требуется каких-то особых свойств приборов, а применяются обычные синусоидальные колебания платформы. Кроме того, в вибрацион-

ных испытаниях должны приниматься в расчет ряд технических соображений.

3. Применение особых эталонных импульсов и их частотный анализ. Этот способ широко применяется и лишен трудностей, возникающих при использовании (1) и (2). Он также помогает без труда обеспечить ежедневный контроль в работе. Эталонные импульсы могут быть двух типов — в виде единичного импульса [952] или единичной ступени.

В настоящее время в аппаратуре часто используются эталонные импульсы. Эталонный импульс $f(t)$ с шагом смещения $u(t)$ будет:

$$f(t) = u(t) * i(t) \quad (69)$$

или в частотной области

$$F(\omega) = V(\omega) I(\omega).$$

Спектр эталонного импульса вместо соответствующего единичного импульсного смещения получается из соотношения $\delta(t) = u'(t)$ и вывода теоремы (см. раздел 2.3.6):

$$\begin{aligned} \delta(t) * i(t) &= u'(t) * i(t) \leftrightarrow \\ \leftrightarrow i\omega U(\omega) I(\omega) &= I(\omega). \quad (70) \end{aligned}$$

Таким образом, находим $I(\omega)$, поскольку преобразование $\delta(t)$ равно 1. Другими словами, использование дельта-функции равносильно применению входного спектра, равного 1, для всех частот. Функция на выходе отображает частотную характеристику аппаратуры $I(\omega)$ [489]. Мы предполагали, что $u(t)$ и $\delta(t)$ — смещения маятника, но для реальных эталонных импульсов

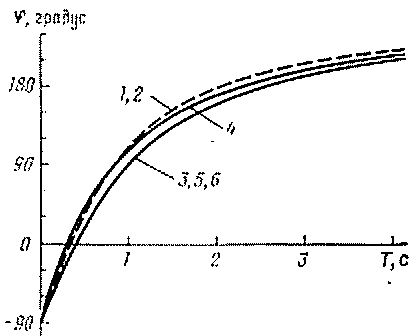
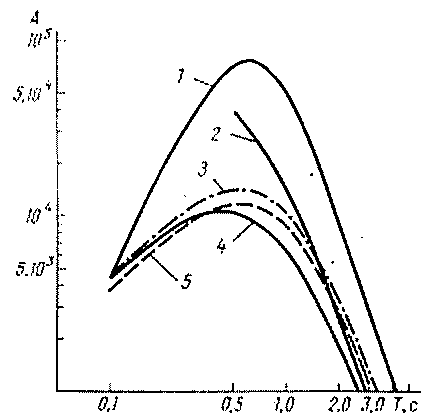


Рис. 65. Примеры амплитудных и фазовых характеристик короткопериодного вертикального сейсмографа.

1 — Умеа; 2 — Упсала; 3 — Кируна; 4 — Гётеборг; 5 — Скальстуган; 6 — Карлскруна; T — период; A — амплитуда усиления; φ — фазовый сдвиг (кривые 1, 2 получены по данным Бейшофа, кривые 3—6 по данным Гревета [646])

они вместо сил влияют на маятник, т. е. $u(t)$ и $\delta(t)$ пропорциональны у с к о р е н и ю. Это приведет к соответствующим изменениям, результаты которых сведены в табл. 32. Это означает, что для получения $I(\omega)$ нужно умножить спектр эталонного импульса на $(i\omega)^3$, если использовалась единичная ступень $u(t)$, или на $(i\omega)^2$, если использовался единичный импульс $\delta(t)$. Иначе ампли-

туды умножаются соответственно на ω^3 или на ω^2 , а фазы смещаются соответственно на $3\pi/2$ или π .

Из различных систем, которые сейсмическая волна проходит перед тем как она подвергнется изучению, наибольшую неопределенность представляет ослабление, характеризующееся Q , а наибольшее искажение вносит прибор, характеризующийся I . Пос-

Т а б л и ц а 32

Спектр $F(\omega)$ эталонного импульса при различных условиях

Входной эталонный импульс	Смещение	Сила
$u(t)$	$U(\omega) I(\omega)$	$\frac{1}{(i\omega)^2} U(\omega) I(\omega)$
$\delta(t)$	$I(\omega)$	$\frac{1}{i\omega} U(\omega) I(\omega)$

ледний нужно рассмотреть более внимательно не только потому, что он представляет собой лишь систему, с помощью которой оператор влияет на последовательность явлений в отличие от других систем, где эта последовательность полностью контролируется природой. А также потому, что в результате воздействия этой системы на входной спектр в нем может возникнуть множество значительных искажений. В частности, это относится к случаю использования сейсмографов с узкой, а также, хотя и в меньшей степени, с широкой полосами пропускания. Так как короткопериодные сейсмографы с узкополосной характеристикой очень часто используются в сейсмической спектроскопии, важно представлять себе искажения, вносимые в получаемые спектры.

На оборудованных сейсмических станциях есть ряд приборов с частично перекрывающимися характеристиками чувствительности. Однако их последовательное соединение не дает сравнимые спектры. Обычно это обусловливается неопределенностями кривых чувствительности вдали от их экстремумов. Согласно экспериментам [66] желательно использовать аппаратуру, начиная с периодов колебаний 0,1 от их максимальной величины [845], и создавать более широкие спектральные области с помощью комбинаций последовательно соединенных приборов с разными характеристиками чувствительности.

Большинство геофизических спектров охватывают широкую частотную или волночисловую область. Но невозможно охватить всю область с помощью одной наблюдаемой последовательности или одного прибора. Следовательно, нужно получать отдельные части спектров с помощью различной аппаратуры, т. е. спектры в виде «лоскутков», соединенных вместе. Тогда важно знать сте-

ность однородности полученных спектров, принимая во внимание, что они содержат различные совокупности наблюдений и получены с помощью разных приборов. Влияние различных приборов и разной технологии измерений нужно учитывать даже для перекрывающихся частей спектров.

Условно порядок применения весовой функции и аппаратурной характеристики можно осуществить двумя способами:

способ 1

$$[x(t)w(t)] * i^{-1}(t) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi} [X(\omega) + W(\omega)] I^{-1}(\omega),$$

способ 2

$$[x(t) * i^{-1}(t)] w(t) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi} [X(\omega) I^{-1}(\omega)] * W(\omega). \quad (71)$$

Способ 1 является обычной процедурой, т. е. вначале получается весовая функция во временной области, затем — аппаратурная характеристика в частотной области. Однако можно доказать, что способ 2 является более точным, т. е. вначале получается аппаратурная характеристика, а после этого — весовая функция. Конечные результаты обоих способов, т. е. правые части соотношений, в общем случае не равны. В [849] показано, что различие этих способов может быть оценено при определенных обстоятельствах.

6.6. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ ПО ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ СПЕКТРОСКОПИИ

6.6.1. РАЗВИТИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Не вдаваясь в подробности, можно указать несколько этапов в развитии спектроскопии.

1. Гармонический анализ или разложение в ряд Фурье — наиболее широко и давно применяемый способ. Обзор исследований в этой области в применении к геофизике дается в [356, 387].

2. В [247] описываются использования энергетических спектров геофизических наблюдений. Эти спектры вычисляются с помощью косвенного метода (см. раздел 4.6.1).

3. Введение способа быстрого преобразования Фурье помогло усовершенствовать многие методы, особенно в отношении машинного времени и запоминающих устройств.

4. Более новые разработки (см. разделы 3.6.2 и 4.6.4) раздвинули горизонты геофизики. В пределах нескольких ближайших лет некоторые из них могут иметь огромное значение.

Сравним использование различных видов спектров в разных геофизических методах. Интересно заметить, что амплитудные спектры (а также спектры скорости и ускорения) используются преимущественно в сейсмологии. Тогда как в метеорологии, океано-

графии, гравиметрии и геомагнетизме преимущественно используются энергетические спектры. В частности, это результат влияния второго этапа в развитии спектроскопии, тогда как быстрое преобразование Фурье стало применяться раньше в сейсмологии, чем в других методах.

История спектроскопии очень хорошо отражена в геофизической литературе. Выбор метода зависит от вида решаемой задачи, а также в значительной степени от имеющихся в нашем распоряжении спектральных приемов и возможностей вычислительной техники. Например, в [500] рассмотрены наиболее общие связи Солнца с Землей и широкий круг всевозможных вариаций и их связь с Солнцем. Охвачены такие области науки, как астрофизика, геомагнетизм, метеорология, климатология, палеоклиматология, океанография и др. Характерной особенностью работы является то, что в ней использован гармонический анализ данных. Однако в работах [146, 280, 299, 1495] применены новейшие спектральные методы.

6.6.2. ПРЕИМУЩЕСТВА СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Основным преимуществом спектрального анализа в геофизике — так же как и в других областях науки, является то, что он позволяет оценить размеры величин (как во временной, так и в пространственной области) и их относительные значения. Ранее при анализе большинство данных рассматривалось вместе и при этом терялось представление о масштабах. Примером может служить сопоставление между полными коэффициентам корреляции, с одной стороны, и коэффициентами автокорреляции и взаимной корреляции, с другой. Взаимная корреляция и когерентность широко используются при изучении сходимости временных и пространственных последовательностей. Возможно, что эта технология может применяться при переходе к глобальным явлениям, представленным в виде сферических гармонических функций [661].

В геофизике часто определяют соотношения (регрессии) между наблюдаемыми последовательностями. Такие соотношения могут пригодиться для сравнения наблюдаемых и теоретических данных или для целей предсказания. Коэффициенты в уравнениях регрессии обычно определяются независимо от спектров. Однако использование спектров для таких вычислений имеет определенные преимущества над традиционными методами, особенно потому, что коэффициенты регрессии получаются как функции частоты (или волнового числа). Особую ценность представляет случай, когда отношение сигнал/помеха меняется с частотой; более того, любая операция, зависящая от частоты (фильтрация, аппаратные эффекты), может учитываться или исправляться в случае, когда результаты выражаются в форме частотной зависимости. Для детального ознакомления со спектральными методами определения коэффициентов регрессии читатель может обратиться к [558, 585, 797, 724].

Любая величина, которая может быть выражена как функция одной или нескольких переменных, может подвергаться спектральному анализу методом Фурье. Однако именно в случае нескольких переменных такой анализ имеет практическое значение, особенно когда независимой переменной является время. Большинство важных приложений Фурье-анализа в сейсмологии сводится к анализу видов сейсмических волн. Как мы видели, условия обработки в сейсмологии не являются легкими. Сила и слабость метода в одно и то же время заключаются в том, что мы наблюдаем совокупность всех воздействий. Например, мы не можем наблюдать изолированный источник спектра. Источник и путь распространения сигнала могут оказывать одинаковое влияние на наблюдаемый спектр. Именно поэтому сейсмологическая спектроскопия вносит максимальное число искажений на этапе анализа волн и их формы.

Обратим внимание на использование спектральных методов в других областях геофизики. Даже там, где используются одинаковые способы анализа, ситуации довольно сильно отличаются. Можно выделить две такие ситуации.

1. Во многих случаях нам не нужно проводить какой-либо коррекции частотных искажений для выделения различных эффектов. Например, спектр кривой изменения температуры со временем обычно рассматривается как окончательный результат. Естественно, его можно сравнить с другими похожими результатами, но обычно после этого не стремятся к подавлению различных факторов, влияющих на спектр. Другим примером является гармонический анализ флуктуаций уровня воды, особенно при исследовании приливно-отливных явлений. Полученные здесь спектры считаются окончательным результатом исследования. Подобные случаи часто встречаются в инженерной сейсмологии при исследовании колебаний зданий.

2. В некоторых приложениях спектрального анализа распространенным упрощением является то, что основные периоды (частоты) могут определяться самой природой задачи; этого обычно не встречается при анализе сейсмических волн. В виде примера можно привести кривую изменения температуры со временем для атмосферы. В этом случае основные значения периодов задаются по годовым измерениям температуры и по ежедневным изменениям температуры. К этой категории относится также измерение периодичности землетрясений.

6.6.3. ОБЛАСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СПЕКТРАЛЬНЫХ МЕТОДОВ В ГЕОФИЗИКЕ

В последние 10—20 лет спектральные методы проникли во все области геофизики. В последующих главах мы рассмотрим достижения спектральных методов в сейсмологии, океанографии, гравиметрии и геомагнетизме. В этих областях геофизики спектро-

скопия применяется наиболее широко и достигла самых больших успехов. Мы ограничимся обзором механических спектров для этих областей геофизики, за исключением электромагнитных спектров в ионосфере, которые не будут рассматриваться.

Кроме упомянутых выше областей геофизики, механические спектры находят применение, хотя и в меньшей степени, в других областях. Мы приведем лишь кратко области, где должно применяться разложение в ряд Фурье.

1. Вулканология: частично посредством спектрального анализа сейсмических записей вулканических микроземлетрясений (см. раздел 8.1.6), частично посредством спектрального анализа частот и волновых чисел данных гравиметрии и геомагнетизма, полученных над вулканами (см. главу 10).

2. Вариации широты или движение полюса [197, 1187, 1235], геологические структуры, складки и пр. [678, 1359], топография, в частности, групповые структуры [732], лунная топография [715], скорости метеоритов [796], вариации земной температуры [547].

3. Колебания ледовых щитов [864], скорость глубинного осадконакопления [797].

4. Гидрология [537, 1193, 1409, 1561], свойства пористых сред [502, 1272].

Один из факторов, который может воздействовать на спектр, приводит к хорошо известному эффекту Доплера, т. е. в случае, когда есть относительное движение источника и приемника, что искажает наблюдаемые частоты [938]. Если наблюдается этот эффект, необходимо сделать за него поправку с целью получения истинного спектра. Можно привести несколько примеров из геофизики, имеющих отношение к эффекту Доплера:

1. Метеорология: наблюдения с помощью зонда с относительным движением источника и приемника; наблюдения с самолета за пространственным распределением ветра [60].

2. Океанография: измерение волн на движущемся корабле.

3. Геомагнетизм: движение относительно Солнца, влияющее на изучение магнитных бурь.

4. Сейсмология: поверхностные волны от движущегося источника (см. раздел 8.1.3); объемные волны от нарушений [55].

Кроме того, изменение периода и амплитуды может возникнуть в случае передвижения площадки, с которой ведется наблюдение. Например, в морских наблюдениях океанических поверхностных волн или данных гравиметрии. Если эти эффекты не будут подавлены, они будут влиять на каждый выведенный спектр, поэтому большие усилия прикладываются для усовершенствования аппаратуры и приемов обработки.

СПЕКТРАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ
СТРОЕНИЯ ЗЕМЛИ

Как показано в разделе 6.5.2, характеристики сейсмических волн зависят как от свойств источника, так и от строения среды, в которой эти волны распространяются. В спектре наблюдаемой волны содержатся оба фактора. Соответствующей обработкой данных можно эти два фактора разделить.

Структурные свойства разделим на две основные группы.

1. Кинематические свойства (слоистость, скорость и т. п.), определяемые по кинематическим измерениям и которые удобно разбить на три категории: кинематические свойства местного масштаба (изучение их основано на использовании объемных волн), кинематические свойства регионального масштаба (изучение их основано на использовании поверхностных волн) и кинематические свойства глобального масштаба (изучение их основано на использовании свободных колебаний Земли).

2. Динамические свойства (например, добротность Q), определяемые по динамическим измерениям (чаще всего по спектральным амплитудам).

Попытки решения перечисленных задач предпринимались уже на ранней стадии развития сейсмологии посредством измерений во временной области. Но спектральные методы, использующие частоту в качестве независимого параметра, обладают большими возможностями. Упомянутые явления зависят от частот, не от времени. Например, геологическое тело или слоистая среда благоприятствует одним частотам и подавляет другие посредством собственных свободных колебаний или реверберации. Затухание колебаний в среде, безусловно, зависит от частоты (табл. 33).

Рассмотрение использования спектральных методов в сейсмологии наиболее логично начать со знакомства со спектральным подходом к изучению внутреннего строения Земли, чему и посвящена данная глава, а затем перейти к спектральным методам изучения источников сейсмических волн. Причина такой последовательности знакомства с предметом состоит в том, что геологическое строение можно изучать, не располагая подробными сведениями об источнике, тогда как успех изучения свойств источника сейсмических волн во многом зависит от качества и количества структурных сведений.

Конечная цель исследований, перечисленных в табл. 33, — что-то узнать о строении Земли. Вообще говоря, используются

Структурные задачи, решаемые с помощью спектров

Тип среды	Явление	Используемые волны	Используемые спектры	Спектральные параметры
Слоистый (земная кора)	Ревверберация	Объемные	Амплитудные	Частота минимумов
	Интерференция	—	—	—
	Дисперсия	Поверхностные	Фазовые	Сдвиг фаз: фазовая скорость
	Поглощение	Объемные, поверхностные	Амплитудные	Отношение амплитуд: коэффициент поглощения
Сплошной (магния)	Дисперсия	Поверхностные	Фазовые	Сдвиг фаз: фазовая скорость
	Поглощение	Объемные, поверхностные	Амплитудные	Отношение амплитуд: коэффициент поглощения
Земля как целое	Свободные колебания	Поверхностные	Амплитудные	Частота максимумов
	Затухание	Объемные	Фазовые	Сдвиг фаз: кажущаяся скорость, расстояние до источника и азимут

два подхода: 1) непосредственное получение структурных сведений из наблюдаемых данных и 2) сравнение наблюдений с теоретически рассчитанными эффектами, причем последние основываются на определенных структурных предположениях.

В любом случае вопрос единственности интерпретации заслуживает большого внимания. Кроме того, знание геологического строения между станциями наблюдения и его влияния на спектры и записи позволяет более качественно сравнивать записи отдельных станций. Это особенно важно, когда строение среды между сравниваемыми приемниками изменяется, как, например, у некоторых действующих групп наблюдательных станций [1239].

7.1. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МЕСТНОГО МАСШТАБА (ОБЪЕМНЫЕ ВОЛНЫ)

7.1.1. СКОРОСТИ ОБЪЕМНЫХ ВОЛН

Чтобы получить хорошие результаты, необходимо провести сравнительное изучение двух точек наблюдения или более, так как данных по одиночной станции недостаточно. Это значит, что скорости определяются по разностям времен (фазовым сдвигам) между станциями, а затухание амплитуды — по отношениям амплитуд волн, регистрируемым на различных станциях. С этой точки зрения, в табл. 33 перечислены исследования, которые можно выполнить, располагая наблюдениями по сети станций. Простейший (хотя и не самый информативный) вариант состоит в использовании двух станций (предпочтительно с идентичной регистрирующей аппаратурой), расположенных по одному направлению от эпицентра.

Важно, что в спектральных методах, указанных в табл. 33, в качестве дискриминанта используется частота. Другими словами, все наблюдаемые явления изучаются в зависимости от частоты волн. Ранее в сейсмологии большинство явлений изучалось только во временной области, т. е. непосредственно по сейсмограммам с использованием в качестве дискриминанта измеренного периода. Например, в 1950-х годах был разработан и затем применялся в США, Японии, Скандинавии и других странах временной метод фазовых скоростей, основанный на использовании поверхностных волн [1173]. Определить кажущиеся скорости распространения объемных волн в пределах сети станций наблюдения можно по меньшей мере тремя различными способами.

1. Путем отсчета времени записи отождествленных пиков и впадин. Это все еще надежный способ в тех случаях, когда трассы почти идеально схожи друг с другом [288, 843].

2. С помощью фазовых спектров (по индивидуальным или взаимным энергетическим спектрам). Описание и применение этого способа даны в [704, 1302].

3. Путем вычисления взаимной корреляционной функции и отсчета времени максимальной корреляции. Лучше сначала применять узкополосную фильтрацию, а затем вычислять функцию взаимной корреляции. В некоторых случаях этот способ оказался наиболее надежным, например, при обработке близких землетрясений в Японии [126, 127], при исследовании земной коры [959], при обработке микросейсм [64] и при опытах с волнами S и SKS [578]. Интересные результаты изложены в [472, 866, 1510].

При обработке данных сетей сейсмических станций наиболее эффективно использовать двумерную взаимную корреляционную функцию. Этот способ определения векторов движения (скорости и направления) успешно используется также при решении других подобных задач, например для определения векторов движения облаков по снимкам со спутников Земли [886]. Из этой работы взят

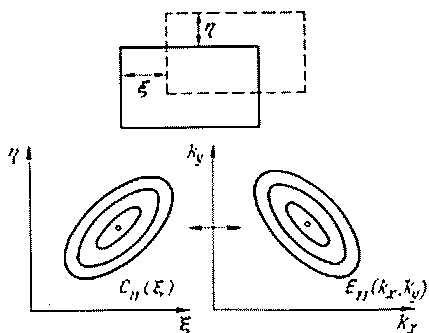


Рис. 66. Схематическое изображение двумерной автокорреляционной функции и ее преобразования. Вверху показано определение сдвигов [886]

рис. 66, демонстрирующий основную идею способа. Следует учесть, что на рис. 66 изображен аналог пространственного представления энергии в виде изолиний на графике с волновыми числами k_x и k_y в качестве координат (см. раздел 2.5.5), которое тоже использовалось для определения векторов движения.

7.1.2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ О ПЕРЕДАТОЧНОМ ОТНОШЕНИИ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Использование спектрального анализа сейсмических объемных волн при изучении строения земной коры началось сравнительно недавно. Теоретическое обоснование решения прямой задачи в матричном виде Томсона—Гаскела позволило легко вычислять реакции любого числа плоских горизонтальных слоев на плоские волны, падающие под произвольным углом. Детальное обсуждение способа решения дано в [193, 1414, 603—605, 608]. Решение для случая точечного источника в слоистой среде рассмотрено в [591]. Примеры использования можно найти в [821]. Аналогичное теоретическое исследование этого вопроса выполнено в [727], где слоистая модель рассматривается как линейная система и используется эквивалентность свертки во временной области и умножения в частотной (что приводит к формулировке Гаскела); кроме того, учитывается поглощение внутри слоев.

Среди различных способов исключения влияния факторов, определяющих форму спектра, кроме обусловленных только зем-

ной корой, довольно большое значение приобрел способ, основанный на использовании отношений вертикальной компоненты к горизонтальной для одной и той же волны [1144]. Согласно рис. 67 можно записать уравнение фильтрующего действия земной коры для вертикальной и горизонтальной амплитудных составляющих объемной волны следующим образом:

$$Z(\omega) = A_0(\omega) C_Z(\omega), \quad (1)$$

$$H(\omega) = A_0(\omega) C_H(\omega),$$

где для краткости $A_Z(\omega) = Z(\omega)$; $A_H(\omega) = H(\omega)$.

Разделив эти уравнения одно на другое, получим отношение, называемое передаточным отношением земной коры (или спектральным отношением), которое не зависит от спектра $A_0(\omega)$ падающего сигнала и определяется исключительно строением слоистой среды

$$Z(\omega)/H(\omega) = C_Z(\omega)/C_H(\omega)$$

или выражается через амплитуды:

$$|Z(\omega)|/|H(\omega)| = |C_Z(\omega)|/|C_H(\omega)| = T(\omega). \quad (2)$$

Величина $T(\omega)$ есть зависящий от частоты тангенс (кажущегося) угла выхода волны.

Применение этого способа состоит в вычислении отношения спектральных амплитуд $|Z(\omega)|/|H(\omega)|$ по наблюдаемым данным и сравнении его с теоретически вычисленными $T(\omega)$ для различных моделей строения коры; при сравнении пытаются найти наилучшее совпадение с помощью некоторой операции, минимизирующей погрешность вычисления. Наблюдаемое спектральное отношение получается весьма просто выполнением следующих операций:

1) по записям вычисляются спектры $Z(\omega)$ и $H(\omega)$, например способом БПФ, и вводятся инструментальные поправки;

2) спектры сглаживаются (чтобы избежать ложных флуктуаций в значениях спектральных отношений);

3) амплитудные спектры делятся и получается спектральное отношение $|Z(\omega)|/|H(\omega)|$.

Возможны и другие эквивалентные процедуры, например использование временной весовой функции вместо сглаживания спектра или использование энергетических спектров вместо амплитудных путем извлечения квадратного корня из отношения энергий. В [170] показано, что использование «модифицированной весовой функции Ханна» в виде половины косинусного колокола с максимумом на вступлении Р-волны (см. раздел 4.4.4) обеспечивает большую эффективность спектральных отношений по сравнению с прямоугольной весовой функцией (даже имеющей

косинусные боковые срезы). Причина заключается в чрезмерном просачивании энергии через боковые лепестки в последнем случае.

Теоретически способ передаточных отношений, т. е. вычисление $T(\omega)$, для принятых моделей строения земной коры выполняется с помощью матричной формы Томсона—Гаскела или родственного способа для случая плоских волн и плоских горизонтальных слоев (см. рис. 67). Из-за резонансных эффектов $T(\omega)$ будет представлять собой последовательность пиков, соответствующих различным расстояниям между границами в двух моделях, причем пики от коры довольно широкие, а мантийные пики узкие и плотные. Иной подход к данной проблеме, который можно также использовать для сравнения с наблюдаемыми амплитудными и фазовыми спектрами, заключается в теоретическом исследовании поведения сферических волн в слоистой коре. Этот подход был использован для анализа объемных волн, возбуждаемых взрывом [567].

Этот способ, предложенный в 1964 г. [1144], непрерывно видоизменялся и также широко применялся. Одно из преимуществ способа состоит в том, что он дает более локализованные сведения о строении коры, чем способы, использующие поверхностные волны. Это тем более справедливо, когда используются телесейсмические волны, т. е. когда удовлетворяется теоретическое предположение о плоских фронтах волн, падающих на поверхность Мохоровичича (см. рис. 67). Чтобы облегчить интерпретацию спектров волн Р через параметры коры, в [503] опубликован обширный набор эталонных кривых передаточных функций для вертикальных и горизонтальных составляющих волн Р и их отношений для одно- и двуслойной земной коры. Из модификаций наиболее важной является та, что разработана для усеченных сигналов [879, 958] и которую мы рассмотрим далее.

Уравнение

$$A(\omega) = A_0(\omega) C(\omega) \quad (3)$$

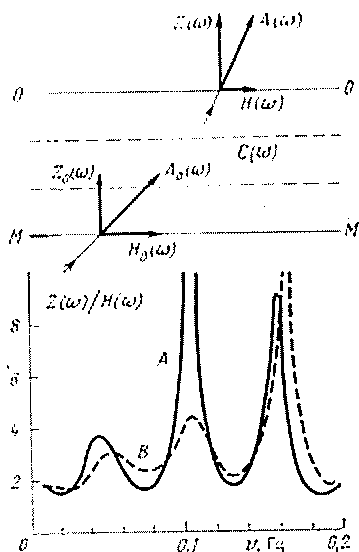


Рис. 67. Принципы способа передаточных отношений земной коры и его применение к моделям А и В. Параметры модели А: V_P равно 6,15 и 8,14 км/с, V_S равно 3,55 и 4,70 км/с, ρ равно 2,74 и 3,30 г/см³, h равно 35 км и ∞ . Параметры модели В: V_P равно 6,15; 6,94 и 8,14 км/с; V_S равно 3,55; 4,00 и 4,70 км/с, ρ равно 2,74; 3,00 и 3,30 г/см³, h равно 22; 13 км и ∞ . ОО — дневная поверхность; ММ — граница Мохоровичича, кажущаяся скорость 20 км/с

справедливо только для бесконечно длинных сейсмограмм. При любой обработке сейсмограмм мы вынуждены применять переменную весовую функцию $\omega(t)$ конечной длительности, которая вырезает усеченный сигнал $A_T(t)$ длительностью T из сигнала бесконечной длительности $A(t)$:

$$A_T(t) = A(t) \cdot \omega(t)$$

или в частотной области

$$A_T(\omega) = \frac{1}{2\pi} A(\omega) * W(\omega), \quad (4)$$

где $A_T(\omega)$ называется усеченным спектром. Подставив (3) в (4), получим

$$\begin{aligned} A_T(\omega) &= \frac{1}{2\pi} [A_0(\omega) C(\omega)] * W(\omega) = \\ &= \frac{1}{2\pi} A_0(\omega) [C(\omega) * W(\omega)] = A_0(\omega) C_T(\omega), \end{aligned} \quad (5)$$

где переход от второй стадии к третьей разрешен, если: а) функция $C(t)$ аппроксимирует взвешенную сумму задержанных дельта-функций и б) $A_0(t) = 0$ за пределами временного интервала, короткого по сравнению с T [879]. Функцию $C_T(\omega)$ называют усеченной передаточной функцией земной коры.

На практике мы располагаем моделью земной коры, для которой вычисляется передаточная функция $C_T(\omega)$ последовательными преобразованиями

$$C(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_1} C(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad C_T(\omega) = \int_0^T C(t) e^{-i\omega t} dt \quad (6)$$

и наблюдаемым спектром $A_T(\omega)$. По этим двум функциям вычисляем функцию $A_0(\omega)$, которая сравнивается с наблюдаемой или известной $A_0(\omega)$, определенной, например, путем осреднения значений $A_T(\omega)$ для некоторого числа станций. Затем параметры земной коры, т. е. $C_T(\omega)$, варьируются до тех пор, пока не будет достигнуто хорошее согласие. Этот способ, примененный к короткопериодным волнам Р, позволяет изучать тонкие детали строения земной коры. Этот способ предложен в [879].

Из условия $A_0(t) = 0$ за пределами временного интервала, короткого по сравнению с T , следует, что в регистрируемом сигнале отсутствуют реверберации, возникающие в коре вблизи источника. Это условие ограничивает область применения данного способа только глубокофокусными землетрясениями, когда влияние коры в районе источника достаточно хорошо отделяется от прямой волны. Если же данное условие не выполняется, то спо-

соб следует изменить в соответствии с [541], что потребует дополнительных сведений о строении коры вблизи источника для численных расчетов.

Очень важен в данном способе (включая его исходную версию) вопрос выбора длительности временной *е* с о в о й функции. Желательно включать в обрабатываемый интервал как можно больший отрезок ревербирующей волны *P*, но при этом следует тщательно учесть влияние включаемых волн *pP* и *PcP*. Некоторые сейсмологи не учитывают этого, используя при обработке записей далеких землетрясений, полученных на таких расстояниях, когда *pP* и *PcP* находятся за пределами анализируемого отрезка. Подобное ограничение применимости способа представляется нежелательным. Принимая во внимание то обстоятельство, что волны *pP* и *PcP* на достаточно больших расстояниях подходят к коре в месте приема под углами, близкими к углам подхода волны *P*, можно ожидать, что включение их в обработку не окажет заметного влияния. Это предложение подтверждено практически [170], причем выяснилось, что включение волн *pP* и *PcP* в обработку не изменяет положения спектральных пиков и впадин на оси частот. Однако в [601] подчеркивается, что преимущество, получаемое от увеличения объема данных за счет волн *pP* и *PcP*, сводится на нет трудностями интерпретации наблюдаемых спектральных характеристик земной коры.

Практика показала, что данный способ с наибольшим успехом применяется для обработки длиннопериодных волн *P*. Ограничение применимости способа в случае короткопериодных волн *P* объясняется увеличенным рассеянием на неоднородностях, обменными волнами *PS* и другими подобными явлениями. В то же время было показано [601], что короткопериодные волны *P* можно использовать в этом способе для обнаружения тонких поверхностных низкоскоростных слоев, которые не обнаруживаются с помощью длиннопериодных волн *P*.

При вычислениях спектральных отношений следует учитывать еще один момент.

Сейсмограф регистрирует не сам проходящий сигнал, а движение почвы, возникающее под воздействием проходящей волны и волн, отраженных от земной поверхности в точке, где расположен сейсмограф. Учитывая частотную характеристику аппаратуры, мы восстанавливаем истинное движение грунта по записанному движению на сейсмограмме. Но мы не восстанавливаем сам проходящий сигнал. Чтобы сделать это, нужно дополнительно исключить из истинного движения грунта долю отраженных волн. В противном случае следует соответствующим образом скорректировать теоретические расчеты, которые используются для сравнения с наблюдениями.

Интерпретация наблюдаемых передаточных отношений производится путем сравнения их с теоретическими отношениями, вы-

численными для принятых моделей земной коры. В моделях используются плоские горизонтальные однородные слои. Следовательно, если не удается найти приемлемую модель коры с пере- численными структурными особенностями, значит реальное строение существенно сложнее предполагаемого. В таком случае следует учитывать эффекты наклонных слоев. Разработан и применяется способ определения угла наклона слоев по спектральным отношениям волн P [1223]. Наклоны слоев земной коры — самое обычное явление, и использование гипотезы о плоских горизонтальных слоях для теоретических моделей приемлемо лишь в определенных пределах, например для углов наклона до 10° в случае длиннопериодных объемных волн. Для больших углов наклона и более коротких периодов способ дает ошибочные результаты, если только не специальные меры предосторожности. В некоторых случаях [850—852] использовались землетрясения с различными энцистральными азимутами; на результатах сказывалась зависимость от азимута, что свидетельствовало о наклоне слоев коры.

Горизонтальная плоская слоистость является первым приближением к реальному строению земной коры. Модель со слоями, наклоненными под постоянным углом, представляет собой второе приближение. Чтобы перейти к приближениям высших порядков, следует включить в модель изменяющиеся углы наклона, т. е. волнистые границы раздела. Этому случаю посвящено несколько опубликованных работ, которые здесь не рассматриваются. Ясно, что с переходом к более сложным структурам трудности интерпретации быстро возрастают и становится трудно обеспечить однозначность интерпретации.

Помехи, возбуждаемые сигналом, ввиду наличия структурных неоднородностей в непосредственной близости от сейсмической станции являются причиной трудностей при использовании способа передаточных отношений. Например, Эскадлемюрской группой станций регистрируются помехи, связанные с обменом волны P на релеевскую [801]. Есть опасность при наличии одной записи принять вторую фазу за волну pP ; этого можно избежать, если использовать удлиненную группу или сеть станций.

До сих пор рассматривался способ, использующий только амплитудные отношения Z/H . Дополнительные сведения можно получить, включив в анализ разность фаз $Z - H$. Совместное изучение названных параметров предложено и использовалось в Японии [850—852].

Данный способ, разработанный для волн P , предполагают использовать для других волн, спектральные отношения которых должны изменяться в зависимости от геологического строения не так, как в случае волны P . Использование способа для волн S дано в [854, 855], где оценивались амплитудные отношения и разности фаз Z/H для волн SV и SH . Подробно обсуждено влияние

различных структурных особенностей на измеряемые величины и приведены примеры исследования различных районов Японии в работе [853]. Конечно, найти неискаженную запись волны S гораздо труднее, чем неискаженную запись волны P, но дополнительные усилия полностью вознаграждаются тем фактом, что разность фаз $Z - H$ для волн SV очень хорошо выявляет различия между структурными моделями, которые выглядят совершенно одинаковыми, если судить только по волнам P. Второй способ, использующий отношение волн SH/SV, применялся в Японии и Северной Америке [984]. Включение в анализ волн SH еще более ограничивает выбор между возможными моделями строения коры.

Вполне естественное расширение первоначального способа передаточных отношений [1144] — вычисление отношения амплитудных спектров $|Z(\omega)|/|H(\omega)|$ для релеевских волн. Это отношение является одним из выражений эллиптичности траектории движения частиц среды в релеевской волне, которая зависит от слоистости коры и особенно чувствительна к осадочным слоям с контрастными свойствами. Этот факт был доказан теоретически и экспериментально много лет назад при изучении микросейсм в различных местах. Вместе с фазовой скоростью эллиптичность может служить дополнительным ограничивающим параметром при определении строения земной коры [266].

7.1.3. ПРИМЕНЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОГО ОТНОШЕНИЯ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Начиная с 1964 г. опубликован ряд работ, в которых описаны примеры использования способа передаточных отношений. Большинство их перечислены в табл. 34. Рассмотрим в основном методические вопросы.

Спектральные отношения длиннопериодных волн P использованы в [504] с целью определения полной мощности земной коры и средних скоростей волн P в коре для центральных районов США и в Ла-Пасе. Из семейства эталонных кривых, приведенных в [503], подбиралась кривая, наилучшим образом совпадающая с наблюдаемой зависимостью спектрального отношения $|Z(\omega)|/|H(\omega)|$ от частоты ω . Найденные структурные параметры хорошо согласуются с независимыми результатами, полученными другими способами. Подобные исследования выполнены в Новой Гвинее и на Соломоновых островах [432], а также при изучении горизонтальной неоднородности коры под группой станций LASA в штате Монтана, США. Опыт подтверждает, что данный способ применяется более успешно для обработки длиннопериодных волн [1461].

При обработке короткопериодных волн P, записанных в Канаде, способом спектральных отношений [482] было получено в основном плохое соответствие между теоретическими и наблю-

Примеры использования отношения спектральных амплитуд Z/H при изучении коры

Источник	Используемая волна	Район исследования	Примечание
[1144]	Длиннопериодная P	Альбукерке, Бермудские острова	—
[1461]	Коротко- и длиннопериодная P	Канада	—
[958]	Короткопериодная P	Восточное побережье США	—
[432]	Длиннопериодная P	Новая Гвинея, Соломоновы острова	—
[482]	Короткопериодная P	Канада	—
[504]	Длиннопериодная P	Центральная часть США, Ла-Пас	—
[266]	Релея	LASA, штат Монтана, США	—
[541]	Длиннопериодная P	LASA, штат Монтана, США	—
[598, 599]	Короткопериодная P	Йеллоунайф, Канада	—
[850, 852]	Длиннопериодная P	Япония	В случае ядерных взрывов получены лучшие данные
[851]	То же	Равнина Канто, Япония	Использовалась также разность фаз, детальное описание методики работ
[264]	*	Юго-запад ФРГ	Кроме отношения амплитуд Z/H использовалась разность фаз $Z-H$
[265]	*	Восточно-Африканский рифт	—
[170]	Длиннопериодная P (также pP и PсP)	Беркли	—
[601]	Коротко- и длиннопериодные P (также pP и PсP)	Йеллоунайф, Канада	—
[47]	Длиннопериодная P	Москва	Обсуждение метода
[853]	Длиннопериодная SV и P	Япония	Использовалась разность фаз
[223]	Длиннопериодная P	Южная Америка	Способ определения угла наклона грани

денными кривыми, хотя строение коры здесь считается хорошо известным. Расхожденья объясняются рассеиванием и обменом сейсмических волн Р и S, ограничивающими применимость способа для изучения земной коры.

По результатам обработки записей короткопериодных (0,4—2 Гц) волн Р от перуанского землетрясения 13 апреля 1963 г. (глубина фокуса равна 125 км) выявлена наиболее примечательная особенность амплитудных спектров — их колебательный характер, причем вид осцилляций спектров изменяется нерегулярно от станции к станции. Подобные осцилляции, маскируя эффекты ослабления и схемы распространения волн, делают короткопериодные спектры почти бесполезными. Перед последующими спектральными расчетами эти осцилляции следует устранять. Для снятия осцилляций спектров предлагается осреднять спектры по нескольким станциям или применять обратную фильтрацию, несмотря на то, что процесс коррекции фильтрующего действия коры сам по себе не совсем надежный. Установлено, что колебательный характер спектров обусловлен реверберациями в коре вблизи приемника. Хотя авторы не сообщают никаких сведений о строении коры под станциями, записи которых они использовали, все же можно сделать вывод, что станции, расположенные на простейшей коре, будут давать спектры, поддающиеся наиболее надежной интерпретации. Нужно избегать станций, расположенных на осадочных слоях, свойства которых могут резко изменяться даже на коротких расстояниях, отдавая предпочтение станциям, расположенным на гранитах или подобных ему породах. Следует также стремиться к тому, чтобы строение коры под сравниваемыми станциями было по возможности аналогичным. Определения длиннопериодным волнам Р более устойчивы, чем по короткопериодным. Спектры волн Р в диапазоне 3—15 с изменяются весьма слабо от станции к станции [6].

Результаты, очень хорошо согласующиеся с выводами работы [880], были ранее получены для канадских станций [691]. На этих спектрах короткопериодных волн Р (около 0,5—4 Гц) наблюдаются нерегулярные пики на фоне общего понижения амплитуды с ростом частоты. Уменьшение амплитуды пропорционально ω^γ , где $\gamma = -(2,2-3,5)$, изменяясь от станции к станции. И снова в качестве причины спектральной изменчивости указывается локальное строение коры под станциями. При подобных сравнениях важно сохранять длительность и форму весовой функции, что подчеркивалось в разделе 4.4.8. То, что строение коры под станциями является главным фактором в формировании спектров, подтверждается совместной обработкой коротко- и длиннопериодных волн Р [1461]. Была предпринята попытка определения мощности коры посредством сравнения наблюдаемых спектральных отношений Z/N (вертикальных амплитуд к горизонтальным) с теоретическими кривыми (рис. 68). Подобное сравнение требует наличия высокой степени разрешенности у наблюдаемого спектра,

но даже при выполнении этого условия часто бывает нелегко достичь хорошего согласия, вероятно, по причине сильной упрощенности теоретических моделей (особенно в смысле горизонтальной слоистости).

Применение способа спектральных отношений к короткопериодным волнам Р телесейсмических записей [598] показало, что с его помощью можно выделять только тонкие слои в земной коре; чтобы выделять коровые слои различной мощности, нужно

использовать и короткопериодные, и длиннопериодные волны Р. Длительность анализируемого отрезка записи должна быть, с одной стороны, достаточно большой, чтобы включить в Р-код практически все местные коровые реверберации

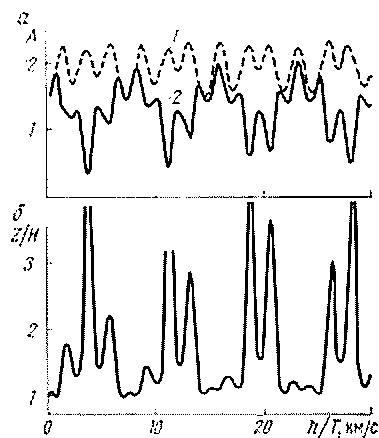


Рис. 68. Зависимости амплитуды вертикальной (1) и горизонтальной (2) составляющих волн Р (а) и спектрального отношения Z/H (б) от произведения частоты ($1/T$) на мощность слоя h .

Параметры модели: V_P равно 6,20 и 8,10 км/с, V_S равно 3,58 и 4,68 км/с, ρ равно 2,80 и 3,30 г/см³ [1461], угол падения волны на подошву слоя равен 41°

и гарантировать хорошую спектральную разрешенность, с другой стороны, достаточно короткой, чтобы избежать помех, возбужденных сигналом. Для короткопериодных волн Р длительность записи в 20—25 с считается подходящей.

В применении к сейсмическим волнам, возбуждаемым взрывами, найдено [958], что передаточное отношение коры в сильной степени зависит от мощности слоев и скоростей волн Р, в меньшей степени — от скоростей волн S и практически не зависит от плотности. Количественный переход от наблюдаемых отношений Z/H к структурным параметрам коры считается невозможным, но тем не менее этот способ может быть полезным при выборе различных пробных моделей.

С помощью матричной формы Томсона—Гаскела по плоским волнам Р, падающим на тонкие аллювиальные слои, получено следующее уравнение движения поверхности грунта во временном представлении [589]:

$$\left. \begin{array}{l} \text{горизонтальная составляющая } h(t) \\ \text{вертикальная составляющая } z(t) \end{array} \right\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} \bar{H} \\ \bar{Z} \end{array} \right\} A_0 e^{i\omega t} d\omega, \quad (7)$$

где $\bar{H} = H/A_0$ и $\bar{Z} = Z/A_0$ — отношения движения поверхности (кровли) к полной амплитуде падающей на подошву волны (для

заданных частот и моделей коры). Величины \bar{N} и \bar{Z} вычисляются с помощью матричных соотношений, а A_0 задается как прямоугольная функция частоты.

7.1.4. РЕВЕРБЕРАЦИЯ В ЗЕМНОЙ КОРЕ

Если сверху полупространства находится хотя бы один слой, то его присутствие повлияет на спектры регистрируемых волн. Отражения, преломления и последующая конструктивная и деструктивная интерференция между различными волновыми путями, иначе реверберации, отразятся на спектрах, получаемых на поверхности. В то же время осложнения записей и спектров можно использовать в качестве средства изучения слоистости земной коры. В общем случае земная кора состоит из нескольких слоев, и легко предсказать, что с увеличением числа слоев будет быстро возрастать и сложность записей и спектров.

Более простые случаи довольно легко поддаются интерпретации и помогают понять принципы явления реверберации. Чтобы лучше усвоить существо данной проблемы, читателю предлагается самому разобрать различные случаи, начав с простейшего и переходя к более сложным, примерно в следующем порядке: 1) один слой, нормальное падение; 2) один слой, косое падение; 3) два слоя, нормальное падение; 4) два слоя, косое падение.

Мы начнем со случая одного слоя, заключенного между двумя однородными средами на некоторой глубине под дневной поверхностью. Амплитудные спектры волн, отраженных от такого слоя (рис. 69), содержат последовательность минимумов, вызванных деструктивной интерференцией между волнами, отраженными от кровли и подошвы этого слоя. Учитывая, что при отражении от среды с меньшим акустическим сопротивлением фаза изменяется на π , а при отражении от среды с большим акустическим сопротивлением фаза не меняется, получим схему, обобщенную в табл. 35. Выкладки просты и предлагаются читателю в качестве упражнения. Нормальное падение будет в случае, если $i_2 = 0$.

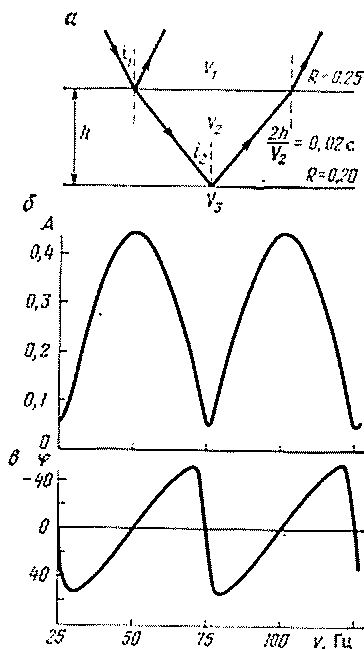


Рис. 69. Отражение от однородного слоя.

a — модель; b — амплитудный спектр; ϕ — фазовый спектр. Падение волны нормальное, преломление не учитывалось [75, 76]

Из табл. 35 следует, что спектральные минимумы располагаются близко друг к другу, когда L/h невелико (L — длина волны) или i_2 мало (падение, близкое к нормальному), и, наоборот, когда эти величины большие. Фактически это не что иное как эхо-анализ (см. раздел 8.4.2), примененный к частному случаю. Его можно рассматривать как резонансные колебания слоя или серии слоев, особенно при $i_2 = 0$, поскольку основные частоты определяются параметрами слоя (мощностью слоя и скоростями волн).

Т а б л и ц а 35

Минимумы амплитудных спектров волн, отраженных от слоя [75]

Спектральный параметр	Слой с промежуточной скоростью $V_1 < V_2 < V_3$ или $V_1 > V_2 > V_3$	Слой с большей или меньшей скоростью $V_1 < V_2 > V_3$ или $V_1 > V_2 < V_3$
Частоты минимумов	$\frac{(n - 1/2) V_2}{2h \cos i_2}$	$\frac{n V_2}{2h \cos i_2}$
Разность частот соседних минимумов	$\frac{V_2}{2h \cos i_2}$	$\frac{V_2}{2h \cos i_2}$
Частота первого минимума	$1/2 \frac{V_2}{2h \cos i_2}$	$\frac{V_2}{2h \cos i_2}$

Используются циклические частоты. Обозначения даны на рис. 69, $n = 1, 2, \dots$

Л. Л. Худзинский [75], предложивший этот способ для изучения параметров слоя (h , V_2) по спектрам отраженных волн, рассмотрел различные факторы, которые могли бы нарушить регулярное следование минимумов. Шум рассматривается наиболее серьезной помехой. Позднее [77] эти исследования были распространены и на фазовые спектры волн, отраженных от одиночных однородных слоев при нормальном падении. Типичные спектры изображены на рис. 69, а их аналитические выражения легко вывести, начав с интерференции волн, отраженных от кровли и подошвы слоя. Отражения большей кратности вызывают лишь незначительные изменения. Фазовые спектры можно использовать самостоятельно для определения параметров слоя и для облегчения интерпретации; в [78] дан набор эталонных кривых для некоторых моделей.

В [9] теоретически показано, что спектр волн P , отраженных от тонкого слоя, зависит от: 1) перепада скоростей (слои с меньшими скоростями дают плохо коррелируемые отражения); 2) угла падения (большие изменения в высокоскоростных слоях); 3) поглощения в покрывающей среде. В [10] показано, что в случае волн P ,

отраженных от тонкого однородного слоя между полупространствами, совместное изучение амплитудных и фазовых спектров позволяет однозначно определять параметры слоя (скорость, мощность), тогда как использование только амплитудных спектров не дает единственного решения.

С увеличением числа слоев вычисление спектров быстро осложняется. В случае двух слоев и более амплитудные максимумы неодинаковые и расположены неравномерно по оси частот; увеличивается число экстремумов, приходящихся на единицу диапазона частот. Уже в случае двух слоев изменения настолько велики, что приближение его одним слоем становится неприемлемым [51].

Спектральные свойства волн, отраженных от тонких однородных слоев, были исследованы многочисленными авторами как теоретически, по матричному способу Томсона—Гаскела, так и экспериментально. Известны многочисленные работы по этому вопросу советских авторов [8, 9, 50, 51, 62, 71, 76]. Имеются также многочисленные теоретические и экспериментальные разработки этой задачи, выполненные американскими и другими исследователями. Хотелось бы отметить [373, 1316], а из поздних [650]. Условия для возникновения реверберации аналогичны и даже, может быть, более благоприятны в случае поверхностного волнового слоя [167].

Реверберация — явление, свойственное всем слонстым средам, и ее теоретические основы одинаковые как для толстых, так и для тонких слоев земной коры. В [688] выполнены определения мощности коры по амплитудным минимумам спектра волны SH с помощью матричных форм Томсона—Гаскела для однослойной горизонтальной модели земной коры с заданным отношением скоростей в коре и в мантии. При этом использовались также фазовые спектры, нулевая фаза которых совпадала с минимумами амплитуды. Хорошее совпадение значений мощности коры, определенных этим и другими способами, указывает на применимость его не только для исследования тонких слоев в сейсморазведке, но и для исследований мощных толщ земной коры.

Для правильной интерпретации наблюдаемых спектров совершенно необходимы детальные теоретические исследования. Наиболее примечательная особенность, выявленная этими исследованиями, — явно колебательный характер любого рассчитанного или наблюдаемого спектра. Спектральные методы становятся совершенно необходимыми при изучении тонких слоев, так как вступления располагаются очень близко друг к другу и уверенное разделение их во времени практически невозможно. Во всех случаях эффект слонстости (реверберация) эквивалентен эффекту фильтрации. Основываясь на определенных моделях, можно разработать способы обратной фильтрации или деконволюции, уничтожающие реверберационные эффекты в записанном сигнале. В [167] описана дереверберация в случае водного слоя на поверх-

ности, а в [899] — подавление волн-спутников, но эта же методика применима в случае любой слонстости, вызывающей реверберацию.

Обсуждая слонстые среды и их спектральные характеристики, мы обращали внимание на слонстость коры и самой верхней части разреза, поскольку эта особенность геологического строения оказывает влияние на любые сейсмологические наблюдения. Но слонстость внутренних частей Земли, по-видимому, также имеет значение при исследовании внутренних границ, особенно поверхности Мохоровичича и границы ядро—мантия. Характер этих границ (либо граница резкая по сравнению с длиной используемых волн, либо переходная, состоящая из нескольких слоев) тоже отразится на сейсмических волнах. Следовательно, спектры снова окажутся удобным средством исследований. Природа границы Мохо изучалась на моделях (см. раздел 7.1.8), а более подробно о границе ядро—мантия будет сказано в разделах 7.4.2 и 7.4.3.

7.1.5. ГЕОЛОГИЧЕСКОЕ СТРОЕНИЕ ВЕРХНЕЙ ЧАСТИ КОРЫ

Учитывая то обстоятельство, что многие сейсмические станции расположены на участках со сложным геологическим строением, с мощной толщей осадков, необходимо рассмотреть влияние геологического строения на наблюдаемые спектры. Даже тонкие осадочные слои могут оказывать влияние вследствие различных свойств между ними и подстилающими гранитными породами. Реверберация и резонансные явления скажутся на амплитудах и спектрах. Но спектральные методы находят практическое применение при исследовании геологического строения верхней части земной коры. Речь идет о сейсморазведочных исследованиях. С целью повышения эффективности этих работ к настоящему времени выполнены обширные исследования вопросов фильтрации, обратной фильтрации (деконволюции) и прикладной спектроскопии. Спектральные методы широко применяются также и в прикладной сейсмологии для изучения вибрации поверхностных слоев.

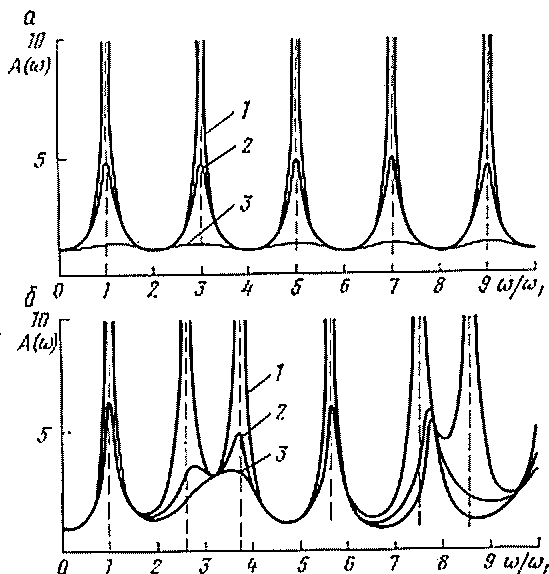
Резонансные эффекты. Поскольку эта задача касается поведения объемных сейсмических волн в слонстой среде, ее можно решать теми же приемами, которые были разработаны в предыдущем разделе. При рассмотрении осадочных и почвенных слоев упор делался на исследование вертикально падающих волн, которые возбуждают в покрывающем слое свободные (стоячие) колебания. Эта задача решалась как теоретически, так и посредством полевых и модельных экспериментов.

При теоретических исследованиях слонстых сред коэффициент спектрального усиления КСУ (ω) определяется как отношение перемещения поверхности к удвоенному перемещению коренных пород. В случае отсутствия поверхност-

ных слоев КСУ (ω) = 1, в других случаях коэффициент больше 1. В [1437] теоретически рассмотрен случай произвольного числа горизонтальных, линейно упругих слоев (вязкоупругих или не вязких), залегающих на полупространстве (не вязком) и возбуждаемых установившейся синусоидальной плоской волной, подходящей по вертикали снизу. На рис. 70 четко видны и ожидаемая

Рис. 70. Спектры усиления для различных значений отношения волновых сопротивлений на кровле подстилающего слоя α_N [1437].

a — однослойная модель с $V = 305$ м/с, $\rho = 1,60$ г/см³, $h = 152$ м; параметры подстилающего слоя: V равно ∞ (1), 1219 м/с (2) и 305 м/с (3), $\rho = 2,00$ г/см³, $h = \infty$; b — трехслойная модель с V , равным 152, 457 и 762 м/с, ρ , равным 1,60, 1,76 и 2,00 г/см³, h , равным 61, 61 и 30 м; параметры подстилающего слоя: V равно ∞ (1), 1143 (2) и 762 м/с (3), $\rho = 2,24$ г/см³. На рисунке КСУ (ω) условно обозначен через $A(\omega)$



последовательность спектральных максимумов и минимумов вследствие реверберации, и сильная зависимость от отношения акустических сопротивлений на контакте с коренным слоем

$$\alpha_N = \rho_{N-1} V_{N-1} / \rho_N V_N, \quad (8)$$

где N — коренной слой, а $N - 1$ — соседний покрывающий слой.

Очевидно, что чем меньше скачок акустического сопротивления, тем более сглаженным получается спектр усиления. В том случае, когда падающая волна обладает большой энергией в полосах частот, соответствующих максимумам кривой КСУ (ω), возникает большое перемещение поверхности. Максимальные амплитуды, наблюдаемые на любой частоте, зависят либо от входного спектра, либо от пиков частотной характеристики слоистой среды. Из теории следует также, что максимальные значения КСУ (ω) ограничены следующим образом:

$$1/\alpha_N \leq \text{КСУ}(\omega) \leq 1/\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_N, \quad (9)$$

в чем можно легко убедиться, используя рис. 70.

Подставив выражения для акустических импедансов в (9), получим

$$\rho_N V_N / \rho_{N-1} V_{N-1} \leq \text{КСУ}(\omega) \leq \rho_N V_N / \rho_1 V_1. \quad (10)$$

Используя это уравнение, получаем следующие:

1) один слой:

$$КСУ(\omega) = \rho_2 V_2 / \rho_1 V_1, \quad (11)$$

2) два слоя:

$$\rho_3 V_3 / \rho_2 V_2 \leq КСУ(\omega) \leq \rho_3 V_3 / \rho_1 V_1, \quad (12)$$

3) три слоя:

$$\rho_4 V_4 / \rho_3 V_3 \leq КСУ(\omega) \leq \rho_4 V_4 / \rho_1 V_1. \quad (13)$$

В случае трех слоев и более пределы функции КСУ (ω) не зависят от промежуточных слоев. Схемы вычислений для слоистых моделей приведены в [1438].

Анализ, выполненный в [1437], содержит объяснения многим локальным особенностям геологического строения, обнаруженным другими авторами, преимущественно в Японии. Обзор работ японских авторов в этой области содержится в [747, 1301]. Многочисленные спектры амплитуд движения грунта в окрестностях Токио имеют вид последовательностей максимумов и минимумов, типичных для слоистой среды [1302]. Примеры, характерные для районов Калифорнии, можно найти в [1396]. По большому количеству спектров ускорения, полученных в окрестностях Душанбе, установлено увеличение в среднем ускорения в интервале волновых периодов 0,1—1,1 с от скальных пород до валунных глин [69]. На относительных спектрах наблюдаются резонансные максимумы, соответствующие периоду в 0,2 с.

Этот способ позволяет сделать следующие обобщения.

1. Можно использовать любую волну — Р, SV или SH — при любом падении. Матричная форма Томсона—Гаскела применима и к рассмотренным здесь тонким осадочным и почвенным слоям.

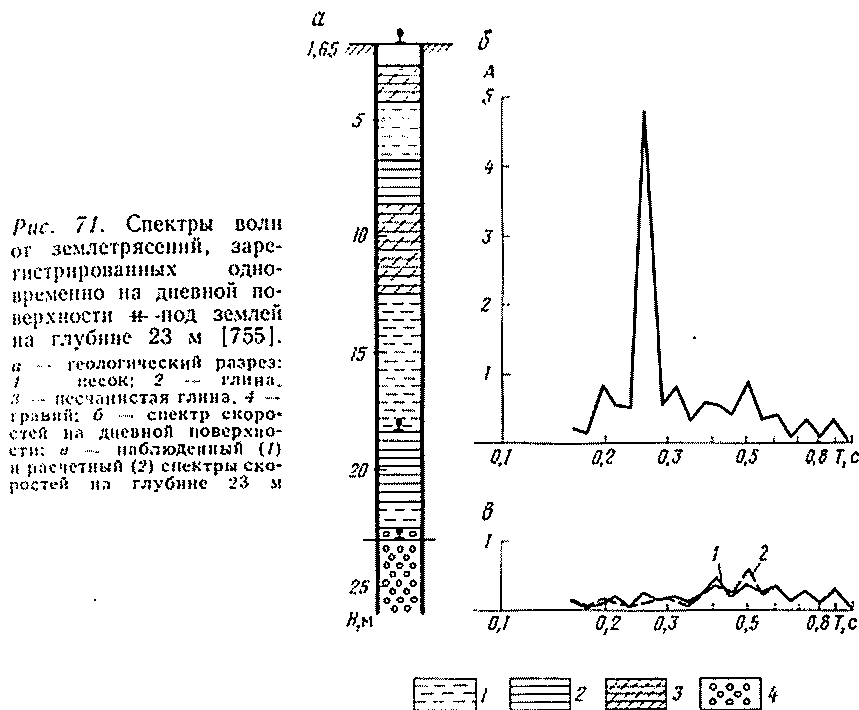
2. Можно ввести различные типы неупругости.

3. Применяя методику конечных элементов, т. е. разбивая исследуемый район на дискретный ряд элементов, можно пользоваться этим способом в условиях изменяющегося геологического строения, а не только в случае плоских горизонтальных слоев.

4. Можно ввести изменчивость свойств пород фундамента, до сих пор предполагавшихся однородными во всем нижнем полупространстве. Как показано в [921], слоистость фундамента может привести к значительным изменениям скоростной характеристики.

Реверберационные и резонансные эффекты зависят от слоистости и типа пород. Учитывая, что фундаменты больших зданий и сооружений расположены на некоторой глубине от дневной поверхности, можно предположить, что одни поверхностные записи могут не дать правильную информацию. Лучше, если они будут дополнены подземными наблюдениями. Для технических целей оказалось весьма полезным сравнивать записи и спектры, полученные на поверхности и под землей от близких землетрясений или взрывов. Обычно обнаруживаемое увеличение амплитуд

на поверхности объясняется влиянием кратных отражений. В Японии выполнены многочисленные исследования такого типа [749, 750, 753—757; 1301, 1562, 1565]. См. также рис. 71. Подобные изучения амплитуд и фаз могут дать сведения о колебательных свойствах грунта, необходимые для технических целей. Изучение времен пробега в сейсморазведке позволяет определять только



рельеф границ слоев, но не дает непосредственной информации о колебательных свойствах слоев. Для прикладной сейсмологии имеет большое значение изучение трещин спектральным анализом записей микроземлетрясений. Трещины в твердом грунте возбуждают спектры с более короткими преобладающими периодами, чем трещины в мягком грунте [1486].

Утверждается (особенно японскими исследователями), что преобладающие периоды спектров микроземлетрясений характеризуют состояние грунта (почвы). Следовательно, записи землетрясений могут дать ценные сведения об ожидаемых разрушениях и помочь в составлении инструкций по сейсмостойкому строительству. Существует некоторое расхождение во мнениях относительно истинной природы волн, возникающих при микроземлетрясениях в присутствии почвенных слоев: установившимся являются объемные или же поверхностные волны? В первом слу-

чае наблюдаемые преобладающие периоды должны совпадать с максимумами, как показано на рис. 71, во втором случае они должны совпасть с минимумами кривых групповой дисперсии. Однако некоторые опыты такого рода, выполненные в Японии [132], не внесли ясность в этот вопрос, так как амплитудные максимумы и дисперсионные минимумы совпали. Желательно рассмотреть этот вопрос теоретически, чтобы решить, является ли выявленное совпадение общим свойством.

Разностные эффекты. Разработанные выше теории справедливы для случая горизонтальной слоистости. Сравнивая же два участка с различной слоистостью, можно встретить и случай наклонных слоев, когда, например, сравниваемые участки расположены недалеко друг от друга.

Для оценки количественного влияния местного геологического строения на движение грунта использовался один из вариантов способа спектральных отношений, основанный на понятии линейной системы [268]:

$$A(\omega) = S(\omega) M(\omega) C(\omega) I(\omega), \quad (14)$$

где $S(\omega)$, $M(\omega)$, $C(\omega)$, $I(\omega)$ представляют собой спектры соответственно источника, пути распространения волны, геологической среды и регистрирующей аппаратуры. Для двух участков наблюдения, характеризующихся амплитудой на осадках $A_s(\omega)$ и амплитудой на коренных (скальных) породах $A_b(\omega)$, функция источника одна и та же, поскольку сравнивается один и тот же сигнал, и функция пути пробега волны $M(\omega)$ также одна и та же (в случае близко расположенных участков приближение хорошее), но функция геологического строения $C(\omega)$ различная. Предполагая также идентичность инструментальных функций $I(\omega)$ и рассматривая только амплитудные спектры, получаем

$$|A_s(\omega)|/|A_b(\omega)| = |C_s(\omega)|/|C_b(\omega)|. \quad (15)$$

Это отношение, будучи функцией частоты, называется коэффициентом спектрального усиления и служит полезной характеристикой грунта. Очевидно, что это определение аналогично определению, которое обсуждалось выше [1437]. Важно отметить, что соотношение (15) можно применять только в том случае, когда участки находятся близко друг к другу, но имеют различные геологические строения. Если расстояние между сравниваемыми участками велико, то полные пути пробега волн будут сильно различаться и предположение о равенстве функций $M(\omega)$ не будет выполняться.

В результате обработки сейсмических записей землетрясений, ядерных взрывов и микросейсм в районе бухты Сан-Франциско с помощью способа спектрального усиления было найдено, что амплитуды и скорости движения частиц среды на почвенных участках во много раз больше, чем на скальных участках (закономерность проявляется особенно четко на горизонтальной состав-

дящей). Результаты по существу не зависели от характеристик источника, но влияние местного геологического строения было очень большим. Таким образом, на основе функций спектрального усиления можно с высокой точностью предсказать интенсивность землетрясений. Подобные результаты получены в [488].

В [1041] дано определение экспериментального коэффициента усиления, аналогично спектральному коэффициенту усиления, но при вычислении которого используются псевдоспектры относительной скорости (см. раздел 7.1.7) вместо амплитудных Фурье-спектров. Преимущество состоит в том, что без потери информации коэффициенты усиления сглаживаются и проще интерпретируются. Необходимость рассмотрения более сложных моделей строения, а не только плоско-слоистых приближений приведена в [267]. В [421] сообщается о влиянии рельефа местности в горах на спектры с увеличением амплитуд.

Выводы этого раздела имеют чрезвычайное значение для спектрального анализа сейсмических волн. Слоистость верхней части коры оказывает столь сильное искажающее влияние на волновые импульсы и спектры, что может сделать дальнейшее их изучение невозможным. Трудности заключаются не только в том, что сами влияния велики, но и в том, что характер влияния может измениться коренным образом с изменением характера слоистости. Чтобы учесть и исключить это влияние, может потребоваться столь детальное знание геологического строения, которое редко может быть обеспечено. Можно привести один пример обработки групповых данных. Например, для выполнения столь простой операции, как сложение трасс сейсмограмм различных сейсмографов, требуется подобие формы волновых импульсов. Если геологическое строение изменяется быстро, то такое суммирование будет неэффективным вследствие несходства слагаемых. В качестве примера можно сослаться на сеть станций в центральной Калифорнии, для которой методика простого суммирования оказалась неприемлемой. Главная причина — изменение характера слоистости осадочной толщи от станции к станции. В то же время в пределах Скандинавии, где почти все станции расположены на хороших скалистых породах (гранитах, гнейсах),

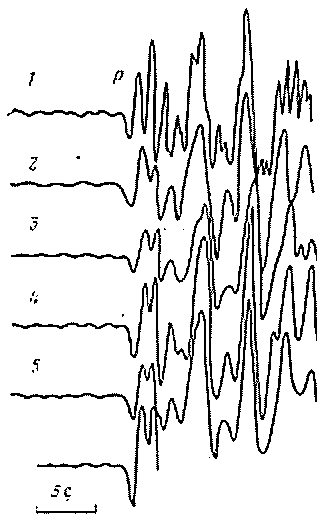


Рис. 72. Высокая степень подобия волн Р от Панамского землетрясения 26 июля 1962 г., зарегистрированных короткопериодными вертикальными сейсмографами на шведских станциях.

1 — Унсала, 2 — Кируна,
3 — Скальстуган, 4 — Гетеборг,
5 — Карлскруна [686]

операция суммирования дает хорошие результаты [686, 718, 1509], хотя расстояния между станциями намного больше, чем в Калифорнии. Впечатляющий пример сохранения подобия формы записи приведен на рис. 72. Изменчивость формы записи наблюдается на станциях групп LASA и NOR SAR [927]. Сигналы, регистрируемые Упсальской группой станций, расположенных в пределах однородного Балтийского щита, отличаются высокой степенью подобия, несмотря на то, что расстояние между отдельными станциями достигает 100 км. В то же время на станциях Штутгарт и Страсбург (расстояние 107 км) записи даже длиннопериодных волн Р сильно различаются [1148]. На основании этих и многих других подобных им примеров можно сделать следующие выводы: если спектры сейсмических волн должны использоваться для изучения характеристик очага или путей пробега, то нужно выбирать станции, расположенные на хороших коренных породах (предпочтительнее на гранитах), а не на осадочных слоях.

7.1.6. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗЕМНОЙ КОРЫ МЕТОДАМИ СЕЙСМОРАЗВЕДКИ

Целью всех видов геофизической разведки является выявление расположенных на сравнительно небольшой глубине от дневной поверхности геологических структур, имеющих экономическое значение, т. е. содержащих нефть, газ, твердые минералы или рудные тела. Способы фильтрации и спектральный анализ получили широкое применение во всех видах геофизической разведки. Много сведений по методике спектральных вычислений и спектральным свойствам сейсмических волн, наблюдаемых при полевых исследованиях земной коры и верхней мантии, содержится в книгах [48, 568]. Разумеется, нет возможности в рамках данной книги сделать обзор этой обширной области исследований. Применению спектрального анализа в гравиметрии и магнитометрии посвящена глава 10.

В сейсморазведке, где ставится задача обнаружения тонких поверхностных слоев, высокие требования к точности измерений необходимо сочетать с утонченными приемами обработки данных. Основная задача состоит в идентификации близко следующих полезных первичных сигналов на фоне ревербераций (многократных волн) и помех. Эффективное использование функций автокорреляции и свертки для решения этой задачи убедительно продемонстрировано в [151, 152]. Ретрокорреляция, используемая в [151], равнозначна свертке. При таком подходе из кратных отражений извлекается полезная информация. Например, первичное (однократное) отражение считается таковым, если за ним следуют кратные. Автокоррелограмма разреза позволяет определить с высокой точностью мощность слоя воды или приповерхностных слоев, а также коэффициент отражения от дна. Свертка помогает распознавать первичные и кратные волны, так как только послед-

ние проявляются на ретрокоррелограммах разреза. Возможно, что подобную методику обработки можно применять не только к сейсморазведочным записям, но и к обычным записям землетрясений на сейсмических станциях, которые также осложнены реверберациями в земной коре.

Не только сейсмические записи, но и данные глубинного сейсмического зондирования земной коры часто осложнены интерференционными вступлениями, реверберациями и помехами. Способ обработки, предложенный в [1976], основан на вычислении функции взаимной корреляции между анализируемой записью и некоторым эталонным сигналом, причем предполагается, что функция источника в обоих случаях одинакова. Изучаются временные сдвиги, при которых взаимная корреляционная функция максимальна. Успех способа определяется наличием различий в частотных спектрах (амплитудных, фазовых) интерферируемых вступлений и помех. Этот способ обработки полевых сейсмограмм является более точным по сравнению с приемами визуальной обработки.

На эффективность глубинных сейсмических зондирований влияют такие факторы, как параметры источника, мощность возбуждения, расположение относительно линии наблюдения, а также отношение сигнал/помеха. На основе работ, проводимых в СССР, сделан вывод о том, что спектры волн от взрывов не зависят от мощности взрыва, но взрывы на суше генерируют более высокочастотные волны, чем взрывы на море, с максимумами спектров соответственно на 10 и 5 Гц.

В [379] изучались глубинные отражения от границ в земной коре на Канадском щите. По энергетическим спектрам можно заключить, что большая часть энергии отраженных волн сосредоточена в полосе частот 5—15 Гц. Этот факт говорит о существовании резких сейсмических границ с переходным слоем, мощность которого не превышает 0,5 км. В упомянутой работе подчеркивается, что с помощью метода отраженных волн, благодаря его более высокой разрешающей способности, можно выявить больше структурных деталей, чем с помощью метода преломленных волн. От взрывов в Альпах [1080] получены спектральные пики на 4,0 и 2,3 Гц, вызванные, вероятно, кратными отраженными волнами P и S в волноводе (отношение 4,0/2,3 равно 1,74, т. е. отношению скоростей продольной и поперечной волн).

По аналогии с разделом 6.5 можно и для случая взрывного воздействия записать уравнение распространения сейсмической волны, содержащее параметры источника и приемника и пути пробега. Подобным же образом при выводе различных соотношений, связывающих, например, амплитуду и мощность источника, амплитуду и расстояние, можно пользоваться приемами уравнения (компенсации). Нет смысла повторяться, поскольку схема аналогична той, которая использовалась при рассмотрении телесеизмических событий.

Кроме импульсных источников волн (взрывы, удары) в сейсморазведке нашли применение и вибрационные системы, излучающие в течение некоторого времени непрерывный волновой цуг. Поскольку этот метод является наиболее эффективным для широкого использования корреляционных функций, объясним его основы. Пусть излучаемый сигнал

$$f_1(t) = s(t), \quad (16)$$

а принимаемый (регистрируемый)

$$f_2(t) = g(t) * s(t) + n(t), \quad (17)$$

где $g(t)$ — импульсная реакция грунта, а $n(t)$ — помеха. Тогда согласно разделу 3.1.2 функция взаимной корреляции сигналов $f_1(t)$ и $f_2(t)$

$$C_{12}(t) = f_2(t) * f_1(-t) = [g(t) * s(t) + n(t)] * s(t) = g(t) * C_{11}(t) + n(t) * s(-t) = g(t) + n(t) * s(-t) \approx g(t). \quad (18)$$

Это равенство удовлетворяется, если $C_{11}(t)$ приближается к дельта-функции Дирака $\delta(t)$, т. е. когда она имеет большое значение центрального максимума $C_{11}(0)$, что соответствует широкополосному энергетическому спектру [вспомним, что спектр функции $C_{11}(0)$ представляет собой спектр полной энергии, см. раздел 3.3.3]. Отношение сигнал/помеха получается высоким из-за большой мощности и благодаря выбору такого сигнала $s(t)$, который позволяет осуществить эффективную фильтрацию помехи (второй член приведенного выше равенства). При таких условиях функция взаимной корреляции между известным задающим сигналом и регистрируемым равна функции импульсной реакции $g(t)$. Более подробно это дано в [551]. Фурье-преобразование функции $g(t)$ дает переходный коэффициент системы $G(\omega)$. Функция $G(\omega)$, как обычно, содержит информацию об амплитудной характеристике (поглощение) и фазовой характеристике (фазовые скорости) системы.

Поучительно сравнить этот случай со случаем импульсного источника волн. При импульсном возбуждении излучаемый сигнал, по меньшей мере в идеализированном случае, имеет вид

$$f_1(t) = s(t) = \delta(t), \quad (19)$$

а принимаемый сигнал

$$f_2(t) = g(t) * s(t) + n(t) = g(t) * \delta(t) + n(t) = g(t) + n(t) \approx g(t) \quad (20)$$

при условии, что в $s(t)$ сконцентрировано достаточно много энергии, чтобы сделать $n(t)$ пренебрежимо малым. Тогда $f_2(t)$ будет содержать ту же информацию, что и $C_{12}(t)$ в случае вибрационного источника. Чтобы получить подобные эффекты, импульсному источнику необходимо иметь очень большую энергию, а вибрационному достаточно иметь большой только полную энергию, а энергия в отдельные моменты времени может быть намного ниже. В вибросейсмическом способе скорости вычисляются только по разностям фаз между точками наблюдения вдоль некоторого

профиля (момент взрыва отсутствует). При импульсном возбуждении можно использовать тот же подход или вычислять скорости с учетом момента взрыва (последний способ наиболее употребительный).

В родственном, хотя и отличном от описанного методе используется последовательность равномерно распределенных импульсов, возбуждаемых электрическим путем. Возникающие высокие частоты удобны для изучения мелких деталей строения разреза. Спектральное изложение этого способа, являющееся по существу примером 15 из табл. 5, дано в [1059].

Для сейсмической разведки на суше кроме вибросейсмического были разработаны и другие способы. Обзор этих способов с описанием параметров источника и приемника, форм импульсов и спектральных характеристик приведены в [1498]. Например, при подземных взрывах получаются широкополосные спектры (пример 9 из табл. 5), а при ударах на поверхности (при бросании груза) — низкочастотные спектры.

Воздушные взрывы (над поверхностью земли) интересны в связи с возможным их применением в сейсморазведочных целях и при исследовании ядерных взрывов. В таких случаях взрыв производит давление на некоторую кольцевую поверхность. Зависимость давления от расстояния вдоль диаметра $p(x)$ можно приблизительно представить прямоугольной функцией (или лучше какой-либо весовой функцией с пологими краями из раздела 4.4), поэтому преобразование по волновому числу $P(k_x)$ будет синк-функцией (пример 1 из табл. 5). Чем больше длина функции $p(x)$, тем больше малые волновые числа преобладают в $P(k_x)$. Телесейсмические записи ядерных взрывов свидетельствуют о том, что при воздушных взрывах записи более низкочастотные, чем при подземных.

7.1.7. ПРИКЛАДНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

Прикладная сейсмология является областью науки, непосредственно связанной с вибрациями и разрушениями, причиняемыми землетрясениями различным сооружениям, зданиям, плотинам, мостам и т. п. Эта область, имеющая огромное практическое значение, тесно связана с изучением вибраций грунта и строений, а также их взаимодействием. Очевидно, что спектральный анализ играет большую роль в таких исследованиях. Полезный обзор применения спектральных методов в этой области сделан в [1140].

Техническая сторона проблемы (вибрация и разрушение строений) находится за пределами геофизики и поэтому не будет рассматриваться в книге. В то же время мы сообщим некоторые сведения по технике измерения вибрации грунта, так как эти вопросы тесно связаны с предыдущими разделами по геологическому строению верхней части разреза.

Спектр ускорений представляет собой компактное и содержательное описание движения грунта в виде, удобном для техниче-

ческих приложений. В качестве типичного примера можно привести опубликованные в [669] спектры сильных движений, вызванных землетрясениями в США. Эти спектры сильно зависят от коэффициента затухания движения n , содержащегося во множителе типа $e^{-n\omega t}$. Это означает, что $n\omega$ равно a_i в формуле для затухающего синусоидального движения (см. раздел 3.6.1). Коэффициент затухания зависит от строения грунта и выражается как отношение фактического затухания к критическому. Однако есть данные, свидетельствующие о том, что по ускорению не всегда можно судить о масштабе разрушений. В [1200] утверждается, что более правильные оценки прогнозируемых разрушений получаются по скоростям, а не по ускорениям или смещениям, взятым в отдельности.

Не вдаваясь в детали, можно утверждать, что любая структура ведет себя как фильтр, в простейшем случае как линейная система с одной степенью свободы. Движение в любой точке структуры (даже в фундаменте здания) обладает спектром, который является произведением спектра движения грунта (вход) на функцию системы (передаточный фактор) (см. раздел 6.1). Последний является откликом или спектром отклика структуры, согласно определению отклика сейсмографа. Однако в прикладной сейсмологии отклик или спектр отклика часто отождествляют с фактическим выходом. Это, естественно, предопределяет зависимость отклика также и от входной функции. Спектры отклика могут иметь вид спектров смещений, скорости движения частиц среды и ускорений.

В связи с обсуждением в разделе 2.2 следует отметить еще один момент. Спектр ускорений, определяемый фактически как спектральная плотность ускорения, т. е. ускорение, приходящееся на единичный интервал частоты, является по существу спектром скоростей. Другими словами, для колебания $y = A \sin \omega t$, $y' = A\omega \cos \omega t$, $y'' = -A\omega^2 \sin \omega t$ имеем амплитуду A , скорость $A\omega$, ускорение $A\omega^2$. Следовательно, ускорение, приходящееся на единичный интервал частоты, равно скорости:

$$A\omega^2/\omega = A\omega.$$

Аналогично, скорость, приходящаяся на единичный частотный интервал, равна амплитуде:

$$A\omega/\omega = A.$$

Если имеем на входе ускорение $a(t)$, а системная функция здания равна $e^{-n\omega t} \sin \omega t$, где ω — собственная частота незатухающих колебаний системы, то на выходе получаем

$$\begin{aligned} a(t) * e^{-n\omega t} \sin \omega t &= \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau) e^{-n\omega(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau = \\ &= \int_0^t a(\tau) e^{-n\omega(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (21)$$

если функция $a(\tau)$ определена на интервале $0 \leq \tau \leq t$. На выходе получаем скорость и функцию n (отношение фактического затухания к критическому), ω (частоту) и t (время). Такие выходы, максимизированные по t , образуют так называемые спектры скорости отклика, один из примеров которых показан на рис. 73. Другие примеры можно найти в [375, 682, 668] и во многих других источниках.

Рис. 73. Спектры, полученные по акселерограммам сан-францисского землетрясения 22 марта 1957 г.

a — спектр скоростей [681] (спектры скоростей построены для значений затухания 0, 2,5, 5, 10, 15 и 20% от критического); b — энергетический спектр по [905], сплошной линией показан сглаженный энергоспектр

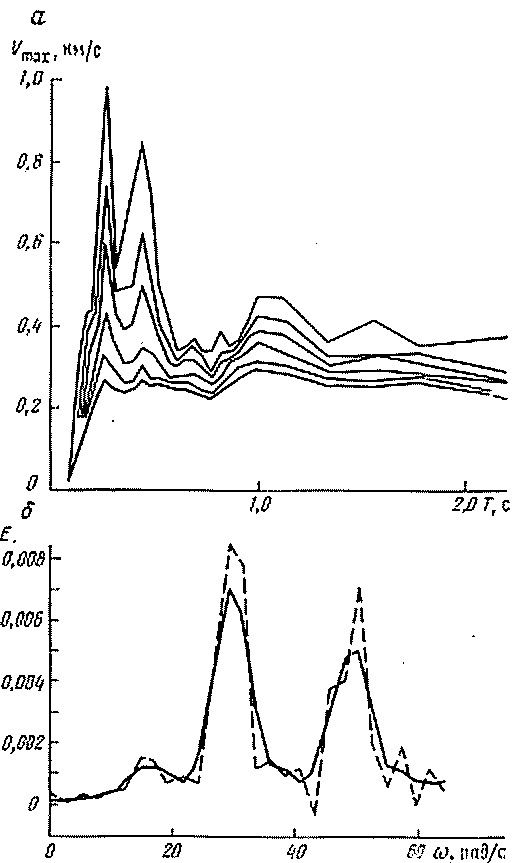


Схема обработки выглядит следующим образом: 1) берут наблюдаемую акселерограмму $a(t)$; 2) вычисляют по (21) спектр скорости отклика и обозначают через V ; 3) по V/ω находят спектр смещений, а по ωV — спектр ускорений.

Эти простые соотношения между тремя спектрами позволяют изобразить их вместе в виде так называемой трехсторонней диаграммы (см. раздел 5.4.3). Хотя эти соотношения приближенные, но точность их достаточна для большинства задач прикладной сейсмологии [679, 1576, 315]. Иногда для обозначения прибли-

женных спектров используется термин псевдоспектры, например псевдоспектр скоростей, вычисленный выше. Для структур более чем с одной степенью свободы можно получить приближенные отклики путем совмещения спектров отклика [377].

При спектральном анализе акселерограмм $a(t)$ не следует забывать о следующих факторах:

1. Введение поправок за ложную нулевую линию (см. раздел 4.2.4 и [697, 1277, 1431, 1519]).

2. Выбор анализируемой длины записи. В [315] показано, что при затухании, равном всего 2% от критического, достаточно использовать лишь самую активную часть $a(t)$, тогда как при нулевом затухании нужна вся акселерограмма.

3. Коррекция за частотную характеристику аппаратуры. Она особенно важна для частот выше собственной частоты регистратора (сейсмографа или акселерографа) [726].

4. Погрешности дискретизации (см. раздел 4.2, а также [697, 1066, 1277, 1435]).

В результате детального анализа различных источников погрешностей при обработке акселерограмм сильных движений в [1277] сделан вывод о том, что акселерограммы во многих отношениях не годятся для определения спектров. При обсуждении нового способа вычисления спектров отклика в [1066] было обращено внимание на то, что погрешности дискретизации являются главным фактором, ограничивающим точность вычисляемых спектров. Они могут легко привести к погрешностям вычисления спектров в 15—20%. Быстрый и точный цифровой способ вычисления спектров отклика был предложен в [200]. Скоростные спектры можно, естественно, использовать при изучении сильных движений от любых источников, а не только от землетрясений. Один из последних и важных примеров — изучение смещения грунта в окрестности подземного ядерного взрыва. Так, в [920] установлена зависимость скоростных спектров от мощности взрыва и расстояния.

Скоростные спектры находят также применение при определении интенсивности возбуждения. Это более точный способ по сравнению со способом использования обычных шкал интенсивностей. Методика определения состоит в вычислении площади под кривой скоростного спектра между заданными частотами. Изучалась зависимость определенных таким способом интенсивностей от других переменных (локального геологического строения, глубины источника и т. п.).

В [681] приведены примеры использования меры интенсивности, где выявлена четкая зависимость интенсивности от локального геологического строения по данным сан-францисского землетрясения 22 марта 1957 г. В [367] утверждается, что вертикальная интенсивность составляет около 20—30% от горизонтальной интенсивности. Аналогичные определения интенсивности выполнены в Италии [388]. Интенсивность по определению, данному

здесь, является интегральной величиной, относящейся к некоторому интервалу частот. Можно взять сравнительно узкий интервал и вычислять зависимости относительной интенсивности от частоты. Таким способом было найдено, что интенсивность уменьшается с глубиной, а слой мягкой глины усиливает движение путем резонансных явлений [1576], а также что отношение интенсивностей аллювия и скальной породы меньше 3. В [376] помещена техническая шкала интенсивностей, основанная тоже на спектрах скоростей, но более детальная и надежная.

При составлении карт сейсмического риска предложено вместо интенсивности, определяемой по некоторой шкале, использовать определенные спектральные параметры [63]. Предложение нужно доработать в деталях, а чтобы оценить его надежность, требуется проверка на фактическом материале.

Спектры скоростей при отсутствии затухания отличаются от спектров Фурье акселерограмм только тем, что для построения спектров скоростей используются максимальные значения. Эти два вида спектров отличаются весьма незначительно [679]. Затухание уменьшает и сглаживает спектры [726]. В [466, 874] вместо спектров отклика использовались Фурье-спектры акселерограмм. В [1415] приводятся выражения для спектральной плотности энергии ускорения $a(t)$ и подчеркивается, что этих выражений достаточно для описания спектральных характеристик движения грунта (за исключением эффектов затухания) и нет необходимости вводить спектры скоростей. В работе [903] отдается предпочтение автокорреляционной функции и энергетическим спектрам акселерограмм, рассматривая при этом землетрясения как случайные процессы. Интересно сравнить энергетические спектры и скоростные спектры отклика, вычисленные по одним и тем же акселерограммам (см. рис. 73). Функции спектральной плотности энергии были использованы также в [1170].

Всем рассмотренным спектрам присущ один недостаток — они дают лишь обобщенную картину и не развертывают процесс во времени, что может оказаться очень важным, если принять во внимание нестационарную природу движения. С целью устранения этого недостатка был изобретен способ вычисления текущих спектров или эволюционных энергетических спектров по акселерограммам (см. раздел 3.6.5) [904]. На основе текущих спектров было показано, что спектральная плотность энергии может изменяться во времени (в пределах временной длительности акселерограммы) как по амплитуде, так и по расположению пиков. Были также разработаны способы вычисления зависящих от времени спектров амплитуд и ускорений сильных движений [1430, 1432] с изображением результатов в том виде, который применяется в спектрографах (см. разделы 1.6 и 7.2.2). В [1430] введено понятие спектра огибающей откликов $A(t, \omega)$ для смещения грунта, скорости $\omega A(t, \omega)$ смещения грунта и ускорения $\omega^2 A(t, \omega)$ смещения грунта, получаемого в виде огибающей

записей ряда систем с одной степенью свободы, имеющих различные отклики (процесс, напоминающий узкополосную фильтрацию). Эта методика анализа позволила сделать заключение о том, что наибольшим разрушительным действием обладают поверхностные волны [1430]. Это заключение явилось одновременно предупреждением против переоценивания значения вертикально падающих волн, рассмотренных в первых разделах данной главы. В то же время на основе хорошего совпадения расчетных и наблюдаемых движений грунта для различных почв и коренных пород, в [1278] сделан вывод о том, что в полосе периодов от 0 до 2 с технические характеристики определяются, в первую очередь, волнами, распространяющимися вверх от подстилающих скальных пород. Однако слишком большие надежды на успех этого дела были подчеркнуты работой [680], где были продемонстрированы изменения в спектрах откликов от точки к точке. Чтобы объяснить эти изменения, недостаточно ссылки на локальное геологическое строение; возможно, значительное влияние оказывают рельеф дневной поверхности и тектоническое строение верхней части разреза, поскольку спектры откликов зависят и от направления подхода волн. Последнее ясно показывает сложность проблем, возникающих при составлении надежной карты сейсмического риска.

Подводя итог, можно напомнить, что использовались следующие виды спектров акселерограмм движений от мощных воздействий:

- 1) спектры плотности ускорений, Фурье-спектры;
- 2) скоростные спектры отклика, псевдоспектры;
- 3) спектры плотности энергии;
- 4) эволюционные спектры плотности энергии;
- 5) спектры огибающей откликов.

7.1.8. ОПЫТЫ НА МОДЕЛЯХ

С целью изучения изменений спектральных характеристик волн, отраженных и преломленных на внутренних границах среды, в дополнение к теоретическим и экспериментальным исследованиям нашло полезное применение и ультразвуковое моделирование. Изучены следующие модели среды: 1) слой с промежуточной скоростью и резкими границами; 2) переходный слой с линейным изменением скорости; 3) пилообразные границы.

Во всех случаях для длин волн, сравнимых с мощностями слоев или размерами неоднородностей, модель действует как фильтр низких частот, причем заметно различие в спектральном составе преломленных (головных) волн и прямых волн. В случае 3 фильтрующий эффект объясняется рассеиванием на неоднородностях границы.

Опыты на моделях подтверждают особую важность соотношения между используемыми длинами волн и мощностями слоев. Влияние слоистости на длинные волны невелико, но оно стано-

вится ощутимым, когда длины волн сравниваются с мощностями слоев. Из полевых экспериментов можно отметить пикс предпологаемого тонкого переходного слоя у границы Мохоровичича. Опыты на моделях помогут в выборе правильной методики полевых наблюдений для обнаружения любого подобного переходного слоя.

В работах [201, 672, 1057, 1058, 1324] приведены данные использования спектрального анализа (иногда вычислялись амплитудный и фазовый спектры) по модельным и полевым данным.

Еще один пример использования спектральных методов при модельных экспериментах — способ резонирующей сферы, когда вырезанную из испытуемого образца сферу заставляют колебаться, создавая аналогию свободным колебаниям Земли. По наблюдаемым спектрам можно вычислить упругие константы образца [1347]. В литературе можно найти и другие примеры использования спектральных методов при обработке результатов моделирования.

7.2. РЕГИОНАЛЬНЫЕ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА (ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ)

В течение более чем двадцати лет для изучения строения земной коры и верхней мантии используется дисперсия поверхностных волн. В большинстве этих исследований спектральный анализ не применялся. Однако в более позднее время и при изучении дисперсии находят все более широкое применение различные спектральные способы. Для простоты изложения будем различать способы изучения фазовой и групповой скоростей, хотя они частично перекрываются.

7.2.1. ДИСПЕРСИЯ ФАЗОВОЙ СКОРОСТИ

Способ фазового сдвига. Вопросы применения Фурье-анализа для изучения дисперсии поверхностных волн обсуждены в работах [1466, 1255—1259]. В этом способе используются записи одной и той же волны на двух станциях или же последовательные вступления мантийных волн на одной станции.

Уравнение (58₂) главы 6

$$\Phi_X = \Phi_S + \Phi_P + \Phi_1 + 2\pi t \quad (22)$$

Запишем теперь в более ясном по отношению к поверхностным волнам виде. Фаза источника записывается как

$$\Phi_S = \varphi_S + \pi/4, \quad (23)$$

где φ_s — начальная фаза, а $\pi/4$ — опережение фазы в источнике [114, 193, с. 47]. Влияние пути пробега на фазу складывается из

$$\Phi_p = \omega t - \frac{\omega}{c} r + \frac{m\pi}{2}. \quad (24)$$

\uparrow опережение фазы $-$ запаздывание фазы $+$ опережение фазы

Последний член (24) описывает опережения фаз для энциентральных и периферийных вступлений, $m = 0, 1, 2 \dots$ [297]. Фазовый сдвиг равен $\pi/2$ только для сферически симметричной Земли; для реальной Земли это значение можно взять как приближенное, по меньшей мере при использовании длиннопериодных поверхностных волн [117]. Инструментальная реакция входит как запаздывание фазы, поэтому, соблюдая непротиворечивость записи, положим $\Phi_1 = -\varphi_1$. Подставив данные определения в (22), получаем

$$\Phi_x = \varphi_s + \frac{\pi}{4} + \omega t - \frac{\omega}{c} r + \frac{m\pi}{2} - \varphi_1 + 2n\pi, \quad (25)$$

где все фазы отсчитываются от одного нуля ($t = 0$), а t является временем одной из фаз, например, пика. Данное уравнение, решенное относительно начальной фазы φ_s или фазовой скорости c , употребляется в тех случаях, когда измерения произведены во временной области [114, 289, 296, 298].

Если измерения произведены в частотной области, уравнение (25) следует преобразовать с помощью подстановки (рис. 74).

$$\omega t = \omega t_0 + \varphi(\omega), \quad (26)$$

где t_0 — начало временной весовой функции, используемой при Фурье-анализе, а $\varphi(\omega)$ — фаза, отсчитываемая от t_0 . В результате подстановки получаем

$$\Phi_x = \varphi_s + \frac{\pi}{4} + \omega t_0 + \varphi(\omega) - \frac{\omega}{c} r + \frac{m\pi}{2} - \varphi_1 + 2n\pi. \quad (27)$$

Взяв теперь две станции 1 и 2, расположенные в одном азимуте относительно землетрясения, и опознав идентичные фазы на этих станциях, получим

$$\begin{aligned} \Phi_{x_1} &= \varphi_s + \frac{\pi}{4} + \omega t_{01} + \varphi_1(\omega) - \frac{\omega}{c} r_1 + \frac{m_1\pi}{2} - \varphi_1 + 2n_1\pi = \\ &= \Phi_{x_2} = \varphi_s + \frac{\pi}{4} + \omega t_{02} + \varphi_2(\omega) - \frac{\omega}{c} r_2 + \frac{m_2\pi}{2} - \varphi_1 + 2n_2\pi. \end{aligned} \quad (28)$$

Полагая для этих двух станций одинаковыми начальные фазы и инструментальные реакции, а также $m = m_2 - m_1$ и $n = n_2 - n_1$, получим следующее выражение для фазовой скорости:

$$c(\omega) = \frac{\omega(r_2 - r_1)}{\omega(t_{02} - t_{01}) + [\varphi_2(\omega) - \varphi_1(\omega)] + m\pi/2 + 2n\pi}. \quad (29)$$

Заметим, что добавленный член $2n\pi$ отражает наличие фазовой неоднозначности в частотной области, аналогичной неоднозначности отождествления пиков на двух станциях во временной области [1046].

Рассмотренный способ применим к волнам любого типа: в случае поверхностных волн по сдвигу фаз определяется истинная фазовая скорость, в случае объемных волн — кажущаяся скорость вдоль группы станций наблюдений, т. е. практически вдоль земной поверхности. В обоих случаях схема вычислений одинакова. Многозначный член $2\pi n$ не дает единственного определения функции $c(\omega)$ выражения (29). Чтобы выбрать правильное значение n , нужна дополнительная зависящая информация о скоростях. По величинам $\varphi_1(\omega)$ и $\varphi_2(\omega)$, найденным из спектров (исправленных за инструментальную характеристику, если применялись неодинаковые регистраторы), для проверяемых значений n строят графики зависимости $c(\omega)$ от частоты ω или периода. Обычно эти кривые разделены друг от друга так, что разумный результат получается при каком-то одном значении n . Преимущество Фурье-анализа перед обработкой во временной области становится особенно заметным, когда запись по характеру нерегулярные, с высоким уровнем помех (т. е. с низким отношением сигнал/помеха) или слишком длиннопериодные и точный отсчет пиков и впадин во временной области становится невозможным.

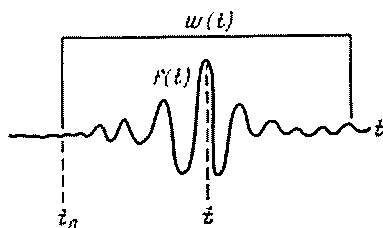


Рис. 74. Время вступления фазы колебаний (t) и начало временной весовой функции Фурье (t_0).

При изучении мантийных поверхностных волн с помощью формулы (29) часто используется только одна станция и последовательные цуги мантийных волн. В таком случае очень важно использовать волны, которые отошли от источника в одном и том же направлении (например, объединить только нечетные $G_1, G_3, G_5, \dots, R_1, R_3, R_5, \dots$ или только четные номера цугов волн), так как иначе может быть введена дополнительная разность фаз, зависящая от начальных фаз.

В данном случае мы находили отдельно преобразования Фурье функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ и затем получали разность фаз между двумя преобразованиями. Возможна другая, но эквивалентная схема вычислений:

- 1) определяется функция взаимной корреляции $f_1(t)$ и $f_2(t)$;
- 2) определяется взаимный энергетический спектр $E_{12}(\omega)$ функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ посредством Фурье-преобразования их взаимной корреляционной функции;
- 3) фаза функции $E_{12}(\omega)$ дает искомую разность фаз между $f_1(t)$ и $f_2(t)$. Это видно из соотношений раздела 3.3.4:

$$E_{12}(\omega) = F_1^*(\omega) F_2(\omega) = |F_1(\omega)| e^{-i\Phi_1(\omega)} |F_2(\omega)| e^{i\Phi_2(\omega)} = |F_1(\omega)| |F_2(\omega)| e^{i[\Phi_2(\omega) - \Phi_1(\omega)]}. \quad (30)$$

Из многочисленных примеров использования способа фазового сдвига назовем следующие:

1. Изучение обычных поверхностных волн на записях: землетрясения в южной Атлантике в августе 1953 г. [1257], землетрясений в Новой Гвинее в феврале 1938 г., на Камчатке в ноябре 1952 г. [1258]; землетрясений в Греции, зарегистрированных в Финляндии [1072]; обработка волн Лява от алеутского землетрясения в марте 1957 г. [123]. С целью изучения строения земной коры этот способ использовался как в упрощенном варианте [229], так и для совместной обработки волн Релея и Лява основного типа [963]. Кроме того, способ применялся для точечных определений фазовой скорости волн Лява в Северной Америке [1517]. Фазовые скорости релеевских волн на Русской платформе, найденные спектральным способом, согласуются с погрешностью до 1% со скоростями, определенными фазовой корреляцией [273]. Данные о дисперсии групповой скорости, необходимые для расчетов лучевым способом, были найдены путем дифференцирования фазовых скоростей, определенных способом сдвига с применением БПФ [1404].

2. Способом фазового сдвига широко изучались мантийные поверхностные волны: мантийные волны Лява от перуанского землетрясения в январе 1960 г. [196], пять различных землетрясений, зарегистрированных на двух станциях [1417], аляскинского землетрясения 1964 г. [1416], мантийные релеевские волны от трех землетрясений, зарегистрированных в Толедо и Малаге [914], мантийные волны Релея и Лява от землетрясений на Курильских островах в 1963 г. на Алеутских островах в 1964 г., зарегистрированные многими станциями [762], мантийные волны Релея и Лява [1361]. Этот способ был применен также к G-волнам, но при этом были высказаны некоторые сомнения относительно значимости подобных результатов, ввиду спектральной изменчивости [117].

Этим способом изучались также возбуждаемые взрывом волны при регистрации на ледяном покрове [1255] и волны от небольших близких взрывов [813]. Способ использовался для определения кажущихся скоростей волн Р, возбужденных взрывом, но при этом не было обнаружено дисперсии в полосе частот 5—10 Гц [1259], а также для проверки способа путем модельных экспериментов с волнами изгиба.

Установлено, что применение фильтрации повышает точность определения фаз по сравнению с Фурье-анализом; она уничтожает большую часть помех (шум, поверхностные волны). Например, использовалась низкочастотная фильтрация мантийных волн Лява и Релея [1417], а также совмещение полосовой фильтрации с приемами фазовой корреляции [1073]. Еще более эффективными являются переменные во времени фильтры [866, 1361]. Способ фазового сдвига основан на сравнении фаз, а способы, описываемые ниже, основаны на изучении амплитуд на двух станциях.

Способы суммирования и перемножения записей. Эти способы возникли из очевидного факта, заключающегося в том, что сумма или произведение двух связанных между собой записей принимает максимальное значение, когда эти две записи совпадают по фазе. Если взять две записи в точках, находящихся на некотором расстоянии, и, сдвигая по оси времени одну запись относительно другой, вычислять шаг за шагом суммы или произведения, то можно достичь такого момента, когда эти величины примут максимальные значения. Этому моменту соответствует временной сдвиг между записями, по которому можно вычислить фазовую скорость. Оба способа [248] основаны на этих принципах и включают следующие основные процедуры, если начинать с дискретизованных записей.

С п о с о б с у м м и р о в а н и я .

1. Переменная во времени фильтрация, регулируемая в соответствии с независимо определенными кривыми дисперсии групповой скорости, для получения сглаженной кривой дисперсии фазовой скорости.

2. Дискретный сдвиг во времени, соответствующий приращению фазовой скорости.

3. Формирование сумм или разностей записей:

$$A_1 \cos \omega t \pm A_2 \cos (\omega t + \varphi) = \max \quad (31)$$

при $\varphi = n2\pi$ и $\varphi = (2n + 1)\pi$ соответственно для знаков плюс и минус ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$).

4. Фурье-анализ сумм или разностей.

5. Изображение амплитуд в виде изолиний на графике с координатами фазовая скорость и период.

6. Проведение кривой дисперсии фазовой скорости через максимальные амплитуды графика. Затем производится обработка способом стационарной фазы [193, с. 43—49].

С п о с о б п е р е м н о ж е н и я .

1. Записи взвешиваются с помощью весовой \cos^2 -функции.

2. Осуществляется узкополосная цифровая фильтрация, центрированная на различных периодах.

3. Сдвиг по временной оси (пункт 2 предыдущего способа).

4. Перемножение записей:

$$A_1 \cos \omega t A_2 \cos (\omega t + \varphi) = (A_1 A_2 / 2) [\cos (2\omega t + \varphi) + \cos \varphi]. \quad (32)$$

5. Определение постоянной составляющей, которая максимальна, когда записи совпадают по фазе.

6. Изображение постоянной составляющей на графике с теми же координатами, что в предыдущем способе.

7. То же, что и в способе суммирования под пунктом 6.

В способе перемножения не используются никакие виды Фурье-преобразований и согласно [248] он дает лучшие результаты (рис. 75, а). Оба способа являются двустационарными. Это озна-

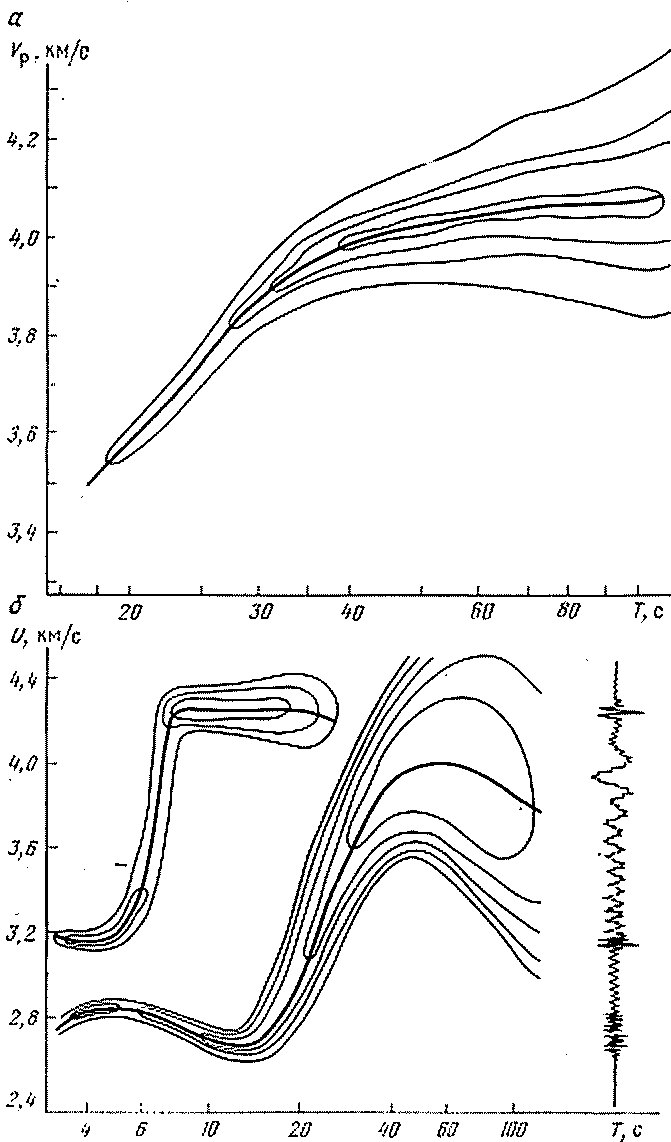


Рис. 75. Диаграмма фазовых скоростей, найденная путем перемножения записей релеевских волн [248] (а), и определение групповых скоростей способом многократной фильтрации сейсмограмм, содержащих основную и первую гармоники релеевских волн [474] (б)

чает, что должны выбираться такие события, азимуты которых почти одинаковы для обеих станций.

Далее рассмотрим способы определения фазовых скоростей по данным групп или сетей станций и начнем с треугольной группы.

Способ треугольной группы. Этот способ определения фазовых скоростей был предложен в середине 1950-х годов [1173]. Способ применялся в США, Японии и Скандинавии. Были использованы сами наблюдения, без спектрального анализа. Позднее для обработки наблюдений на треугольных группах стали применяться спектральные методы [815, 816, 1155]. Данные по фазовым скоростям релеевских волн использовались при изучении строения земной коры и верхней мантии в районе Альп [816]. В этой работе подробно описан алгоритм обработки данных, включающий переменную во времени фильтрацию. Алгоритм оказался эффективным даже в районе с такой сложной и изменчивой тектоникой, как Альпы. Подчеркивается, что к результатам, основанным на использовании только двух станций, расположенных на одной линии с эпицентром, следует подходить с большой осторожностью из-за влияния латеральных неоднородностей. Рекомендуется ознакомиться также с работами [817, 1288]. Аналогичное изучение фазовых скоростей релеевских волн было выполнено на Пиренейском полуострове [1135]. Обнаружено, что направление подхода волны зависит от частоты. Такая зависимость вполне объясняется наличием в разрезе латеральных неоднородностей различного распространения в глубину. Более подробные сведения можно получить с помощью групповых расстановок, содержащих три станции и более.

Частотно-волночисловой способ. С внедрением в практику работ групповых станций стало возможным подвергать наблюдаемые данные двумерному преобразованию Фурье. С его помощью временно-пространственные наблюдения представляются в частотно-волночисловой области (см. раздел 2.5.1):

$$F(\omega, k) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(t, x) e^{-i(\omega t + kx)} dt dx. \quad (33)$$

Амплитуды $|F(\omega, k)|$ или соответствующие значения энергии $F(\omega, k)$ обычно изображаются в виде изолиний на графиках с координатами частота и волновое число [901]. Подобный вид графиков мы встречали при обсуждении скоростной фильтрации (см. раздел 6.4.1). Такие представления используются не только для целей фильтрации, но и при изучении дисперсии. Фазовая c и групповая U скорости тесно связаны с ω и k :

$$c = \omega/k, \quad (34)$$

$$U = d\omega/dk.$$

Кривая, проведенная вдоль максимальных значений амплитуды или энергии, на ωk -диаграммах дает дисперсию фазовой скорости, а касательные к этой кривой дают дисперсию групповой скорости. Амплитуда и энергия изменяются вдоль дисперсионной кривой самым удивительным образом; это объясняется неодинаковым возбуждением в источнике различных частот и неодинаковым затуханием. Следовательно, это своего рода диаграмма дисперсионная кривая, упрощенная модификация которой уже введена в [195].

Частотно-волночисловой способ в принципе позволяет получать лучшее разделение волн, чем это возможно во временной области, несмотря на ограничения, налагаемые боковыми экстремумами пространственных и временных весовых функций, используемых в преобразованиях данных [900].

При изучении этим способом приповерхностной дисперсии релеевских волн, возбужденных взрывом, было найдено [901], что оптимальная последовательность операций следующая: сначала выравниваются спектральные амплитуды («стохастизация») записи, затем вычисляются двумерные корреляционные функции, которые преобразуются в энергетические спектры. Для геологической интерпретации дисперсионных кривых в условиях резко пересеченного рельефа местности важно использовать только станции, лежащие на одной линии, но даже в этом случае могут возникнуть трудности из-за изменчивости тектоники (и превышений над уровнем моря) между станциями.

В одной из модификаций частотно-волновых спектров в качестве осей координат используются волновые числа (k_x, k_y), а графики энергии или амплитуды в виде изолиний составляются для каждой из исследуемых частот. Эта модификация очень удобна для обработки записей групповых станций, так как кроме информации о дисперсии такие графики содержат сведения о направлении подхода поверхностных волн. Данная модификация частотно-волночислового способа использовалась для обработки записей группы LASA [335]; сделан вывод о том, что в большинстве случаев распространения релеевских волн по многим путям объясняются боковой рефракцией на краях континентов. Этим же способом удалось распознать наложенные друг на друга дуги поверхностных волн различного происхождения [337].

7.2.2. ДИСПЕРСИЯ ГРУППОВОЙ СКОРОСТИ

В отличие от фазовой скорости, большинство способов определения которой основано на использовании двух станций и более, групповую скорость можно определять по записям только одной станции. Это вполне естественно, поскольку групповая скорость получается простым делением эпицентрального расстояния на соответствующее время пробега. Выполнено много подобных исследований строения земной коры и верхней мантии по непосредственным отсчетам с сейсмограмм без спектрального анализа.

Поскольку групповую скорость можно получить дифференцированием фазовой скорости, все описанные выше способы определения фазовой скорости можно считать пригодными для определения групповой скорости после выполнения операции дифференцирования. Например, из (29) находим

$$U(\omega) = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{1 + \frac{T}{c} \frac{dc}{dT}} = \frac{r_2 - r_1}{t_{02} - t_{01} + \frac{d\varphi_2(\omega)}{d\omega} - \frac{d\varphi_1(\omega)}{d\omega}}. \quad (35)$$

Подобные формулы применялись в [29], 441, 1417].

Из способов, предназначенных для прямого определения групповых скоростей с использованием приемов спектрального анализа, выделим следующие.

Способ, основанный на использовании спектрографа. В [496] сообщается о применении электрического аналогового спектрографа для изучения изменений спектра анализируемой сейсмограммы во времени. Этот способ позволяет непосредственно записывать групповую скорость как функцию частоты. Об этом способе уже говорилось в разделе 1.6.

Способ скользящей весовой функции. В этом способе на записи выбираются интервалы подходящей длительности и каждый интервал подвергается Фурье-анализу. Результаты изображаются в виде изолиний амплитуды или энергии на графике с осями частот и групповых скоростей (осредненных по каждому из временных интервалов) или времени вступления группы волн. Этот график является изображением изменяющегося во времени спектра нестационарных процессов (см. раздел 3.6.5), а сам способ в принципе подобен спектрографному способу. Изолинии выражают дисперсионные свойства волн. Математически способ заключается в вычислении так называемой *скользящей амплитуды Фурье* $F(\omega, \tau)$ по формуле

$$F(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \omega(t - \tau) e^{-i\omega t} dt, \quad (36)$$

где τ — временное запаздывание скользящей весовой функции $\omega(t - \tau)$. Для любых заданных постоянных частоты ω или периода T функция $F(\omega, \tau)$ вычисляется для ряда значений τ , поэтому можно легко изобразить изменение F от τ . С этого графика считывается значение $\tau = \tau_{\text{max}}$, при котором функция максимальна, т. е. значение времени вступления группы волн, соответствующее заданному периоду T . По нему вычисляется групповая скорость. Этот способ применялся при обработке записей поверхностных волн от чилийского землетрясения, наблюдаемых в Кируне, Швеция [702], и при изучении тектонического строения по групповым скоростям релеевских волн [713], алеутского землетрясения.

Длительность скользящей весовой функции должна выбираться тщательно. Слишком короткая весовая функция приведет

к ухудшению разрешения по периодам, а слишком длительная — к плохому разрешению по временному запаздыванию, т. е. к трудностям в определении времени вступления максимальных амплитуд. В работе [713] указано, что оптимальной является длительность весовой функции в 3—4 периода.

Улучшенный способ выбора полосы пропускания фильтра предложен в [696]. По-существу этот же способ, но с использованием прямоугольных косинусных или квадрат-косинусных весовых функций (см. раздел 4.4) и с аналогичным изображением результатов был применен в [866]. Чтобы обеспечить одинаковое разрешение по частоте для всех периодов, использовались весовые функции переменной длительности (около 4—6 изучаемых периодов).

Способ многократной фильтрации. Описанный выше способ использует скользящую весовую функцию во временной области, но подобную процедуру, аналогичную фильтрации, можно осуществить и в частотной области. Схема вычислений в способе многократной фильтрации [474] выглядит следующим образом:

- 1) преобразование Фурье данной записи;
- 2) коррекция аппаратурных искажений;
- 3) выбор значений центральных частот;
- 4) выбор времен вступления групп волны;
- 5) применение узкополосных спектральных весовых функций в частотной области с центрами на выбранных частотах;
- 6) вычисление квадратурного спектра по взвешенному спектру (путем умножения результатов пункта 5 на $i = e^{i(\pi/2)}$), что необходимо с целью извлечения сведений о фазах;
- 7) обратное преобразование взвешенного спектра по пункту 5 и его квадратуры по пункту 6;
- 8) определение амплитуд и фаз из пункта 7, соответствующих выбранным временам вступления групп в пункте 4.

Результат такого анализа изображен на рис. 75, б. Преимущество способа перед простым способом корреляции по временной области заключается в возможности разделения нескольких почти одновременно наложившихся волновых составляющих и получения дисперсионных кривых, соответствующих намного большим полосам периодов. Если бы применить фильтры с бесконечно большим разрешением (т. е. бесконечной длины) по частоте и времени, то на координатной плоскости частота — время (см. рис. 75) амплитуды были бы равны нулю везде за исключением самой дисперсионной кривой. На практике фильтры имеют конечную длину и, следовательно, конечную разрешающую способность по времени амплитудно-частотно-временной график получается «размытым». Примеры использования этого способа можно найти в [249, 251, 997]. Возникающие погрешности рассмотрены в [437].

Схожие методики применялись в [90, 765, 892]. Их сходство вытекает из идентичности операций, входящих в способ частотно-временного анализа, предложенный в [892].

1. Преобразование Фурье данной записи

$$F(\omega) = \int_0^T f(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (37)$$

$f(t) \neq 0$ до $0 \leq t \leq T$.

2. Умножение на функцию узкополосной фильтрации $H(\omega)$:

$$F(\omega) H(\omega) = F(\omega) e^{-\alpha [(\omega - \omega_i)/\omega_i]^2}, \quad (38)$$

где ω_i — ряд центральных частот, а численное значение α решающим образом определяет фильтрующие свойства $H(\omega)$.

3. Обратное преобразование результата операции 2:

$$G(t, \omega_i) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} F(\omega) e^{-\alpha [(\omega - \omega_i)/\omega_i]^2} e^{i\omega t} d\omega. \quad (39)$$

Определяются амплитуда и фаза функции $G(t, \omega_i)$.

Значения $|G(t, \omega_i)|$ наносятся на график с координатами t и ω_i . В случае одиночной записи кривая, проведенная по максимальным значениям, определяет групповую скорость. В случае двух станций, регистрирующих один и тот же волновой цуг (или в случае одной станции с последовательными записями одного и того же волнового цуга) отношение амплитуд $|G_2(t_2, \omega_i)| / |G_1(t_1, \omega_i)|$ определяет затухание, а разность фаз $\arg G_1(t_1, \omega_i) - \arg G_2(t_2, \omega_i)$ — фазовую скорость.

Для изучения дисперсии групповой скорости высших гармоник поверхностных волн также применялась полосовая цифровая фильтрация во временной области совместно с визуальными отсчетами [400] или с Фурье-анализом [287].

По новейшим способам анализа поверхностных волн опубликовано несколько обзорных работ [473, 866, 471]. Эти способы пригодны для эффективного анализа дисперсии волн любого типа, например, возникающих при взрывах атмосферных волн давления, регистрируемых микробарографами [475]. Недавно подобный способ анализа и представления результатов оказались полезными при расшифровке сложного волнового движения вблизи источника землетрясения [1430] (см. раздел 7.1.7).

7.3. ГЛОБАЛЬНЫЕ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА (СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЗЕМЛИ)

Изучение свободных колебаний Земли представляют собой сравнительно новую область сейсмологии. Ранние поиски свободных колебаний, хотя и не вполне успешные, выполнялись по записям гравиметров и градиентометров путем вычисления энергетических

Примеры наблюдаемых спектров свободных колебаний Земли

Источник	Место и время землетрясения	Измерительный прибор	Слептр	Колебание	Примечание
[139]	Чили, 1960 г.	Длиннопериодный сейсмограф, стрейн-сейсмограф	Амплитудный	Сферондальное крутильное, сферондальное	—
[140]	То же	То же	*		Определение Q То же
[206]	*	Длиннопериодный сейсмограф, стрейн-сейсмограф	Энергетический	Сферондальное, крутильное	
[236]	*	Длиннопериодный сейсмограф	*	Сферондальное	—
[301]	*	Горизонтальный приливометр	*	Сферондальное, крутильное	—
[1062]	*	Гравиметр	*	Сферондальное	Определение Q
[262]	*	Наклономер	*	Сферондальное, крутильное	—
[386]	*	Наклономер	*	То же	Определение Q
[1395]	*	Гравиметр	*	Сферондальное	—
[1262]	*	Гравиметр	*	*	Определение Q
[1535]	*	Магнитометр	Амплитудный		
[136]	*	Вертикальный сейсмограф	Энергетический	Крутильное	—
[137]	Курильские острова, 1963 г.	То же	Амплитудный	Сферондальное	—
[138]	Перу—Боливия, 1963 г.	Горизонтальный сейсмограф	*	*	—
			*	*	—

Источник	Место и время землетрясения	Измерительный прибор	Спектр	Колесание	Примечание
[1075]	Аляска, 1964 г.	Длиннопериодный сейсмограф	Амплитудный (гармонический анализ)	Сфероидальное, крутильное	—
[1327]	Чили, 1960 г.	Гравиметр	Энергетический	Сфероидальное	—
[1536]	Чили, 1960 г.	Гравиметр	»	Сфероидальное, крутильное	То же
[1537]	Аляска, 1964 г.	Наклономер	»	»	»
[1638]	Аляска, 1964 г.	Наклономер, гравиметр	»	»	»
[1076]	Алеутские острова, 1965 г.	Стрейн-сейсмограф	Амплитудный, энергетический	»	»
[1341]	Чили, 1960 г.	Стрейн- и маятниковый сейсмограф	Энергетический	»	»
[1573]	Аляска, 1964 г.	Сейсмограф	»	»	»
[1078]	Чили, 1960 г.	Наклономер	Деформации	»	»
[1078]	Аляска, 1964 г.	Стрейн-сейсмограф	»	»	»
[1078]	Алеутские острова, 1965 г.	Длиннопериодный сейсмограф	»	»	»
[1082]	Чили, 1960 г.	Горизонтальный сейсмограф	Амплитудный	Крутильное	Определение Q
[1572]	Чили, 1960 г.	Горизонтальный маятник, гравиметр	Энергетический	Сфероидальное, крутильное	Определение Q
[91]	Аляска, 1964 г.	Длиннопериодный сейсмограф	»	То же	То же
[472]	Курильские острова, 1963 г.	То же	»	»	»
[472]	Чили, 1960 г.	То же	»	»	»
[472]	Курильские острова, 1963 г.	То же	»	Сфероидальное (обертон)	»
[460]	Колумбия, 1970 г.	Гравиметр, акселерометр	»	Сфероидальное (обертон)	»

Источник	Место и время землетрясения	Измерительный прибор	Спектр	Колемание	Примечание
[533—535]	Чили, 1960 г., Курильские острова, 1963 г., 1964 г. Аляска, Алеутские острова, 1965 г., Перу, 1965 г., Япония, 1968 г., о-ва Талауд 1969 г., Северная Атлантика, 1969 г., о. Суматра, 1969 г., Колумбия, 1970 г., Новая Гвинея, 1971 г., Перу, 1971 г. Япония, 1968 г.	Сейсмограф H-компо- нентный	Энергетический	Сферондальное, кругильное	Определение Q
[1362]		Скважинный приливо- мер	*	То же	—
[1250]	О. Суматра, 1969 г., Колумбия, 1970 г., о. Минданао, 1970 г., Чили, 1971 г., Шот- ландские острова, 1971 г.	Кварцевый торсионный акселерометр	*	*	—
[1081]	Колумбия, 1970 г.	Длиннопериодный сейс- мограф	Амплитудный	*	—
[1186]	П-ов Камчатка, 1969 г.	Гравиметр	*	Сферондальное	—
[1521]	Аляска, 1964 г.	Гравиметр	*	*	Изложен новый спо- соб подавления помех

спектров [205]. Эта область исследований оформилась около 1960-х годов, когда были опубликованы основные теоретические разработки [142], а записи чилийского землетрясения в мае 1960 г. дали первый достаточно полный материал, касающийся таких колебаний. Одними из первых в этой области являются работы [206, 1062], представляющие особую ценность, так как

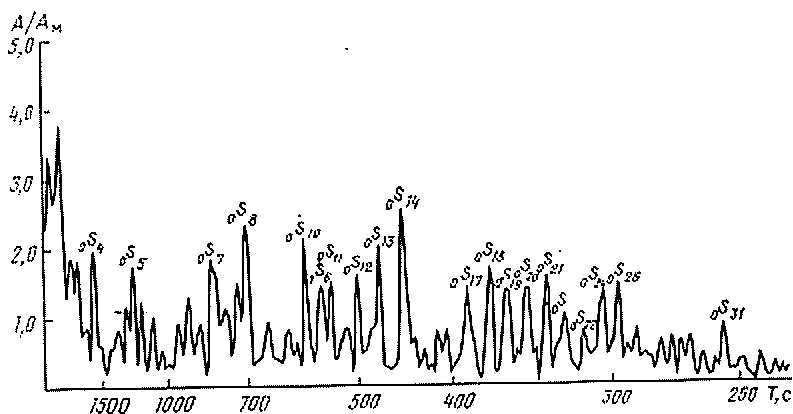


Рис. 76. Спектр сферондальных колебаний, возникших в результате чилийского землетрясения 22 мая 1960 г., по наблюдениям на шведской станции Упсала [136].

содержат обсуждение способов Фурье-анализа. С тех пор проведено довольно много исследований по спектрам свободных колебаний Земли [261, 438, 1174]. Типичный спектр изображен на рис. 76, а сводка их дана в табл. 36.

7.3.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

Спектральный анализ нашел важное применение для разделения различных компонентов колебаний при обработке наблюдений путем построения энергетических спектров сейсмических и гравиметрических записей. Спектральный анализ оказался незаменимым способом извлечения из записей свободных колебаний полезной информации об источнике и глубинном строении. В большинстве областей сейсмологии наряду со спектральным анализом существует и временная методика обработки наблюдаемых записей, но среди способов обработки данных по свободным колебаниям трудно найти соответствующий простой временной аналог. Поэтому спектральный анализ доминирует в этой области исследований. Причина заключается в том, что спектр свободного колебания состоит из большого количества близко расположенных пиков, разделить которые можно только спектральным путем.

Для разделения и опознавания большого числа близко расположенных пиков в спектрах свободных колебаний необходимо использовать совместно следующие приемы:

1) проверка статистической значимости спектральных оценок; использование более длинных весовых функций с целью повышения спектральной разрешенности;

2) объединение спектров различных компонентов, полученных различными приборами на различных станциях; учет смещения грунта и деформации грунта [1081];

3) применение наиболее достоверной сейсмологической теории для проверки частот наблюдаемых пиков и фазовых скоростей.

В [1341] даны несколько способов надежной идентификации. В рассматриваемых спектрах часто различаются и интерпретируются как значимые около 40 максимумов, правда, без указания доверительных интервалов. С указанием уровней значимости в [1081] идентифицированы почти 90 сферондальных пиков и около 70 тороидальных основных пиков и дополнительно некоторое число обертонов. Не используя приемы 2 и 3, вряд ли можно было получить такое количество значимых результатов. Другими словами, для правильной интерпретации отдельных спектров необходимо особое сочетание наблюдаемых спектров и теоретических. Даже в этом случае спектральные методы могут не разрешить колебания высших порядков (т. е. более короткопериодные), особенно порядков выше 30. Тогда обрабатывают поверхностные волны по способу фазовых скоростей [438]. Порядок свободных колебаний указывает на количество аномальных линий на поверхности Земли, а источники свободных колебаний связаны с количеством аномальных точек, расположенных вдоль радиуса Земли.

Существуют по меньшей мере два способа эмпирического определения периодов свободных колебаний:

1) по энергетическим спектрам записей колебаний (самый употребительный способ);

2) по фазовым спектрам поверхностных волн.

Второй способ основан на том факте, что свободные (стоячие) колебания возникают благодаря конструктивной интерференции распространяющихся волн. Последовательные цуги однотипных волн, распространяющихся в одном направлении, при конструктивной интерференции должны иметь разность фаз, равную 2π или целому числу 2π . Фаза взаимного энергетического спектра этих двух цугов дает непосредственно их разность фаз. Периоды, при которых эта разность фаз равна 2π , являются периодами свободных колебаний.

Если пренебречь латеральными неоднородностями, связь между фазовой скоростью c и периодом свободных колебаний T выводится следующим образом. Принимая во внимание сдвиги фаз величиной $\pi/2$ в эпицентре и антицентре, разность

фаз, возникающая при одном прохождении вокруг Земли (радиус r_0), при волновом числе k равна

$$k2\pi r_0 - \pi = 2n\pi.$$

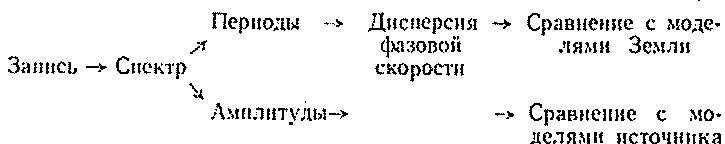
Подставляя вместо k $\omega/c = 2\pi/Tc$, получаем известную формулу Джинса [719]

$$c = 2\pi r_0 / [T(n + 1/2)] \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (40)$$

При обработке свободных колебаний порядка выше 50 получено хорошее согласие между результатами определения периодов двумя указанными выше способами. При обработке свободных колебаний высоких порядков особенно эффективен фазовый способ, который позволяет разделять близкие значения периодов даже при слабых колебаниях [534].

Определенное осложнение при интерпретации наблюдаемых спектральных пиков состоит в том, что некоторые пики с частотами, равными суммам и разностям частот теоретических пиков, возникают из-за нелинейных эффектов (особенно при взаимодействии различных сфероидальных или сфероидальных и крутильных колебаний). Для опознавания таких пиков используется двойной спектральный анализ [1571, 1572] (см. раздел 3.6.4).

Если в теоретических исследованиях применение анализа по сферическим гармоникам с глубиной z в качестве переменной представляется вполне естественным (см. разделы 2.5.1 и 2.5.4), то на практике обычно вычисляют спектры записей отдельных станций и опознают наблюдаемые пики. При подготовке записей к спектральному анализу обычно вначале снимают влияние земных приливов. Один из способов устранения влияния земных приливов описан в [1262] (см. раздел 4.2.4). Обычная схема изучения свободных колебаний выглядит следующим образом:



Это — стандартный эмпирический подход. В качестве проверки этого анализа удобно начать с выбранной теоретической модели и сопоставить результаты анализа с наблюдениями [1261]:



7.3.2. ИЗУЧЕНИЕ СТРОЕНИЯ ЗЕМЛИ

В результате сравнения теоретически вычисленных и наблюдаемых значений периодов свободных колебаний в большинстве случаев отмечаются расхождения, не превышающие 1% [1138].

Найдено также, что гутенбергова модель Земли (с низкоскоростным слоем в верхней мантии) явно предпочтительнее других моделей, предложенных в то время. В работе [1138] сообщалось также о наблюдении расщепления частоты, т. е. явления замены одной спектральной линии двумя, расположенными симметрично по обе стороны от расчетной частоты. Это явление было объяснено вращением Земли — волны, распространяющиеся в направлении вращения Земли, имеют более низкие частоты по сравнению с волнами, распространяющимися в противоположном направлении. Явление расщепления частоты некоторым образом соответствует доплеровскому смещению и исследовано теоретически [166, 538, 926, 1139]. Кажущаяся ширина спектральной линии зависит от (частично перекрывающихся) компонентов расщепившейся частоты и от добротности (качества) среды Q . Как следствие нельзя определять Q непосредственно по ширине спектральной линии. В [539] наблюдаемое расщепление спектральных линий связывается с эллиптичностью Земли, вращением Земли (в меньшей степени) и неоднородностью земной коры; неидеальная упругость вызывает общее расширение линий. Подобный, но исчезающе малый эффект наблюдается и в случае обычных сейсмических поверхностных волн.

В работе [926], содержащей обширное теоретическое и экспериментальное исследование крутильных колебаний, подчеркивается, что резонансные частоты зависят от распределения скоростей поперечных волн в мантии и от свойств границы ядро—мантия. Наблюдения хорошо подтверждают существование гутенберговой низкоскоростной зоны в верхней мантии. Теоретически возможно более точно изучить строение ядра путем наблюдения свободных колебаний [1260, 1460].

По данным чилийского землетрясения 1960 г. получено хорошее согласие с первой моделью (А) земной коры Гутенберга—Буллена для периодов, меньших 1100 с [136, 262, 1075], и со второй моделью (В) Гутенберга—Буллена для больших периодов. При построении спектров для восьми различных станций использовались весовые функции длительностью от 15,0 до 24,2 ч. Отмечено, что сферондальные и крутильные колебания можно распознать по их разным периодам (для порядков, меньших 10), но для уверенной идентификации сферондальных колебаний высших порядков рекомендуется использовать записи вертикальных сейсмографов или гравиметров.

Отличное согласие получено между энергетическими спектрами гравиметрических записей сферондальных свободных колебаний, возбужденных чилийским (1960 г.) и аляскинским (1964 г.) землетрясениями [1327]. По этим данным получено иное, по сравнению с предполагавшимся ранее, распределение плотностей в Земле с большими градиентами в верхней мантии и малыми градиентами в нижней мантии. Хорошее согласие между этими двумя событиями подтверждается также энергетическими спектрами сферондаль-

ных и крутильных колебаний, записанных стрейн-сейсмографами и маятниковыми приборами [1341].

Помимо сравнений наблюдаемых свободных колебаний с существующими моделями строения Земли предпринимались попытки создания новых моделей по наблюдениям свободных колебаний [439]. В результате было получено наилучшее согласие с моделью строения Земли, предложенной Р. А. Хэддоном и К. Е. Булленом [574], это и не удивительно, если принять во внимание, что в отличие от ранних моделей, данная модель была создана с привлечением данных по свободным колебаниям [91].

В [138] сообщается о наблюдениях сферондальных колебаний основного и высших порядков (диапазон периодов 100—700 с), примечательных тем, что, во-первых, они были возбуждены глубоководным землетрясением (глубина очага 540 км в пограничной области между Перу и Боливией) и, во-вторых, эти наблюдения позволили определить механизм разрыва, который был подтвержден данными по Р-волнам.

Хотя исследования свободных колебаний Земли проводились в основном с целью проверки и коррекции моделей внутреннего строения Земли и изучения ее поглощающих свойств, не следует исключать возможность выяснения механизма очагов землетрясений [223]. Использованию наблюдений свободных колебаний в аналогичных исследованиях в будущем, вероятно, будет способствовать опубликованное в [222] большое количество таблиц и графиков.

7.4. ПОГЛОЩЕНИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН

Изучение зависимости поглощения сейсмических волн от частоты — это еще одна область применения спектрального анализа.

В соответствии с формулой (58₁) главы 6 можно записать амплитуду наблюдаемой сейсмической волны A в виде

$$|A(\omega, r)| = |S(\omega)| |B(\theta)| |C_S(\omega)| |M(\omega, r)| |G(r)| |C_r(\omega, r)| |I(\omega)|. \quad (41)$$

Отношение амплитуд, наблюдаемых в двух произвольных случаях 1 и 2, запишется как

$$\frac{|A_1(\omega, r)|}{|A_2(\omega, r)|} = \frac{|S_1(\omega)| |B_1(\theta)| |C_{S1}(\omega)| |G_1(r)| |C_{r1}(\omega, r)| |I_1(\omega)| \exp\left[-\frac{\omega}{2} \int \frac{dr}{Q_1(\omega, r) V_1(r)}\right]}{|S_2(\omega)| |B_2(\theta)| |C_{S2}(\omega)| |G_2(r)| |C_{r2}(\omega, r)| |I_2(\omega)| \exp\left[-\frac{\omega}{2} \int \frac{dr}{Q_2(\omega, r) V_2(r)}\right]}. \quad (42)$$

Здесь принято, что влияние мантии M обусловлено поглощением сейсмической волны, а функция поглощения определяется выра-

жением (63) главы 6. Если же при своем распространении сейсмическая волна отражается или рефрагирует, то в правую часть этого уравнения следует ввести соответствующий коэффициент. Уравнение (42) представляет собой основу метода компенсации составляющих элементов. Для успешного применения этого способа нужно найти такие случаи, при которых в правой части остается лишь одно отношение.

Таблица 37

Сводка отношений спектральных амплитуд для определения поглощения

Способ	Точная запись	Упрощенная запись отношения ¹	Число сравнимых частот	Число сравнимых станций	Число сравнимых волн
Общий	$\frac{A_1(\omega_1, r)}{A_2(\omega_2, r)}$	$\frac{A_1(\omega, r)}{A_2(\omega, r)}$	Две и более	Две и более	Две и более
Сравнения частот	$\frac{A(\omega_1, r)}{A(\omega_2, r)}$	$\frac{A(\omega_1)}{A(\omega_2)}$	То же	Одна	Одна
Сравнения станций	$\frac{A(\omega, r_1)}{A(\omega, r_2)}$	$\frac{A(\omega_1)}{A(\omega_2)}$	По одной	Две и более	»
Сравнения волн	$\frac{A_1(\omega, r)}{A_2(\omega, r)}$	$\frac{A_1(\omega)}{A_2(\omega)}$	» »	Одна	Две и более

¹ Для упрощения записи ω всегда сохраняется в качестве параметра, остальные символы либо опускаются, либо упрощаются.

Для определения поглощения по отношениям спектральных амплитуд предложено множество способов спектральной компенсации. Строго говоря, любой компенсационный способ несовершенен, поэтому не существует абсолютно точного способа определения поглощения. Все способы содержат большее или меньшее количество упрощений, необходимых для достижения каких-либо численных результатов.

Ввиду наличия в правой части уравнения (42) показательных функций практически более удобно пользоваться логарифмом выражения (42). Следует помнить, что A в наших формулах обозначает амплитуду. Если вместо амплитуд используются энергии, то нужно учитывать, что $A^2 \approx E$ и $2 \ln A \approx \ln E$. В этом случае все формулы данного раздела пригодны для использования энергетических спектров.

В соответствии с методом компенсации различаются три способа определения поглощения (табл. 37): 1) способ сравнения спектральных амплитуд различных частот; 2) способ сравнения спектральных амплитуд одной и той же волны у различных стан-

ций и 3) способ сравнения спектральных амплитуд различных волн при наблюдениях с одной станцией.

Ограничимся рассмотрением в основном применяемых на практике способов и не станем приводить результаты определения коэффициента Q . Способы определения поглощения в равной мере применимы и к объемным, и к поверхностным волнам. При обсуждении всех трех способов мы вначале будем рассматривать более сложные случаи использования объемных волн. Теория поглощения сейсмических волн, способы и результаты определения параметров поглощения опубликованы в работах [144, 708, 1134, 1253, 1342].

7.4.1. СПОСОБ СРАВНЕНИЯ ЧАСТОТ

Уравнения (41) и (42) значительно упрощаются, если заменить все факторы S , B , C_s , G , C_r , I одним и обозначить его $|A_0(\omega)|$. Тогда наблюдаемый спектр $|A(\omega)|$ примет вид

$$|A(\omega)| = |A_0(\omega)| \exp \left[-\frac{\omega}{2} \int \frac{dr}{Q(r)V(r)} \right] = |A_0(\omega)| \exp \left[-\frac{\omega}{2} \frac{t}{Q} \right], \quad (43)$$

где нами введены время пробега t волны и средний коэффициент добротности \bar{Q} . Беря отношение значений $|A(\omega)|$ для двух частот ω_1 и ω_2 и затем логарифмируя, получим

$$\ln \frac{|A(\omega_1)|}{|A(\omega_2)|} = \ln \frac{|A_0(\omega_1)|}{|A_0(\omega_2)|} - \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \frac{t}{\bar{Q}}. \quad (44)$$

Если нанести левую часть соотношения (44) на график в зависимости от времени пробега t волны для ряда станций (или для ряда событий, записанных одной станцией), то получим приблизительно прямую линию, наклон которой равен \bar{Q} . Незначительные отклонения от прямой можно объяснить не только погрешностями измерений, но и несоблюдением предположения о том, что первый член в правой части — постоянная величина, независимая от расстояния.

Параметры поглощения этим способом определялись по спектрам ScS-волн от глубоких землетрясений, записанных в Японии [1105]; P-волнам от близких и далеких землетрясений, а также от ядерных взрывов, записанных в Японии [1448, 1450]; Pn- и P-волнам от двух подземных ядерных взрывов [1132]; P-волнам от удаленных землетрясений и одного ядерного взрыва [368]. Способ был применен для обработки возбуждаемых взрывом головных P-волн при детальном исследовании геологического строения в районе Мацуширо в Японии [1096]. При этом было обнаружено, что области с высоким поглощением и низкими скоростями соответствуют зонам максимальной сейсмической активности. Вблизи Киото в Японии параметры поглощения определялись

по волнам P и S в предположении, что $|A_0(\omega_1)| = |A_0(\omega_2)|$, и с использованием максимальных амплитуд, зарегистрированных сейсмографами с различными частотными характеристиками [1097].

В способе, заданном формулой (44), мы сравниваем отношения амплитуд двух фиксированных спектральных составляющих по некоторому числу станций, расположенных вдоль профиля (фактически получается сочетание способа сравнения частот и способа сравнения станций, который будет обсуждаться в следующем разделе). Как один из вариантов этого способа можно сравнивать отношения спектральных амплитуд $|A(\omega)|/|A(\omega_1)|$ для текущей частоты и некоторой фиксированной по наблюдениям на одной станции. Тогда (44) запишется как

$$\ln \frac{|A(\omega)|}{|A(\omega_1)|} = \ln \frac{|A_0(\omega)|}{|A_0(\omega_1)|} - \frac{\omega - \omega_1}{2} \frac{t}{Q}, \quad (45)$$

где ω_1 , t , $|A(\omega_1)|$ и $|A_0(\omega_1)|$ — постоянные.

Сложность заключается в том, что A_0 и \bar{Q} зависят от ω . Применяя эту методику определения параметров поглощения по короткопериодным волнам P, приходится делать различные предположения относительно вида зависимости A_0 от частоты, например $A_0 \approx 1/\omega$, и полагать \bar{Q} не зависящим от ω [160]. Сходная методика применялась при оценивании \bar{Q} по короткопериодным волнам P, возбуждаемым микросейсмическими [1408]. При изучении поглощения короткопериодных P- и S-волн в мантии была обнаружена зависимость от периода и типа волны [1391].

По крутизне и общему виду амплитудных спектров можно в какой-то мере судить о возможной зависимости поглощения от частоты при условии постоянства \bar{Q} . Осложняющим фактором являются местные геологические условия, особенно наличие осадочного чехла, которые могут подчеркнуть одни частоты и подавить другие и таким образом изменить крутизну среза спектра.

Зависимость поглощения от частоты в коре и верхней мантии до глубины 150 км в южной части Курильской островной дуги определена подобными способами по волнам P и S в диапазоне частот 1—30 Гц с использованием более чем 700 наблюдений близких землетрясений с одной станцией [72]. Использовались амплитудные спектры, осредненные по группам близких землетрясений, имеющих одинаковую глубину эпицентра и энергию. Спектры, полученные с помощью многофильтрового анализатора, сопоставлялись с различными временами запаздывания воли S относительно воли P. В интервале глубин 70—100 км обнаружено аномально высокое поглощение, особенно воли S. Способ сравнения частот использует преимущественно наклоны спектральных кривых, но его можно изменить так, чтобы использовать при вычислениях весь спектр. Тогда можно сравнивать формы спектров данной волны на данной станции. Полезно сравнивать наблюден-

ные спектры и рассчитанные, исходя из предполагаемых структурных свойств и поглощающих характеристик. Выполнены успешные эксперименты такого рода с использованием энергетических спектров волн; отраженных от поверхностей Конрада и Мохоровичича при падении, близком к нормальному.

Способ сравнения частот с успехом применяется также для изучения поглощения поверхностных волн. Только следует иметь в виду, что при изучении поглощения дисперсных волн используется групповая скорость, а не фазовая (см. раздел 6.5.3).

7.4.2. СПОСОБ СРАВНЕНИЯ СТАНЦИЙ

Этот способ базируется на вычислении отношений спектральных амплитуд на двух расстояниях, обычно на двух станциях, но его можно применять и для одной станции при двух эпицентрах, расположенных на различных удалениях. Поэтому более правильно называть его способом сравнения расстояний.

Функции $|A_1(\omega)|$ и $|A_2(\omega)|$ из (42) представляют собой амплитудные спектры одного и того же сигнала, наблюдаемого на станциях 1 и 2. Для профиля станций, ориентированных в одном направлении от источника, имеем по меньшей мере приближенно $|S_1(\omega)| = |S_2(\omega)|$, $|C_1(\omega)| = |C_2(\omega)|$. В частных случаях эти предложения могут оказаться неправильными. При использовании идентичных приборов или после введения поправок за частотную характеристику аппаратуры общая формула упростится:

$$\ln \frac{|A(\omega)_1|}{|A(\omega)_2|} = \ln \frac{G_1}{G_2} \frac{|C_1(\omega)|}{|C_2(\omega)|} - \frac{\omega}{2} \left[\int_1 \frac{dr}{QV} - \int_2 \frac{dr}{QV} \right]$$

или

$$\ln \frac{|A(\omega)_1| |C_2(\omega)|}{|A(\omega)_2| |C_1(\omega)|} = \ln \frac{G_1}{G_2} - \frac{\omega}{2} (t_1^* - t_2^*), \quad (46)$$

где $t^* = \int dr/QV$.

Отношение в левой части равенства называется приведенным спектральным отношением, а разность $t_1^* - t_2^*$ — дифференциальным поглощением. При обработке наблюдений несколькими станциями двух глубоководных землетрясений с помощью подобной формулы вычислялись спектральные отношения между различными станциями и одной опорной. График зависимости левой части уравнения (46) от ω представляет собой почти прямую линию, наклон которой дает значение дифференциального поглощения. В [1406] приводится подробное обсуждение способов определения закона распределения коэффициента Q с глубиной по этим данным. Главным ограничением этого способа является неточное значение амплитудно-частотной характеристики земной коры $|C(\omega)|$.

Если в качестве дальнейшего упрощения ввести осредненный по двум станциям коэффициент Q , то общая формула примет вид

$$\begin{aligned} \ln \frac{|A(\omega)_1|}{|A(\omega)_2|} &= \ln \frac{G_1}{G_2} \frac{|C_1(\omega)|}{|C_2(\omega)|} + \frac{\omega(t_2 - t_1)}{2Q} = \\ &= \ln \frac{G_1}{G_2} \frac{|C_1(\omega)|}{|C_2(\omega)|} + \frac{\omega(r_2 - r_1)}{2QV}. \end{aligned} \quad (47)$$

По существу, уравнение такого вида было использовано в [526] при вычислении параметров поглощения по записям одного и того же события двумя станциями.

Если пользоваться амплитудами, исправленными за геометрическое расхождение и влияние коры, то формула примет вид

$$\ln \frac{|A(\omega)| G_1 |C_1(\omega)|}{|A(\omega)_1 |G|C(\omega)|} = \frac{\omega(r_1 - r)}{2QV}. \quad (48)$$

Формулу (47) удобно использовать в случае двух станций, когда первый член в правой части постоянный. Тогда график зависимости величины $\ln |A(\omega_1)|/|A(\omega_2)|$ от ω будет прямой линией, наклон которой даст значение Q . Ясно, что это значение Q будет средним для станций наблюдения, для интервала глубин, в которых распространялись лучи, и для использованного диапазона частот. Формула (48) применима к любому числу станций, расположенных вдоль прямолинейного профиля, проходящего через эпицентр. В этом случае строят зависимости исправленных отношений амплитуд от расстояния r по одному графику для каждой частоты ω , наклоны которых определяют Q . При наличии встречных профилей обеспечивается желаемый контроль результатов.

Кора и мантия. Способ сравнения станций в варианте (47) был использован для обработки записей Р-волн, распространяющихся вдоль Анд, [1379]. В этой работе рассмотрен вопрос о важности учета влияния взаимного расположения станций, которое может быть значительным в районе с сильно изменчивым геологическим строением. В [847] на основе экспериментального и теоретического материала утверждается, что с расстоянием не только уменьшаются амплитуды, но увеличиваются и периоды спектральных пиков. Использование этой закономерности при обработке длиннопериодных Р-волн способом сравнения станций позволило получить значения Q для мантии. В данном случае реализован, по существу, новый подход к решению задачи определения поглощения, при котором не используются значения амплитуд. В [848] показано, что значения Q для короткопериодных Р-волн в мантии с применением формулы, эквивалентной (46), увеличиваются с частотой и глубиной. Подобная методика применялась для длиннопериодных Р-волн в мантии с целью изучения распределения Q [983].

Горизонтальная (латеральная) неоднородность коры и мантии проявляется в соответствующих

латеральных вариациях поглощения. Способ сравнения станций легко распространить и на случай латеральных вариаций Q . Обозначим для краткости

$$t^* = \int dr/QV \text{ и } \delta t^* = \int dr/(\delta QV), \quad (49)$$

где δQ — горизонтальная вариация Q . Тогда уравнение (46) примет вид

$$\ln \frac{|A(\omega)_1|}{|A(\omega)_2|} + \frac{\omega}{2} (t_1^* - t_2^*) = \ln \frac{G_1}{G_2} \frac{|C_1(\omega)|}{|C_2(\omega)|} + \frac{\omega}{2} (\delta t_2^* - \delta t_1^*). \quad (50)$$

Угловой коэффициент графика зависимости левой части этого уравнения от ω даст значение $\delta t_2^* - \delta t_1^*$, т. е. относительной вариации поглощения. Эта методика определения параметров поглощения по Р- и S-волнам в США использована в работе [1349].

Большинство исследований подобного рода было сосредоточено в районах островных дуг, где естественно ожидать большие латеральные вариации поглощения. В общем было установлено, что зона опускания (наддвигающаяся океаническая плита) характеризуется высокими значениями Q , а соседние части верхней мантии (до глубины 200—300 км) — низкими значениями Q . Это подтверждено работами в Японии, выполненными способом спектральных отношений [160, 1464]. Для района горы Цукуба в Японии отмечаются значительно более высокие значения Q для волн, подходящих с северо-востока, чем для волн с юго-запада, что объясняется как различными спектрами источников, так и латеральными неоднородностями.

Присущая подобным исследованиям трудность заключается в том, что амплитуды движения почвы зависят не только от путей пробега волн (коэффициентов Q), но также от местных поверхностных условий и характера излучения источника. Сложное распределение Q в земной коре, особенно в сейсмоактивных областях, вызывает необходимость прибегать к усложненным методикам определения данного параметра. В качестве примера можно сослаться на исследования латеральных вариаций Q в районе Мацуширо [1384] с использованием зависимостей отношения амплитуд спектральных составляющих $(A)_{20 \text{ Гц}}/(A)_{10 \text{ Гц}}$ от расстояния для Р-волн. Это снова сочетание способов сравнения частот и станций, но в отличие от модификаций раздела 7.4.1 оно использует волны, подходящие к станциям со многих направлений, а не с какого-то одного. Участки, содержащие жидкую магму, проявляются исчезновением волн S и затуханием волн Р, особенно высокочастотных, причем последний эффект четко выражен на амплитудных спектрах [955]. С этим явлением, вероятно, тесно связано обнаружение низких частот в верхней мантии вблизи островной дуги Тонга по спектрам Р-волн [175].

Получены и другие свидетельства существования латеральных вариаций поглощения на основании изучения отношений спектральных амплитуд [1165, 691, 1461, 1450, 302]. Все эти явления

полно обобщены в [1462] с ссылками на данные по Японии. Способ отношения спектральных амплитуд короткопериодных волн P использовался при сравнительном изучении соотношений магнитуд m и M землетрясений и подземных взрывов (см. главу 8) [1497], с учетом конечности очагов землетрясений. Установлено, что главной причиной изменений значений m являются вариации в поглощающих свойствах верхней мантии под источником и станцией.

Для изучения поглощения в коре и верхней мантии широко используются волны, возбуждаемые взрывами. В большинстве случаев применения спектральных методов в подобных исследованиях вычислялись частотные спектры для различных расстояний от источника вдоль профиля [1524, 1544, 522, 671, 1089, 1273, 1291, 461, 254]. Обычно предполагается, что зависимость амплитуды от расстояния имеет вид

$$A = (A_0/\Delta^n) e^{-\kappa(\omega)\Delta}, \quad (51)$$

где A — амплитуда; A_0 — некоторая постоянная; Δ — расстояние; n — показатель геометрического расхождения; $\kappa(\omega)$ — коэффициент поглощения.

Прямое применение соотношения (51) дает неоднозначные результаты, поскольку нужно задаваться либо значением n , либо κ , чтобы найти другое (обычно задают n как более надежное, а κ вычисляется). Кроме того, следует отметить, что выражение (51) есть упрощение реального сложного процесса распространения упругих волн в земной коре.

Разрешение кажущегося противоречия, вызванного одновременным незнанием поглощения и точной формы геометрического расхождения волн в коре, предложен в [909]. Дифференцируя (47) по ω и полагая $C_1(\omega) = \text{const } C_2(\omega)$, а Q — не зависящим от ω , получим

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \ln |A(\omega)_1| - \frac{\partial}{\partial \omega} \ln |A(\omega)_2| = \frac{t_2 - t_1}{2Q}. \quad (52)$$

По этому уравнению Q можно найти методом наименьших квадратов, используя времена пробега t_1 и t_2 и спектральные крутизны на станциях 1 и 2. Таким образом, этот способ представляет собой сочетание способов сравнения частот и станций. В сущности для устранения (неопределенности, касающейся геометрического расхождения, пришлось сделать другие предположения, а именно $|C_1(\omega)| \approx |C_2(\omega)|$ и Q не зависит от ω . Несомненно, что во всех исследованиях подобного рода важно пытаться сравнивать между собой степень неопределенности различных способов. Скоростная дифференцированность коры и верхней мантии приводит к рассеянию энергии сейсмических волн, усложняя зависимости амплитуды от расстояния, интерпретация которых невозможна без использования данных о временах пробега волн [155].

В [1530] использовано частное преобразование $f(x, t) \leftrightarrow F(x, \omega)$ и изображение скорости движения частиц в волнах Р и S в виде изолиний в прямоугольной системе координат, где по оси абсцисс откладывалось расстояние x , а по оси ординат — частота ω . При таком трехкомпонентном изображении любая вертикальная линия дает спектр скорости для соответствующего расстояния, а горизонтальная линия — зависимость поглощения от расстояния на заданной частоте. Минимизируя путем подбора разность между наблюдаемой и теоретическими скоростными диаграммами, можно определить наиболее вероятные коэффициенты поглощения и геометрического расхождения.

Из других способов определения Q отметим способ, предложенный в [451], который представляет интерес с аналитической точки зрения, но чью практическую полезность еще следует выяснить.

Способ сравнения станций можно с успехом применять и к изучению поверхностных волн. В качестве примеров можно сослаться на [1436], где использовано выражение, эквивалентное (48), в предположении $C_0 = C$ для волн Релея, и на [1440], где использовались волны Лява и Релея, а левая часть формулы представляла собой отношение наблюдаемого и теоретического спектров (для заданной модели очага). Спектральными средствами изучались также поглощающие свойства почвенных слоев, что может иметь прикладное значение. Например, были определены экспериментально параметры поглощения волны сдвига и Лява в почвенных слоях [836, 837].

Внешняя граница земного ядра. Способ сравнения станций успешно применяются также для изучения объемных волн, дифрагированных на внешней границе ядра. Используя профиль станций, расположенных приблизительно в одном азимуте относительно источника, можно исключить влияния источника и пути пробега в мантии вплоть до ядра. Далее, подбирая станции, на которых регистрируются похожие характеристики коры и мантии, можно исключить факторы, действующие на восходящем участке сейсмического луча при прохождении через мантию и кору. Остаются только факторы, связанные с границей ядра, т. е. геометрическое расхождение на сфере и поглощение на внешней границе ядра. К этому случаю непосредственно применима формула (47)

$$\ln \frac{|A(\omega, \Delta_1)|}{|A(\omega, \Delta_2)|} = \frac{1}{2} \ln \frac{\sin \Delta_2'}{\sin \Delta_1'} + \frac{\omega(\Delta_2' - \Delta_1')}{2QV}, \quad (53)$$

где Δ_1' и Δ_2' — эпицентральные расстояния путей пробега волны вдоль ядра, причем $\Delta_2' - \Delta_1' = \Delta_2 - \Delta_1$.

По наклону графика зависимости наблюдаемого отношения в левой части выражения (53) от расстояния для заданной частоты определяют коэффициент Q .

Этот способ описан в [130, 1145] и применялся при обработке длиннопериодных Р-волн. В результате получены данные, свидетельствующие о значительных латеральных вариациях в пограничной части ядра. Более богатый материал приведен в работе [1146], но большой разброс наблюдений заставляет воздерживаться от вредных заключений. Часть трудностей может возникнуть вследствие слишком простого предположения о законе геометрического расхождения. Предположение о пропорциональности расхождения функции $1/(\sin \Delta)^{1/2}$ справедливо только при отсутствии латеральных вариаций, а в действительности, судя по измерениям поглощения, они существуют. Ситуация напоминает ту, которая встречается при изучении затухания поверхностных волн [1564]. Привлечение времен пробега волн несколько компенсирует названные эффекты, например, в случае поверхностных волн можно более точно исследовать пути распространения (направлений подхода и т. п.). Задача поглощения сейсмических волн вдоль границы ядро—мантия, его природа и дифракционные явления детально изучались и с помощью моделирования [1304]. Показано, что неточное знание механизма дифракции может исказить определение поглощения вблизи границы ядро—мантия. Установлено, что именно дифракция, а не собственно поглощение или скоростная характеристика среды в пограничной между ядром и мантией зоне является наиболее вероятной причиной уменьшения амплитуд [1241]. Можно указать по меньшей мере на три фактора, действующие на границе ядро—мантия, которые могут повлиять на измеряемые амплитуды: дифракцию, неупругое поглощение и резонансные явления в слоистой среде. Чтобы отделить эти факторы один от другого, необходим тщательный анализ.

Сочетание способов сравнения частот и станций. Для более эффективного устранения влияния возможно большего количества факторов, чтобы оставить только один, связанный с Q , используются также и сочетания двух способов, перечисленных в табл. 37. Несколько таких сочетаний были уже упомянуты выше. Здесь мы рассмотрим комбинацию способов сравнения частот и станций, специально разработанную для волн Рп. Используются следующие выражения.

Отношение амплитуд двух спектральных составляющих при расстоянии Δ

$$\frac{|A(\omega_1, \Delta)|}{|A(\omega_2, \Delta)|} = \frac{|S(\omega_1)|}{|S(\omega_2)|} \exp \left[\frac{\omega_2}{2} \int_{\Delta} \frac{dr}{Q_2 V} - \frac{\omega_1}{2} \int_{\Delta} \frac{dr}{Q_1 V} \right]. \quad (54)$$

Отношение амплитуд двух спектральных составляющих при расстоянии δ , предполагаемом малым,

$$\frac{|A(\omega_1, \delta)|}{|A(\omega_2, \delta)|} = \frac{|S(\omega_1)|}{|S(\omega_2)|} \exp \left[\frac{\omega_2}{2} \int_{\delta} \frac{dr}{Q_2 V} - \frac{\omega_1}{2} \int_{\delta} \frac{dr}{Q_1 V} \right]. \quad (55)$$

Разделив эти два уравнения одно на другое и обозначив для краткости левую часть через η , получим

$$\eta = \exp \left[\frac{\omega_2}{2} \int_{\Delta} \frac{dr}{Q_2 V} - \frac{\omega_1}{2} \int_{\Delta} \frac{dr}{Q_1 V} \right],$$

$$\ln \eta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \int_{\Delta} \frac{dr}{QV} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{t_i}{Q_i}, \quad (56)$$

где η — наблюдаемая величина, а зависимость Q от частоты в последней части пренебрегаем. Строится зависимость $\ln \eta$ от Δ и затем подбираются значения Q , удовлетворяющие наблюдаемой закономерности. Такая методика применялась при обработке головных волн, возникающих при взрывах [156].

7.4.3. СПОСОБ СРАВНЕНИЯ ВОЛН

В данном способе используются отношения спектральных амплитуд различных волн, регистрируемых одной станцией от одного события (см. табл. 37). Преимущество его состоит в том, что при надлежащем выборе сравниваемых волн удается в значительной степени избавиться от влияния источника и пути пробега. Для измерения поглощения этим способом использовались преимущественно волны, отраженные от ядра.

Таблица 38

Измерение поглощения способом сравнения волн

Источник	Использованные отношения амплитуд волн
[1172]	2ScS/ScS
[145, 826, 827]	$(n + 1) \text{ScS}/n \text{ScS}, (n + 1) \text{sScS}/n \text{sScS}, n \text{sScS}/n \text{ScS}$
[1385]	SKS/ScS
[759]	ScS/ScP, PcS/PcP
[1254]	$(n + 1) \text{ScS}/n \text{ScS}, (n + 1) \text{sScS}/n \text{sScS}$
[369]	ScS/ScP
[2]	ScS/S
[758]	PcP/P
[1065]	pP/P
[1240]	PKIKP/PKP

Идея определения значений Q по волнам, многократно отраженным от ядра, впервые высказана в [1172]. В этой работе использовались временные измерения амплитуд отношения ScS/ScS для случая падения, близкого к нормальному (табл. 38). Если не налагать условие нормального падения, то следует обратиться к более полному виду уравнения фильтрации:

$$\ln \frac{|A_1(\omega)|}{|A_2(\omega)|} = \ln \frac{G_1}{G_2} + \ln \frac{S_1}{S_2} + \ln \frac{C_1}{C_2} + \ln \frac{R_{S1}}{R_{S2}} + \ln \frac{R_{C1}}{R_{C2}} - \omega \int_M \frac{dr}{QV}, \quad (57)$$

учитывающего механизм очага (S), прохождение через кору (C), коэффициенты отражения от дневной поверхности R_s и от ядра (R_c). Кроме того, следует учесть, что поглощение в мантии зависит от угла наклона луча. Это выражение было использовано в [1254] для определения Q по многократно-отраженным волнам ScS и ScS от глубокофокусного южноамериканского землетрясения с диапазоном радиусом $7-80^\circ$. При этом, как указано в [1349], были сделаны несколько упрощающих предположений, касающихся величин C , R_s и R_c . Выполненные измерения позволили определить значения Q для поперечных волн, а также оценить вязкость и жесткость внешних частей ядра.

Формулу (57) можно изменять с учетом сравниваемых отраженных от ядра волн. Например, для кратнo-отраженной волны ScS при почти нормальном падении (коэффициенты отражения равны 1 для дневной поверхности и для ядра) имеем

$$\ln \frac{|A_1(\omega)|}{|A_2(\omega)|} = \ln \frac{G_1}{G_2} - \omega \int_M \frac{dr}{QV} = \ln \frac{G_1}{G_2} - 2\kappa h, \quad (58)$$

где интеграл с индексом M относится к мантии и коре с общей мощностью h , величина $|A_1(\omega)|$ равна амплитуде волны $(n+1)\text{ScS}$, а $|A_2(\omega)|$ — амплитуде волны $n\text{ScS}$. Используя это выражение для кратнo-отраженных волн sScS, удалось найти среднее значение Q для мантийных поперечных волн по записям двух глубокофокусных землетрясений [145, 827]. Если включить в расчеты отношение $n\text{sScS}/n\text{ScS}$ (различие между этими волнами заключено в области, расположенной над фокусом), то появляется возможность отделить влияние этой области от нижележащей при условии, что влияние механизма очага исключено. С помощью отношений спектральных амплитуд волн SKS/ScS, выбранных так, что они различаются только частью K , соответствующей внешнему ядру, были получены оценки вязкости для внешних частей ядра [1385].

С целью сравнения средних значений Q мантийных волн S и P можно использовать отношения спектральных амплитуд ScS/ScP и PcS/PcP, которые существенно различаются путями прохождения (S и P). Обозначая эти волны нижними индексами 1 и 2, можно упростить общую формулу, предполагая, что функция источника одна и та же, и пренебрегая влиянием коры под станцией:

$$\ln \frac{|A_1(\omega)|}{|A_2(\omega)|} = \ln \frac{G_1}{G_2} \frac{|R_{c1}(\omega)|}{|R_{c2}(\omega)|} - \frac{\omega}{2} \left[\int \frac{dr}{Q_1 V_1} - \int \frac{dr}{Q_2 V_2} \right]. \quad (59)$$

Здесь R_c — коэффициент отражения от ядра. Делая подстановку

$$Q_2 = \xi Q_1 \text{ и } V_2 = 1,82V_1,$$

получаем

$$\begin{aligned} \ln \frac{|A_1(\omega)|}{|A_2(\omega)|} &= \ln \frac{G_1}{G_2} \frac{|R_{c1}(\omega)|}{|R_{c2}(\omega)|} - \frac{\omega}{2Q_1} \left(1 - \frac{1}{1,82\xi} \right) \int \frac{dr}{V_1} = \\ &= \ln \frac{G_1}{G_2} \frac{|R_{c1}(\omega)|}{|R_{c2}(\omega)|} - \frac{\omega}{2} \frac{t_1}{Q}, \end{aligned} \quad (60)$$

где t_1 — время пробега волны S по второму отрезку пути, а \bar{Q} — осредненный коэффициент добротности, зависящий от разности в поглощении S- и P-волн в мантии. График зависимости левой части уравнения от ω будет приблизительно прямой линией, по наклону которой можно вычислить \bar{Q} [759].

При исследовании внешней границы земного ядра в [2] сравнивались амплитудные и фазовые спектры волн S и ScS при углах падения на ядро 70—85° для уверенного объяснения, что различия в волнах целиком обусловлены отражением от ядра. По отношению амплитудных спектров были найдены коэффициенты отражения, а по разностям между фазовыми спектрами — сдвиги фаз при отражении, в обоих случаях как функции частоты. Однако путем сравнения с теоретическими моделями не получено однозначного решения, возможно, из-за недостатков, присущих самим моделям. Кроме того, у способа сравнения волн S и ScS при таких условиях есть один неизбежный недостаток. Хотя и можно допустить, что обе волны покидают источник практически идентичными (угол выхода из источника одной волны очень близок к углу выхода другой), но над ядром располагается слой мощностью не менее нескольких сотен километров, через который проходит волна ScS и не проходит S. Зависящее от частоты поглощение в этом слое окажет влияние на результаты сравнения амплитудных спектров. Из-за невысокой точности определения коэффициентов добротности в этом интервале глубин очень трудно оценить количественно влияние поглощения. В [733] приводятся результаты изучения интерференции волн P и PcP, распространяющихся в аналогичных условиях.

Формула (57) справедлива только в случае сравнения двух отраженных от ядра волн. Если сравниваются две волны, только одна из которых отражена от ядра, то эту формулу нужно изменить. Пусть индексы 1 и 2 соответствуют паре волн P и PcP или паре S и ScS. Если эпицентральные расстояния не слишком малы, то можно положить $S_1 = S_2$ и $C_1 = C_2$. С учетом только одного отражения (от ядра), формула (57) преобразуется к виду

$$\ln \frac{|A_1(\omega)|}{|A_2(\omega)|} = \ln \frac{G_1}{G_2} - \ln |R_{c2}(\omega)| - \frac{\omega}{2} \int_1 \frac{dr}{QV} + \frac{\omega}{2} \int_2 \frac{dr}{QV}. \quad (61)$$

Формула такого типа применялась для сравнения короткопериодных волн P и PcP при различных предположениях относительно R_{c2} в зависимости от природы границы ядро—мантия [758].

При сравнительном изучении амплитудных спектров волн PcP и P от землетрясений и взрывов [300] не было получено данных для суждения о деталях строения границы ядро—мантия. В то же время, на основе изучения волн PcP без использования спектральных методов в [689, 690] были найдены убедительные доказательства слоистого строения пограничной зоны между ядром и мантией и конечной жесткости внешнего ядра. В [1240] на ос-

новании изучения спектральных отношений разных групп волн делается вывод о наличии в непосредственной близости от ядра слоя с низкими значениями Q , хотя мощность этого слоя составляет всего 2—8% от радиуса Земли, а достоверность самих вычислений зависит от знания Q во всей остальной Земле.

Вообще все способы изучения поглощения в мантии, использующие отраженные от ядра волны, неоднозначны, так как спектральные отношения зависят не только от поглощения, но и от характера отражения от границы ядро—мантия. Здесь, вероятно, должна помочь комбинация нескольких различных отношений волн, отраженных от ядра. Ожидается, что последние теоретические и экспериментальные исследования отраженных от ядра волн и их спектров дадут более надежные сведения для изучения поглощающих характеристик [1323, 45].

Соответствующей трансформацией общей формулы ее можно сделать пригодной для любого спектрального отношения. По спектральному отношению волн pP/P можно получить сведения о Q в области над фокусом. Для этого случая легко выводится следующее соотношение:

$$\ln \frac{|A_1(\omega)|}{|A_2(\omega)|} - \ln \frac{G_1}{G_2} - \ln |R_s(\omega)| = \ln \frac{S_1}{S_2} - \frac{\omega}{Q} \int_h \frac{dr}{V}, \quad (62)$$

где индекс 1 относится к pP , а индекс 2 — к P . Интегрирование проводится по h , т. е. вдоль по лучу от очага до поверхности и далее вниз до фокуса. Функция R_s — коэффициент отражения для свободной поверхности. Наклон графика зависимости левой части выражения (62) от частоты дает значение \bar{Q} [1065].

Способ сравнения волн применяется также для вычисления отношений спектральных амплитуд волн, многократно отраженных от слоев в земной коре и в осадочном чехле. Сложность опять заключается в том, что в общем случае неизвестны ни коэффициенты поглощения, ни коэффициенты отражения, но это препятствие можно обойти, включив в рассмотрение более двух волн, т. е. вычисляя два спектральных отношения и более. Такой подход к изучению тонких осадочных слоев изложен в [233].

Большой практический и теоретический интерес вызывают отражения от слоев в земной коре. С учетом общего уравнения фильтрации отношение волн PP/P , где PP частично отразилось от подошвы земной коры, можно записать

$$\frac{|A_{PP}(\omega)|}{|A_P(\omega)|} = \frac{|S_{PP}(\omega)|}{|S_P(\omega)|} |R(\omega, i)| \frac{|C_{PP}(\omega, i)|}{|C_P(\omega, i)|} \exp \left[- \int_{PP} \kappa dr + \int_P \kappa dr \right]. \quad (63)$$

Здесь $|R(\omega, i)|$ — коэффициент отражения, зависящий от характера слоистости в точке отражения; $|C(\omega, i)|$ — передаточные функции коры; i — угол падения.

В (63) предполагается, что геометрическое расхождение волн Р и РР одинаковое — упрощение допустимо, но не обязательно. Очевидно, что из отношения амплитуд волн РР/Р нельзя извлечь полезной информации ни об одном из входящих в (63) факторов, если не известны все остальные.

Подобно двум другим способам определения поглощения способ сравнения волн также применим к поверхностным волнам при условии правильного выбора сравниваемых волн. Лучше всего сравнивать мантийные волны, покинувшие фокус в одном направлении, например, G1—G3—G5 и т. д., G2—G4—G6 и т. д. и аналогично для мантийных волн R. В этом случае фактически сравнивается одна и та же волна, покидающая фокус в том же направлении, но с разностью в длине пути пробега, равной одной или нескольким длинам окружности Земли. В действительности способ сравнения волн эквивалентен способу сравнения станций. Формула та же, что и (48), за исключением равенства геометрических расхождений у сравниваемых волн:

$$\ln \frac{|A(\omega, \Delta_1)|}{|A(\omega, \Delta_2)|} = \frac{\omega}{2} \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{QU}, \quad (64)$$

где U — групповая скорость.

$$\ln \frac{|A(\omega, t_1)|}{|A(\omega, t_2)|} = \frac{\omega}{2} \frac{t_2 - t_1}{Q}.$$

В результате получаются средние значения Q для всех спектральных составляющих мантийных волн. Способ, предложенный в 1958 г. [1258], нашел широкое применение [117, 196, 210, 762, 914].

В одном из способов, использующем записи только одной станции, значения Q определяются, исходя из скорости затухания свободных колебаний Земли. В этом случае на длительность анализируемых временных интервалов и их разделение во времени налагаются определенные условия, диктуемые вращением системы стоячих волн относительно Земли [140]. Примеры использования данного способа определения Q можно найти в [91, 460, 533—535, 1078]. Для некоторых высших гармоник получены значительно большие значения Q по сравнению с основным колебанием [460, 535].

СПЕКТРАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ
СЕЙСМИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ

Для характеристики сейсмических источников (очагов) используются динамические и кинематические параметры:

1. Для определения нижеследующих динамических параметров измеряют амплитуды сейсмических волн:

1. Механизм источника (пространственно-временная функция источника). Традиционный способ определения механизма источника основан на изучении характеристики направленности первого рода (сжатие или расширение по P и другим волнам. В спектральных способах используются волновые группы в целом, а не только первые вступления. Спектральные методы сыграли решающую роль в развитии теории динамических смещений (сдвигов), которая является крупным достижением в области изучения источников упругих волн за последние 10—15 лет.

2. Магнитуда. Традиционный способ определения магнитуды базируется на точечных измерениях максимальных амплитуд и периодов на записи. В спектральных способах используется вся запись волны, поэтому они дают более надежные оценки магнитуды.

II. Для определения кинематических параметров используются кинематические свойства сейсмических волн — времена вступления, скорости, расстояния.

1. Координаты эпицентра. Спектральные исследования не проводятся.

2. Глубина очага. Традиционный способ заключается в использовании фаз глубинных волн pP - P или им подобных. Спектральные методы оказываются эффективными и в тех случаях, когда определение одиночных фаз волн, подобных pP , затруднительно или невозможно. Эффективность спектральных методов заключается в том, что они также используют записи волновых групп полностью, а не одиночные измерения.

3. Время прихода волн. Этот параметр используется при изучении периодичности землетрясений. Периодичность землетрясений — это единственный из рассматриваемых в данной главе вопросов, при изучении которого не используется спектральный анализ сейсмических волновых импульсов, а лишь анализируются времена землетрясений.

Перечисленные параметры будут определяться по волнам различного типа (объемным и поверхностным) и характеризовать

источники различного типа (землетрясения и взрывы). Здесь, как и в других главах, рассмотрены способы определения параметров источников и кратко их результаты. Более подробное обсуждение результатов читатель найдет в литературе, на которую сделаны ссылки.

Преимущества спектральных методов анализа сейсмограмм перед традиционными временными объясняются использованием всей волны. Спектральные методы менее зависимы от одиночных, иногда ошибочных отсчетов, а также позволяют извлекать из записей намного большее количество информации. В некоторых случаях, например при изучении источников землетрясений типа распространяющихся смещений спектральные методы дают такие сведения, которые нельзя получить традиционными способами. При любых исследованиях целесообразнее сочетать традиционные и спектральные методы.

8.1. МЕХАНИЗМ ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

8.1.1. КРАТКИЙ ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ МЕХАНИЗМА ОЧАГОВ

Существуют два различных способа исследования механизма очагов землетрясений: 1) полевые исследования изменений, возникающих вблизи очагов, и 2) анализ волн по сейсмограммам.

При сравнении этих способов изучения механизма очага установлено, что первый способ ограничен в применении. За исключением очень редких случаев, когда изучение топографии морского дна возможно, этот способ применим только при расположении эпицентра землетрясения на суше. Чтобы иметь возможность оценить эффект землетрясения, требуется детальное знание ландшафта до возникновения разрыва. Первый способ применим только к достаточно сильным землетрясениям, т. е. к крупным мелкофокусным землетрясениям. Даже в этих случаях требуется осторожность при интерпретации поверхностных смещений от землетрясения через параметры механизма очагов, расположенных обычно на глубине 10—30 км. Вывод о различии между смещениями на поверхности и истинными смещениями в очагах подтвержден в [120]. Следует сказать, что первый способ, несомненно, имеет большую ценность для геологии и при сейсмостойком строительстве, но только второй способ может дать точное знание механизма очага. Спектральный анализ сейсмических волн находит полезное применение только во втором способе. Второй способ применяется много лет для изучения первых вступлений у волны Р и других волн и поляризации волн, не нуждаясь в спектральном анализе. В течение последних 10—15 лет наблюдается большой прогресс в исследовании механизма очага. Этот прогресс связан как с теоретическими исследованиями характера упругого изучения для

различных моделей очага, так и с использованием спектральных методов амплитудной и фазовой компенсации (уравнения) факторов. В отличие от ранних исследований, основанных на изучении первых вступлений, в спектральных методах используются полные сигналы, что, без сомнения, позволяет более детально и достоверно исследовать механизм очагов.

Т а б л и ц а 39

Объяснение некоторых терминов, используемых при описании механизма очага землетрясения¹

Тип источника	Направление разрыва	Направление скольжения
<p>Одиночная пара сил (диполь): одна пара сил, обладающая в общем случае некоторым моментом</p>	<p>Одностороннее: разрыв распространяется только в одном направлении</p>	<p>Однокомпонентное: имеется только одна компонента вектора скольжения, например только по простиранию или только по падению плоскости скольжения</p>
<p>Двойная пара (двойной диполь): две пары сил, перпендикулярные одна к другой, каждая из которых обладает моментом, но общий момент равен нулю</p>	<p>Двустороннее²: разрыв распространяется в двух противоположных направлениях</p>	<p>Двухкомпонентное²: имеются две компоненты вектора скольжения, т. е. и по простиранию, и по падению плоскости скольжения</p>

¹ Возможны все восемь сочетаний характеристик механизма очага.

² В литературе встречаются случаи смешения этих понятий.

Ниже будут рассмотрены отдельно пространственные и временные функции источника. Пространственная функция описывает геометрическую систему сил, действующих в источнике, например одиночную пару и т. д. (табл. 39), и представляет собой то, что обычно обозначают термином «механизм очага». Но, кроме того, мы вынуждены будем рассматривать временную функцию источника, т. е. зависимость действия источника от времени, например, функцию скачка, ступенчатую функцию, импульс и т. п. В последнее время выполнены обширные обзоры исследований механизма источников по сейсмическим записям с теоретической и практической точек зрения [215, 804]. Вообще, изучение механизмов различными способами с использованием всех типов волн, как объемных, так и поверхностных имеет большое значение. Это позволяет надежно изучать механизм очага и лучше понять процессы возбуждения и распространения сейсмических волн.

8.1.2. СПОСОБЫ КОМПЕНСАЦИИ ДЛЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ И ОБЪЕМНЫХ ВОЛН

Способы компенсации факторов, кратко описанные в разделе 6.5 и основанные на приведении амплитуд и фаз к источнику или к фиксированному расстоянию от источника, играют большую роль в изучении механизма источников упругих волн. Ранее компенсация осуществлялась преимущественно во временном пред-

Т а б л и ц а 40

Примеры исследования механизма источников,
базирующиеся на различных способах спектральной
компенсации наблюдаемых данных

Способ	Объемные волны	Поверхностные волны
Функции направленно- сти излучения	[219, 653, 803, 1275]	[214, 216—218, 223, 328, 510, 529, 915, 1064, 1176, 1222, 1275, 1455— 1457]
Разности фаз Приведения абсолютной амплитуды к источнику или к определенному расстоянию	[803] [219, 228, 352, 353, 420, 527, 587, 649, 653, 806, 922, 995, 1164, 1190, 1407, 1410, 1555]	[217, 218, 1176] [87—89, 117, 118, 212, 214, 223, 289, 348, 760, 761, 763, 764, 861, 922, 948, 974, 997, 1222, 1377, 1440, 1441, 1456, 1457, 1545, 1546]
Приведения абсолютной фазы к источнику или к определенному рас- стоянию	[219, 228, 1407]	[114, 117, 211, 241, 216—218, 223, 289, 348, 1090, 1457]
Относительной амплиту- ды ¹ (редуцированной к источнику)	[652]	[111—113, 115, 211, 861, 944]
Относительной фазы ² (редуцированной к источ- нику)		[111—113, 115, 1176]

¹ Сравнение различных волн на одной и той же станции.

² Сравнение различных составляющих одной и той же волны на одной станции.

ставлении, но с развитием спектрального анализа эта операция была перенесена в частотную область. Теоретическое обоснование амплитудной и фазовой компенсации было дано в разделе 6.5. Сейчас нас интересует практическое применение этих способов для изучения пространственных и временных функций источника. Нет необходимости повторять здесь теоретические основы, достаточно привести несколько примеров из опубликованных источников с небольшими пояснениями. В табл. 40 приведены наиболее существенные исследования механизма очага, выполненные в частотном представлении.

Фазовая компенсация применялась уже на ранней стадии исследований источников сейсмических волн [11—113]. Она заключается в согласовании фаз, наблюдаемых на одной станции, с фазами, наблюдаемыми на другой станции, путем введения поправок за расстояние и фазовые сдвиги, вносимые аппаратурой. Фазовые характеристики спектральных составляющих можно определять с большей точностью, чем амплитудные. Погрешности определения фазовых скоростей ограничивают точность способа компенсации фаз [114], а погрешности определения поглощения ограничивают точность способов амплитудной компенсации.

В нескольких работах спектры, приведенные к некоторому заданному расстоянию, подвергаются преобразованию и полученные записи изображаются в зависимости от направления из источника. Эта процедура эквивалентна обратной свертке (деконволюции) исходных записей. Записи после обратной фильтрации сравниваются с синтетическими сейсмограммами, рассчитанными для выбранных моделей источника.

Кроме способов компенсации абсолютных амплитуд и фаз нужно также рассмотреть компенсацию относительных величин, т. е. отношений амплитуд или разностей фаз (см. табл. 40). В работе [115] использованы отношения амплитуд и разности фаз между волнами Лява и Релея, приведенные к источнику, которые сравнивались с величинами, рассчитанными для предполагаемых механизмов разрыва. Поскольку наблюдаемая фаза Φ_X есть сумма начальной фазы Φ_S , сдвига фаз в процессе распространения Φ_P и фазового сдвига Φ_I , вносимого сейсмографом, согласно разделам 6.5 и 7.2 имеем

$$\Phi_X = \Phi_S + \Phi_P + \Phi_I + 2n\pi, \quad (1)$$

а начальная разность фаз между волнами Релея (R) и Лява (L) становится равной (полагая n идентичным в обоих случаях)

$$\begin{aligned} & \Phi_{SR} - \Phi_{SL} = \\ & = \Phi_{XR} - \Phi_{XL} - (\Phi_{PR} - \Phi_{PL}) = \Phi_R - \Phi_L + \omega\Delta \left(\frac{1}{c_R} - \frac{1}{c_L} \right). \quad (2) \end{aligned}$$

В [115] предлагается определять разность фаз на стадии $\Phi_R - \Phi_L$ тремя способами: непосредственно по спектрам Фурье, способом стационарной фазы [193, с. 43—49] и с помощью полосовой фильтрации с последующим вычислением корреляционных функций.

Достоинство способов определения разности фаз [115] заключается в том, что в образованных отношениях амплитуд и разностях фаз влияние временной функции очага и конечности источника взаимно компенсируется, так как эти факторы одинаковые для волн R и L. В то же время пространственная функция источника (системы сил) сохраняется, поскольку она различна для

волн R и L. Во всех способах компенсации пытаются исключить влияние всех факторов, кроме одного, который подлежит изучению.

Сравнение наблюдаемых спектральных характеристик излучения с теоретическими, рассчитанными для известного по независимым данным механизма очага землетрясения, приведено в [653]. В данной работе в отличие от [115] использовались только объемные волны P, S, ScS и только амплитудные спектры, а для компенсации факторов бралось отношение двух горизонтальных составляющих одной и той же волны S и ScS. По величине спектрального отношения S/P оценивался объем источника.

Разработан также способ компенсационного редуцирования амплитуд и фаз длиннопериодных волн P и S от широкофокусных землетрясений и сведения их к источнику для последующего сравнения с теоретическими схемами излучения [219]. В этой работе подробно рассмотрены вопросы корреляции за кору (матричным методом Хаскела), за частотную характеристику прибора и за влияние мантии (поглощение, геометрическое расхождение). Поправки за влияние коры особенно велики для коротких периодов, которые невозможно использовать, если не знать истинное строение коры под станцией. Чтобы получить правильной начальной движение, нужно включить в анализируемый отрезок не только прямые волны P и S, но также обменные волны (PS и SP) и все реверберации в коре под станцией. Длительность анализируемого отрезка записи достигает 45 с. Поэтому с целью исключения других фаз (pP и т. д.) способ применим только в случае глубинных источников.

Описанный способ использован при обработке волн P (S) с периодами 20—100 с, зарегистрированных многочисленными станциями, которые были распределены равномерно вокруг эпицентра широкофокусного ($h = 350$ км) землетрясения в море Банда 21 марта 1964 г. [140]. Из сравнения с теоретическими моделями найдено, что механизм очага ближе всего к действию двойной пары сил. Редуцированным спектрам наилучшим образом удовлетворяла временная функция смещения в очаге, имеющая форму ступени. Эта форма временной функции источника подтверждается данными по волнам Лява и Релея [292, 788]

$$s(t) = c(1 - e^{-at}); \quad t \geq 0, \quad (3)$$

где c и a — положительные константы, причем $a > 0,1 \text{ с}^{-1}$. Пространственная функция источника оказалась независимой от частоты, по меньшей мере до 0,1 Гц (вплоть до периода в 10 с).

Такая же схема вычислений использована в [228] при изучении параметров разрыва в очагах 17 широкофокусных землетрясений и при обработке широкофокусного землетрясения ($h = 593$ км), происшедшего в Бразилии 3 ноября 1965 г. [806]. При обработке данных среднефокусного землетрясения в Гиндукуше была применена амплитудная и фазовая редукция к источ-

нику мантийных релеевских волн [348]. Ограниченная точность объясняется недостаточным знанием фазовых скоростей и параметров поглощения волн Релея, а также погрешностями приборов. При комплексных исследованиях использовались, кроме того, волны Лява, Р и S.

С помощью способа амплитудной компенсации и в предположении точечных источников в [352] на примере нескольких глубокофокусных землетрясений показано хорошее совпадение дан-

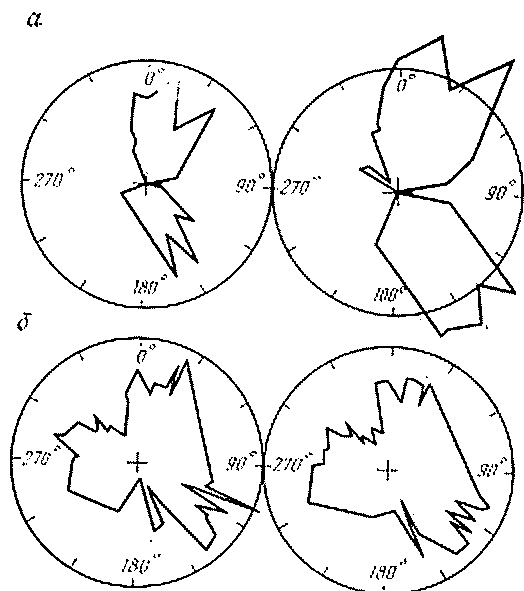


Рис. 77. Наблюдаемые (слева) и расчетные (справа) диаграммы излучения волн Р при землетрясениях в море Банда 21 марта 1964 г. [1407] (а) и в провинции Синьцзянь 13 ноября 1965 г. (б) [353]

ных о механизмах очага, найденных по спектрам волн Р, по поляризации волн S и по первому движению в волне Р. Теоретические модели сопоставляли с наблюдаемыми и путем подбора добивались наилучшего согласия. Для спектров волн Р теоретические распределения амплитуд сравнивались с наблюдаемыми распределениями различных составляющих (различных периодов) амплитудных спектров, редуцированных к источнику (рис. 77). Аналогичными способами были найдены доказательства того, что механизм очагов глубокофокусных землетрясений подобен действию сил типа двойного диполя [1190]. По спектрам объемных волн от толчков глубоких землетрясений в Южной Америке подтверждено существование в этих спектрах преобладающих периодов, которые больше для волн S, чем для волн Р, и увеличиваются с ростом магнитуды землетрясения (см. раздел 8.3.3) [898]. По преобладающим периодам вычислялись объемы источников, предполагавшихся сферическими. По форме наблюдаемых редуцированных амплитудных спектров волн Н можно судить о раз-

личиях в параметрах источников (сейсмическом моменте, размерах очага, падении напряжения) [1410].

Амплитудная и фазовая компенсация свободных колебаний Земли может также дать сведения об источнике [91, 211]. Из всего многообразия способов следует упомянуть амплитудно-компенсационный или способ общего пути. Согласно уравнениям (56) и (57) главы 6 величина

$$S(\omega) C_s(\omega, h) / F(\omega)$$

(h — глубина очага) на заданной частоте будет постоянной.

Следовательно, по наблюдаемому амплитудному спектру $F(\omega)$ и известному значению этой постоянной (найденному, например, по другому событию при наблюдении названных выше требований) можно вычислить произведение $S(\omega) \cdot C_s(\omega, h)$, так называемую функцию слоистости источника, и изобразить ее в виде спектра. Способ позволяет делать интересные сравнения данных по землетрясениям и взрывам в атмосфере и под землей [944].

Наряду с совершенствованием способов наблюдения и обработки сейсмических данных разрабатывается соответствующая теория. С результатами теоретических расчетов сравниваются результаты обработки наблюдений и на основе сравнения оцениваются параметры источника. Из довольно большого числа теоретических исследований хотелось бы выделить работу [213], в которой получены выражения для функций направленности излучения и спектров волн Лява и Релея с диапазоном периодов 50—350 с для различных параметров источника (пара сил, двойная пара, произвольный угол между направлением скольжения и направлением падения плоскости разрыва), расположенного на различных глубинах (600 км) внутри плоской Земли (модель континентальной Земли Гутенберга). Впоследствии эти выводы были использованы для изучения сверхдлинных поверхностных волн в сферической Земле [209].

В работе [1442] на основе теории возбуждения нормальных колебаний в латерально однородной слоистой среде показано, как можно использовать амплитудные спектры волн Релея и Лява (в диапазоне периодов 10—50 с) для определения параметров источников, включая глубину очага, даже когда конечность источника не имеет значения (см. раздел 8.4.4).

Связь между механизмом очага и формой спектров сейсмических волн сформирована в [225]. В [1546] приведено сравнение азимутального распределения амплитудных спектров мантийных поверхностных волн (редуцированных к одному расстоянию) от иранского землетрясения 1 сентября 1962 г. магнитудой $M = 7$ с теоретическими расчетами, выполненными в [213]. Путем подбора наилучшей модели получены сведения о механизме источника (типа двойной пары сил) и его геометрии (азимут, угол с горизонтальной плоскостью, угол между направлением движения в плоскости разрыва и направлением падения плоскости, глубина

очага). Эти параметры очага хорошо согласуются с результатами обработки первых вступлений в волне Р. Спектральные методы более эффективны, чем их временные аналоги.

При использовании способов сравнения теоретических и наблюдаемых функций изучения для определения характеристик очага может возникнуть вопрос о единственности интерпретации,

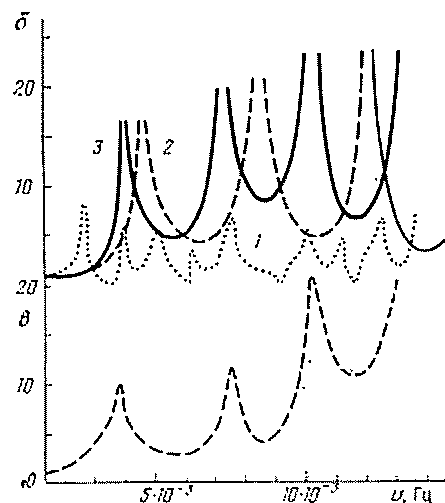
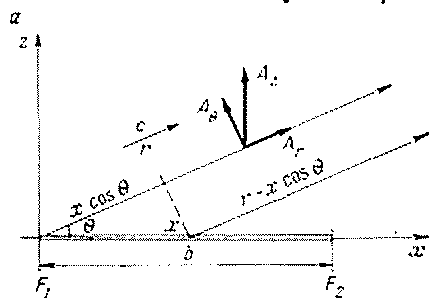


Рис. 78. Источник типа динамической дислокации, распространяющейся с конечной скоростью.

a — упрощенная схема разрыва F_1, F_2 и излучаемых волн; b — теоретическая функция направленности;

1 — $V_F = 2$ км/с, $b = 750$ м, 2 — $V_F = 4,5$ км/с, $b = 500$ м, 3 — $V_F = 4,5$ км/с, $b = 750$ м; θ — наблюдаемая функция направленности по данным индийского землетрясения в мае 1960 г., зарегистрированного в Падшене [1176]

т. е. вопрос о том, можно ли наблюдаемую функцию изучения объяснить более чем одной моделью. Обычно когда используется большое количество станций или воли, решение можно считать единственным. Предказывается, что для определения характеристик очага следует использовать только спектральные методы [220].

8.1.3. СПОСОБЫ, ОСНОВАННЫЕ НА ТЕОРИИ РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ СМЕЩЕНИЙ (ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ)

Спектральные методы стали применяться для изучения механизма очагов землетрясений в основном после введения понятия о разрыве, развивающемся с некоторой конечной скоростью испарывания. После ранних, довольно примитивных представлений о конечных источниках, имеющих, как правило, сферическую форму, в начале 1960-х годов была предложена более реалистичная модель источника как динамических (распространяющихся) смещений. Согласно этой модели механизма очага элементарное смещение (сдвиг) возникает в некоторой точке (обычно

вблизи одного из концов разрыва) и от этой точки разрыв движется с конечной скоростью до тех пор, пока нарастание напряжений преобладает над снятием их. Скорость, с которой распростра-

няется разрыв, называется скоростью распространения смещения (разрыва), а расстояние, в пределах которого наблюдается это движение, — длиной разрыва. Для изучения этих параметров используются спектры поверхностных и объемных волн.

Одновременно с теоретическими разработками, проводимыми Кнопоффом и Гильбертом [814], Саважем и др. [1263], Бен-Менахем [207] разработал свою теорию конечных динамических смещений в источнике, которая стала очень важной благодаря ее практической ценности. Он подчеркивает важность размера очага и длительности динамического процесса, которыми в основном определяется излучаемое поле упругих волн. Большое значение имеет также конфигурация очага (азимутальные вариации его параметров), особенно когда величина этих вариаций имеет тот же порядок, что и длины волн и периоды. Задавая источник (очаг) в виде линии точек, движущихся по плоскости разрыва с конечной скоростью, автор рассчитал спектры смещения волн Релея и Лява в удаленных точках поля для различных моделей механизма очага (сдвиг по простиранию плоскости разрыва, сдвиг по падению плоскости разрыва, вертикальный разрыв, плоскость разрыва наклонена к горизонту под произвольным углом). Эта работа имеет огромное значение, так как дала толчок для более интенсивного изучения механизмов источников спектральными методами.

Основы теории конечных динамических смещений. В точке приема (наблюдения) спектры смещения для поверхностных волн, возникающих в результате сдвига по простиранию плоскости разрыва, выражаются в цилиндрических координатах для двумерного распространения следующим образом (рис. 78, а) и [217]:

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{r}} |B(\theta)| e^{i\psi(\theta)} \frac{\sin X}{X} e^{iX} |S(\omega)| e^{i\Phi_s(\omega)} \times \\ \times M(\omega, r) \exp i \left[\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) + \frac{(2m+1)\pi}{4} \right]. \quad (4)$$

Компонента $A_0(\omega)$ описывает волны Лява, а компоненты $A_r(\omega)$ и $A_z(\omega)$ — волны Релея.

Как и в общих уравнениях раздела 6.5.2, здесь также имеются множители, зависящие от параметров источника и путей пробега. В (4) функция источника представлена произведением трех множителей.

1. Пространственного множителя $|B(\theta)| e^{i\psi(\theta)}$, который зависит от системы сил в очаге, т. е. от того, чем можно аппроксимировать эту систему, — одиночной силой, парой сил или двойной парой и т. д.

2. Множителя распространения $(\sin X/X) e^{-iX}$, который связан с конечной скоростью распространения разрыва и будет объяснен более подробно ниже.

3. Временного множителя $|S(\omega)|e^{i\Phi_S(\omega)}$, являющегося Фурье-преобразованием временной функции источника (функции скачка, импульсной функции и т. д.). Полный фазовый угол, зависящий от временных характеристик источника, $\Phi_S(\omega) - X$ называется и а ч а л ь н о й ф а з о й, которая необходима при изучении механизма очагов. В случае точечного источника, когда $X = 0$, начальная фаза равна $\Phi_S(\omega)$.

Путь пробега представлен двумя множителями.

1. Множителем $1/\sqrt{r}$, описывающим геометрическое расхождение на плоскости (цилиндрическое расхождение). Расхождение на сфере описывается функцией $1/(r_0 \sin \Delta)^{1/2}$, где r_0 — радиус Земли, а Δ — угловое расстояние (см. раздел 6.5.3).

2. Множителем

$$M(\omega, r) \exp i \left[\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) + \frac{(2m+1)\pi}{4} \right],$$

представляющим собой амплитудно-частотную характеристику пройденной среды, т. е. области источника, мантии и земной коры под станцией (см. раздел 7.2.1).

Множитель $(\sin X/X) e^{-iX}$ выражает влияние конечности времени распространения разрыва в очаге. Характер влияния можно объяснить следующим образом (см. рис. 78, а). Волна, излучаемая из точки x на разрыве, приходит к приемнику с задержкой во времени, равной

$$(x/V_F) + (r - x \cos \theta_0)/c.$$

Следовательно, передаточная функция для всего одностороннего разрыва

$$\begin{aligned} \frac{1}{b} \int_0^b \exp i\omega \left[t - \left(\frac{x}{V_F} + \frac{r - x \cos \theta_0}{c} \right) \right] dx = \\ = \frac{\sin X}{X} e^{-iX} \exp i\omega \left(t - \frac{r}{c} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

В случае разрывов более сложной конфигурации (см. табл. 39) ход рассуждений аналогичен, но следует учитывать особенности механизма очага. Выражение для X в случае сдвига по пространству вертикальной плоскости разрыва имеет вид

$$X = \frac{\omega b}{2c} \left(\frac{c}{V_F} - \cos \theta_0 \right) = \frac{\pi \omega b}{c} \left(\frac{c}{V_F} - \cos \theta_0 \right) = \frac{\pi b}{L} \left(\frac{c}{V_F} - \cos \theta_0 \right). \quad (6)$$

Для точечного источника ($b = 0$ и $b/V_F = 0$) имеем $X = 0$ и $(\sin X/X) e^{-iX} = 1$, как и ожидалось. Следовательно, формула (4) применима во всех случаях, а точечный источник является ее частным случаем. Тот же частный случай может получиться, если $c = V_F \cos \theta_0$ или когда $L \gg b$. Таким образом, если длина

волн намного больше длины разрыва, источник ведет себя как точечный [55].

Множитель распространения имеет нули при $X = n\pi$, где $n = 1, 2, \dots$, что является условием интерференции волн, излучаемых через интервалы времени, обратно пропорциональные скорости испаривания. На частотах, для которых отношение $(\sin X)/X$ равно нулю, фаза X изменяется скачком на величину π вследствие изменения знака функции $(\sin X)/X$. Следует отметить, что спектральные минимумы расположены через постоянные интервалы по X , но не по ω , поскольку для дисперсных поверхностных волн $c = c(\omega)$ и, следовательно, X не есть простая линейная функция ω . Эта идея не нова в физике — между описанным явлением и оптической дифракцией существует полная аналогия [40], с. 485]. По частотам спектральных минимумов можно вычислить размер очага b и скорость распространения разрыва V_F .

Хотя эти минимумы должны наблюдаться и в спектрах записей одиночными станциями, более достоверные результаты получаются, когда все факторы, не зависящие от X , исключены. Исключение осуществляется использованием записей:

- 1) одной и той же волны от одного и того же землетрясения на двух станциях;
- 2) различных волн от одного и того же землетрясения на одной станции;
- 3) одной и той же волны от разных землетрясений на одной станции.

В каждом случае есть два зависящих от X , взаимно дополняющих параметра: а) отношение спектральных амплитуд (способ функции направленности излучения) и б) разность спектральных фаз (способ дифференциальной фазы).

Ниже мы рассмотрим эти способы на примере сдвига по простиранию вертикальной плоскости разрыва, который является простейшим случаем, но вполне достаточным для иллюстрации основных принципов. Для других конфигураций разрывов можно вывести подобные функции с использованием теории конечных динамических смещений, спектральные минимумы которых зависят от размеров очага b , скорости разрыва V_F , ориентировки разрыва относительно станции θ_0 и угла падения плоскости разрыва ϕ .

Применение теории конечных динамических смещений. Отношение спектральных амплитуд для двух станций, расположенных симметрично относительно эпицентра, дает функцию направленности D [207]. Для сдвига по простиранию разрыва функция направленности D излучения волн Релея и Лява имеет вид

$$D = \left| \frac{A(\theta_0)}{A(\pi + \theta_0)} \right| = \left| \frac{Y \sin X}{X \sin Y} \right|, \quad (7)$$

где

$$X = \frac{\pi b}{L} \left(\frac{c}{V_F} - \cos \theta_0 \right) \text{ и } Y = \frac{\pi b}{L} \left(\frac{c}{V_F} + \cos \theta_0 \right).$$

Это выражение справедливо для любой компоненты в формуле (4) в предположении, что при выборе диаметрально противоположных станций все множители, кроме множителя распространения, взаимно компенсируются. Согласно (7) функция D зависит только от амплитуд, но не от фаз. Принято, что числитель отношения для D соответствует волнам, излучаемым из очага в направлении движения разрыва.

Из определения функции D (7) видно, что с изменением частоты значения функции образуют некоторую последовательность минимумов и максимумов:

$$\left. \begin{array}{l} \text{минимумы при } \frac{\pi b}{L_i} \left(\frac{c_i}{V_F} - \cos \theta_0 \right) = n\pi \\ \text{максимумы при } \frac{\pi b}{L_a} \left(\frac{c_a}{V_F} + \cos \theta_0 \right) = n\pi \end{array} \right\} n = 1, 2, \dots \quad (8)$$

Индексами i и a обозначены соответственно минимумы и максимумы (рис. 78, б). Чтобы найти параметры очага по функции направленности излучения упругих волн, наблюдаемые спектральные кривые сопоставляются с набором теоретических кривых, вычисленных для известных V_F и b .

Определенная выше функция направленности D применима только к сдвигам по простиранию разрыва (вертикального или наклонного). Для случая вертикального сдвига $D = 1$, а для сдвига по падению наклонной плоскости разрыва функция не определена. Позднее были даны три различных выражения для функции направленности D [216], соответствующие случаям разрыва с переменной амплитудой (уменьшающейся по экспоненте), разрыва, распространяющегося в обе стороны, и разрыва с переменной скоростью испарывания.

Можно объединять записи мантийных волн четного и нечетного порядков на одной станции, вводя соответствующие поправки за различия в путях пробега [1176]. С учетом изменчивости спектров в [117] высказано сомнение относительно надежности функций направленности, определенных по одиночным станциям, и предлагается для получения более устойчивых результатов осреднять спектральные плотности по нескольким станциям, расположенным в некотором азимутальном створе относительно эпицентра. Предложены обобщенные функции направленности, определяемые для любых двух станций [1455]. Это обобщение позволяет производить осреднение по значительно большему количеству амплитудных спектров, редуцированных к единому эпицентральному расстоянию.

С другой стороны, если сравнить фазы на станциях, расположенных диаметрально противоположно относительно эпицентра, то можно прийти к выводу, что из четырех фазовых множителей в (4) только e^{-iX} дает разность фаз. Разность фаз между этими двумя станциями создается множителем распространения и она

равна $(2\pi b/L) \cos \theta_0$. Это — разностная фазовая функция [207]. Тангенс угла ее наклона зависит от b .

Итак, для двух диаметрально противоположных станций получим:

1) функцию направленности — отношение спектральных амплитуд, зависящее от параметров источника b , V_F , θ_0 и параметров волны L , c ;

2) разностную фазовую функцию, зависящую от параметров источника b , θ_0 и волнового параметра L .

Для заданных значений фазовых скоростей и ориентации разрыва (θ_0) по разности фаз определяют размер очага b и затем по функции направленности находят скорость распространения разрыва V_F .

Некоторые результаты применения этого способа приведены в табл. 41. Значения скорости распространения разрыва близки к значениям скорости распространения поперечных волн или ниже. Из выражений для X и D видно также, что решающее значение имеет отношение c/V_F , а не скорость V_F [120]. Размеры очагов землетрясений малой амплитуды также вполне измеримы [1275].

Судя по данным табл. 41, с увеличением длины разрыва b растет скорость распространения разрыва V_F , следовательно, длительность динамического процесса в очаге также может служить важным параметром. Действительно, логарифм времени разрыва приблизительно линейно зависит от магнитуды M :

$$\log (b/V_F) = 0,5M - 1,9 \quad (9)$$

со средним квадратическим отклонением, равным $\pm 0,2$. Эта формула хорошо согласуется с зависимостью преобладающего периода T от магнитуды M (см. раздел 8.3.3). Это не удивительно, поскольку чем больше время вспарывания b/V_F , тем больше должны быть преобладающие периоды. Формула (9) проверена с помощью определений b и V_F , взятых из литературных источников; при этом получено хорошее подтверждение, когда использовались более достоверные данные [117, 118, 213, 761], в том числе по слабым землетрясениям [1275]. Это расширяет диапазон применимости формулы (9) приблизительно до следующих пределов: $2,5 \leq M \leq 8,5$. Согласно теории азимутальные вариации преобладающего периода аналогичны эффекту Доплера. Это свойство находит свое выражение в азимутально-зависимом множителе при X ; для одностороннего разрыва, например, имеем минимальный период при $\theta_0 = 0$ и максимальный период при $\theta_0 = \pi$. Эти вариации наблюдаются и используются для определения направления разрыва.

Обоснованность рассматриваемого способа определения параметров механизма очага землетрясения подтверждается результатами таких вспомогательных методов, как геологическая съемка, изучение распределений афтершоков, анализ начального движе-

ния в волне Р и длительности Т-фазы, обработка акселерограмм [120]. Способ проверялся также на моделях [1176]. Получено вполне хорошее совпадение теории и эксперимента. Дальнейшие экспериментальные исследования рассмотрены в [1264].

Еще в одном компенсационном способе используется отношение амплитуд спектральных составляющих поверхностных волн

Таблица 41

Параметры источника, определенные по различным параметрам

Землетрясение (место, дата, магнитуда)	Длина разрыва h , км	Скорость разрыва V_f , км/с	Направление разрыва	Источник
Поверхностные волны				
Чили, 22 мая 1960 г., $M = 8,3^1$	1000 1200	4,5 3,5	— —	[1176] [1485]
Аляска, 28 марта, 1964 г., $M = 8,5$	650 800	3,0 3,0	Северо-восток 45° Северо-восток 30°	[223] [529]
Камчатка, 4 ноября 1952 г., $M = 8,4$	700	3,0	Северо-запад 146°	[217]
МНР, 4 декабря 1957 г., $M = 8,3$	560	3,5	Северо-восток 100°	[216]
Алеутские острова, 4 февраля 1965 г., $M = 8,1$	420	3,0	Северо-запад 70°	[214]
Аляска, 10 июля 1958 г., $M = 7,9$	350	3,5	Северо-запад 40°	[218]
Курильские острова, 13 октября 1963 г., $M = 8,1$	250	3,5	Северо-восток 40°	[214]
Дашт-э-Байяз, Иран, 31 августа 1968 г., $M = 7,4$	80 30	0,5 2,2	Северо-запад 77° —	[1064] [510]
Паркфилд, США, 28 июня 1966, г., $M = 6,0$	(40) 37	(1,3) 2,2	Северо-запад 33° Северо-запад 43°	[1545] [121, 1440]
Объемные волны				
Море Банда, 21 марта 1964 г., $h = 350$ км, $M =$ $= 6,6$	35	5	—	[420]
Бразилия, 9 ноября 1963 г., $h = 600$ км, $M =$ $= 7,1$	27	3,8	—	[420]

¹ Магнитуды взяты из [463] и определены по записям на станциях Уэйсала и Кируна

от главного толчка и от одного из самых слабых, но четко зарегистрированных афтершоков. Идея способа заключается в том, что слабейший из повторных толчков принимается за точечный источник, в отличие от главного толчка и более сильных повторных, которые, как предполагается, имеют механизм очага, описывае-

мый конечными динамическими смещениями. В этом случае записи волн от данного источника будут различаться только эффектами, обусловленными конечностью параметров механизма очага, которые можно будет оценить. Данный способ, предложенный в [510] и примененный к волнам Лява, возникшим от последовательности толчков в Паркфилде (Калифорния) в 1966 г., является частным случаем общего подхода, изложенного выше. Для точечного источника имеем $X = 0$ и $(\sin X/X) e^{-iX} = 1$; для толчков с конечными параметрами механизма очага

$$X = \frac{\omega b}{2c} \left(\frac{c}{V_F} + 1 \right), \quad (10)$$

поскольку в частном случае, о котором идет речь, $\theta_0 = \pi$. При прочих равных факторах за исключением того, что амплитуды пропорциональны длине разрыва, можно записать отношение спектральных амплитуд $G(\omega)/F(\omega)$ для любого толчка и слабейшего афтершока. Результаты этого исследования приведены в табл. 41.

Такая же методика была использована в [1064], только в данном случае $\theta_0 = \pi/2$. Необходимые отношения и в данном случае получаются довольно просто. Однако может быть полезным проследить вывод именно для такого случая.

Афтершок: точечный источник $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$, где

$$F(\omega) = \int_{t_1}^{t_2} f(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (11)$$

Главный толчок: конечный источник $g(t) \leftrightarrow G(\omega)$, где

$$g(t) = \int_0^b f\left(t - \frac{x}{V_F}\right) dx, \quad G(\omega) = \int_0^b F(\omega) e^{-i\omega x/V_F} dx. \quad (12)$$

Применив теорему о временном сдвиге (см. раздел 2.3.4), интегрированием по частям выражения (12) для $G(\omega)$ получаем

$$\frac{G(\omega)}{F(\omega)} = \frac{iV_F}{\omega} \left(e^{-i\omega b/V_F} - 1 \right) = \frac{b \sin(\omega b/2V_F)}{\omega b/2V_F} e^{-i\omega b/2V_F}, \quad (13)$$

откуда находим

$$|G(\omega)/F(\omega)| = \text{min} \text{ для } \omega b/2V_F = n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

По отсчетам значений частоты ω , соответствующих минимумам отношения $|G(\omega)/F(\omega)|$, получаем величины b/V_F . Зная одну из величин, входящих в это отношение, например V_F , из других источников, можно вычислить вторую.

8.1.4. СПОСОБЫ, ОСНОВАННЫЕ НА ТЕОРИИ РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ СМЕЩЕНИЙ (ОБЪЕМНЫЕ ВОЛНЫ)

Способ определения параметров механизма очага для поверхностных волн [207] был распространен на объемные волны [208, 219, 653]. Влияние конечности параметров механизма очага на спектры объемных волн описывается в общем случае множителями вида

$$(\sin X/X) e^{-iX} (\sin Y/Y) e^{-iY}. \quad (14)$$

В случае одностороннего разрыва со скольжением по простиранию и падению X и Y определяются следующим образом [805]:

$$\left. \begin{array}{l} X_{P, S} \\ Y_{P, S} \end{array} \right\} = \frac{\omega b_{x, y}}{2V_{P, S}} \left(\frac{V_{P, S}}{V_{F, x, y}} - \cos \theta_{0, x, y} \right), \quad (15)$$

где P, S обозначают волны P и S , а b, V_F, θ_0 определяются на координатной плоскости с осями x и y , совпадающими с двумя компонентами скольжения. Факторы конечности параметров в (14) равны нулю при $X, Y = n\pi, n = 1, 2, 3, \dots$; одновременно фазы X и Y изменяются на π . Для волн P значения периодов, соответствующие минимумам, равны

$$T_n = \frac{b}{n} \left(\frac{1}{V_F} - \frac{1}{V_P} \cos \theta_0 \right). \quad (16)$$

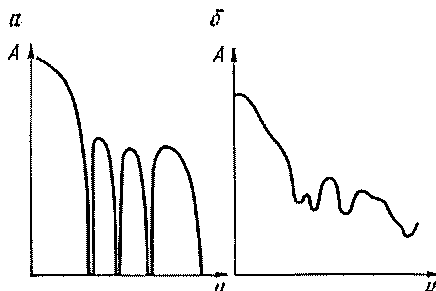
В случае произвольного скольжения по плоскости разрыва необходимо различать две последовательности минимумов, соответствующих направлениям простирания и падения плоскости разрыва: одна последовательность вдоль оси x с определенными значениями b, V_F, θ_0 и другая последовательность вдоль оси y с иными значениями b, V_F, θ_0 (рис. 79). По отсчетам минимумов можно вычислить b и V_F . Этим способом были обработаны волны P и S от глубоководного землетрясения в Бразилии 3 ноября 1965 г. ($h = 593$ км) [805].

При $n = 1$ выражение для T_n дает значение полной временной задержки. Считая, что между T_n и $\cos \theta_0$ существует линейная связь типа (16), можно определять b и V_F по графикам зависимости T_n от $\cos \theta_0$ для множества станций. Очевидно, что b/V_F равно нулевому времени, а b/V_P — угловому коэффициенту получающейся прямой линии. Этот способ соответствует способу, который использовался во временном представлении в [259, 260].

Не только амплитудные, но и фазовые спектры могут дать ценную информацию об источнике благодаря тому, что минимумам

амплитудных спектров соответствуют скачки в π радиан фазовых спектров. Как и в случае поверхностных волн, функции направленности и разностной фазы являются надежным инструментом для определения длины разрыва и скорости разрыва. Огромное значение способа заключается в независимости этих функций от числа параметров механизма очага. Одно из неудобств использования функции направленности заключается в том, что необходимо иметь записи на станциях, расположенных диаметрально

Рис. 79. Амплитудные спектры волн Р, возникающих в случае источника типа одностороннего разрыва со сдвигом в произвольном направлении (а) и в случае источника типа двустороннего разрыва со сдвигом в произвольном направлении (б) [805].



противоположно относительно эпицентра землетрясения. Для преодоления этого неудобства предлагается использовать родственную функцию направленности излучения, образованную отношением спектров волн S и P:

$$D = \left| \frac{A_S}{A_P} \right| = \frac{Y \sin X}{X \sin Y}, \quad (17)$$

где

$$\left. \begin{array}{l} X \\ Y \end{array} \right\} = \frac{\omega b}{2V_{S,P}} \left(\frac{V_{S,P}}{V_F} - \cos \theta_0 \right).$$

Величины θ_0 , V_P и V_S получаются из решений относительно плоскости разрыва и таблиц времен пробега. Для определения b и V_F нужно сравнить эмпирические функции направленности для различных частот ω с модельными графиками. При таком сравнении следует считаться с неоднозначностью решений. В формуле (17) для D предполагается одинаковое поглощение у волн P и S. В случае неодинакового поглощения нужно ввести корректирующий коэффициент.

Для двустороннего разрыва с произвольным скольжением получаются более сложные выражения. В отличие от моделей одностороннего разрыва с произвольным скольжением спектры не имеют нулевых значений. Однако минимальные точки (с ненулевыми значениями), отражающие параметры источника, имеются (рис. 79, б) [55, 803]. В общем интерпретация спектров через параметры источника становится намного сложнее. Кроме того,

найден [803], что волны Р более информативны, чем волны S, так как функции направленности для волн Р получаются более изменчивыми.

Проведено сравнительное изучение формы амплитудных и фазовых спектров длиннопериодных волн Р по некоторому числу землетрясений и станций с точки зрения возможного характера влияния на них эпицентрального расстояния, азимута, местоположения станции и глубины очага [812]. Влияние расстояния было пренебрежимо малым, зато отмечены азимутальные эффекты, которые можно объяснить фактором конечности параметров очага.

Исходя из теории динамических смещений и связанной с ней зависимости преобладающих периодов от длины разрыва, можно получить сведения о свойствах источника путем сравнения теоретических и наблюдаемых длиннопериодных волн Р [260]. Теоретические волны Р вычислены путем свертки заданных временных функций источника с функцией, учитывающей распространение и прием. Эти исследования подтвердили общую закономерность увеличения отношения b/V_F с ростом M , выраженную в (9), хотя численные значения констант несколько изменились (рис. 80). Исследования выполнены во временной области и представляют собой волновой анализ (см. раздел 1.3), но в отличие от ранних работ, где в основном производится классификация форм волновых импульсов, в работе [260] делаются попытки объяснить особенности формы волновых импульсов через параметры источника.

Поскольку источник имеет колебательный характер, для его изучения можно использовать спектры высших порядков (см. раздел 3.6.3). Спектр смещения пропорционален выражению

$$\frac{\sin X}{X} e^{-ix} = \frac{\sin \omega T/2}{\omega T/2} e^{-i(\omega T/2)}, \quad (18)$$

где T — длительность действия источника (задается выражениями для X). Соответствующий спектр скорости получается с помощью теоремы о производной [$f'(t) \leftrightarrow i\omega F(\omega)$, см. раздел 2.3.6], который пропорционален выражению

$$\frac{1}{T} (1 - e^{-i\omega T}). \quad (19)$$

Взяв действительную часть спектра второго порядка колебательной части выражения (19), получим

$$\operatorname{Re} \bar{f}(\bar{t}) = \operatorname{Re} \int_0^{\Omega} e^{-i\omega t} e^{-i\omega \bar{t}} d\omega = \frac{\sin \Omega(T + \bar{t})}{T + \bar{t}} \quad (0 \leq \omega \leq \Omega). \quad (20)$$

Очевидно, что максимум спектра второго порядка окажется на $-\bar{t} = +T$. Способом, основанным на этих принципах, обра-

ботаны спектры длиннопериодных волн Р, приведенные к источнику [420]. Некоторые результаты приведены в табл. 41.

Спектральный анализ с учетом теории конечных динамических смещений в очаге, несомненно, явился крупным шагом вперед в деле изучения свойств источников. Фактор конечности параметров источника обуславливает появление в спектрах поверхностных и объемных волн последовательности минимумов, по которой можно определить значения длины разрыва b и скорости распространения разрыва V_F . Основная идея заключается в постоянно движущемся точечном источнике. Однако представления о постоянной скорости распространения разрыва и об излучении постоянной энергии во время разрыва, без сомнения, упрощены. При экспериментальной проверке функции направленности [1265] обнаружено существенное влияние ускоренных движений на характер излучения упругой энергии, что, возможно, имеет место и в природных условиях. Ускоренное движение, естественно, нарушит регулярность появления минимумов. При объяснении результатов экспериментальной проверки пригодности теории движущегося источника для волн S в [1264] дается иное объяснение этому явлению через интерференцию начальной и последней фаз. Более того, последовательность спектральных минимумов можно получить и в случае двух отдельных событий или более, совершающихся в тех же самых или близких к ним точках с малыми временными относительными сдвигами. Расположение спектральных минимумов в этом случае будет определяться временными и пространственными сдвигами. Учитывая, что на записях обычно присутствуют кратные волны Р (особенно на записях сильных землетрясений), что свидетельствует скорее о прерывистом, нежели непрерывном, характере динамических

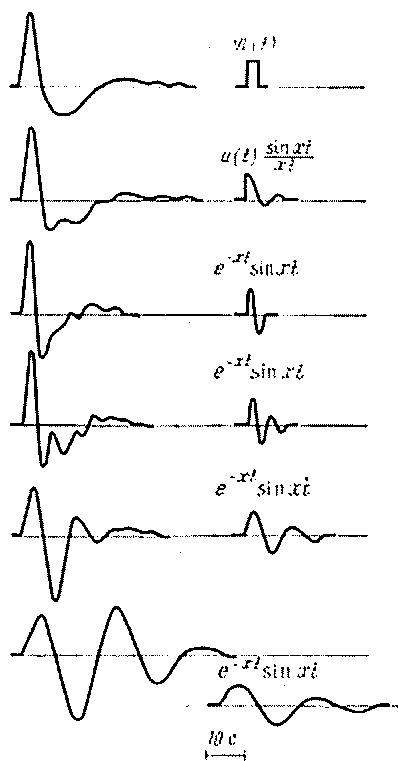


Рис. 80. Синтетические записи волн Р (слева) для различных временных функций источника (справа), вычисленные с помощью системной функции из [219].

Обратите внимание на то, что возрастание времени испаривания (b/V_F) приводит к увеличению преобладающего периода на записях [259].

с малыми временными относительными сдвигами. Расположение спектральных минимумов в этом случае будет определяться временными и пространственными сдвигами. Учитывая, что на записях обычно присутствуют кратные волны Р (особенно на записях сильных землетрясений), что свидетельствует скорее о прерывистом, нежели непрерывном, характере динамических

процессов в очаге, упомянутое выше решение, несомненно, заслуживает внимательного рассмотрения [1155, 1545]. Теория динамических смещений была обобщена на случай нескольких источников различной силы, дискретных в пространстве и времени [1047], и использована для обработки наложившихся цугов поверхностных волн от больших землетрясений. Показана множественность путей пробега, которое, несомненно, имеет место, может вызвать серьезные помехи. Разумеется, все эти различные точки зрения тесно связаны между собой. Модель механизма очага в виде точечного источника, распространяющегося с конечной скоростью, можно рассматривать как осредненную идеализацию прерывистого точечного источника или ускоряющегося точечного источника.

8.1.5. СПОСОБ ЧАСТОТЫ ИЗЛОМА СПЕКТРА

Рассмотренные до сих пор спектральные способы изучения источников сейсмических волн основывались на использовании отсчетов частоты минимумов функций направленности. Однако полезную информацию об источнике можно извлечь также из других спектральных параметров. Используя приведенные выше обобщенные выражения, можно построить идеализированный спектр, т. е. такой, в котором отражено воздействие только фактора распространения разрыва. Получим амплитудно-частотный спектр в двойном логарифмическом масштабе, причем амплитуда A пропорциональна отношению $|\sin X/X|$, а X пропорционально частоте ω (рис. 81). Идеализированный спектр горизонтален на низких частотах и наклонен под некоторым углом на высоких частотах. Такая форма согласуется с формой наблюдаемых спектров, соответствующим образом исправленных. Естественно, что уровень плоской части зависит от высвободившейся энергии, магнитуды, сейсмического момента или падения напряжения. Угловая частота ω_0 , на которой кривая спектра имеет излом, позволяет вычислить размер очага. Судя по рис. 81, $\omega = \omega_0$ при $X = 1$, и на основании теории конечных динамических смещений имеем

$$b = \frac{2V_P \cdot s}{\omega_0 (V_P \cdot s / V_F - \cos \theta_0)}. \quad (21)$$

Если наблюдаемые спектры исправить за частотную характеристику прибора, схему излучения из очага, поглощение, геометрическое расхождение и влияние коры и свободной поверхности, то по отсчетам спектрального уровня плоской части и частоты излома спектральной кривой можно вычислить соответственно сейсмический момент и размер очага. Сейсмический момент пропорционален уровню низкочастотной части амплитудного спектра, а длина разрыва обратно пропорциональна квадрату частоты излома. Полная разработка этого способа дана в [292, 293].

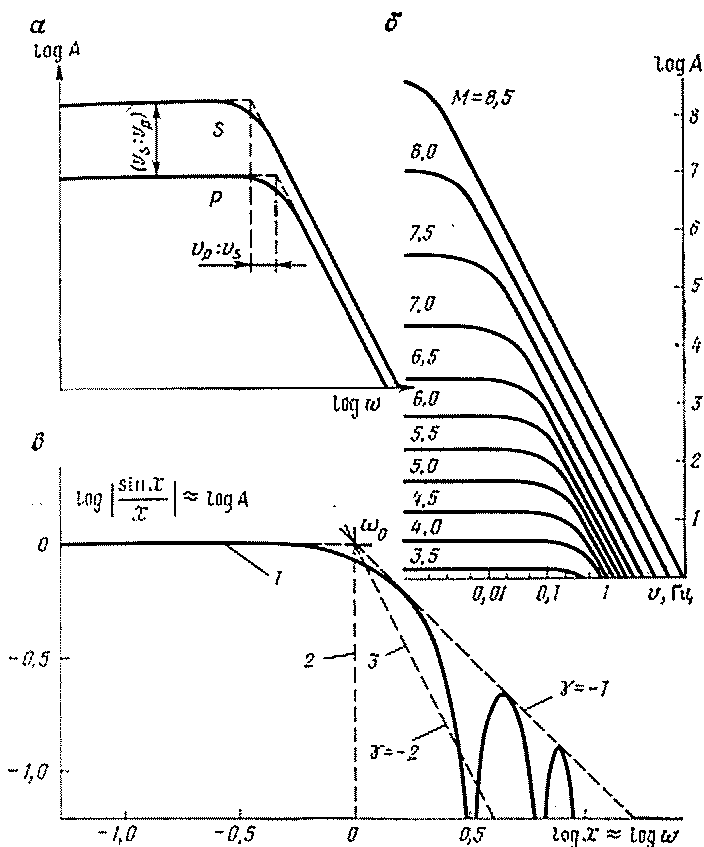


Рис. 81. Спектры объемных волн, приведенные к источнику.
 а — по [587]; б — по [119]; в — рассчитанные на основе теории динамических дислокаций.
 Для расчета параметров источника используются три независимых спектральных параметра: 1 — низкочастотный уровень амплитуд; 2 — частота точки излома спектральной кривой ω_0 ; 3 — угловой коэффициент огибающей высокочастотной части спектра γ

Т а б л и ц а 42

Параметры очага сан-фернандского землетрясения
 9 февраля 1971 г.

Параметры	[1555]	[330]
Момент, дин·см	$7 \cdot 10^{25}$	$16,4 \cdot 10^{25}$
Площадь нарушения, км ²	570	196
Смещение, см	45	280
Падение напряжения, бар	14	70

Способ опробован на четырех землетрясениях и результаты опробования сравнены с полевыми измерениями [587, 1555]. Несмотря на некоторую неопределенность в нахождении низкочастотного уровня и частоты излома по наблюдаемым спектрам, достигнута хорошая сходимость. В то же время результаты определения параметров сан-фернанского землетрясения различными способами по различным данным расходятся довольно ощутимо (табл. 42). Способ частоты излома использован при обработке объемных (Р и S) поверхностных волн от нескольких африканских землетрясений [922], волн S от микроземлетрясений, что позволило вычислить параметры очагов для толчков магнитудой $M = 1,0$ [453], и данных по землетрясению в Имперской долине 1940 г. [1433]. В последующем способ использовался при обработке землетрясений в районе Тонга—Кермадек [1007, 1556].

В работе [586] показано, что трех независимых спектральных параметров, изображенных на рис. 81, вполне достаточно для вычисления параметров очага. По уровню низкочастотной части спектра волны Р от глубокофокусного землетрясения можно определить площадь зоны разрушения пород и связанные с ней величины, что сравнительно подробно обсуждается в [228].

На основании определенных теоретических соображений и экспериментальных данных утверждается, что в низкочастотном диапазоне спектра телесеismicической волны Р должен существовать пик, а не плоский участок [602]. Более того, доказывається, что частота этого пика для землетрясений на порядок меньше частоты при подземных взрывах, а также то, что частота спектрального пика для землетрясений зависит в основном от глубины очага, а для взрывов — от функции источника.

8.1.6. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Совершенно естественно, что механизм типа распространяющегося разрыва применим только к сильным землетрясениям. Лишь в исключительных случаях при наличии широко развитой наблюдательной сети можно применить эту модель к землетрясениям малой магнитуды. Одним из таких примеров может служить Паркфилдское землетрясение 28 июня 1966 г. которое, по данным станций Упсала и Кируна, имело магнитуду $M = 6,0$ (см. табл. 41). Способы спектрального анализа, основанные на других моделях механизма очага, тем не менее находят различные приложения и к изучению волн от слабых землетрясений. Этому способствовало использование в последнее время высокочувствительных длиннопериодных сейсмографов.

Микроземлетрясения, т. е. землетрясения с $M < 3$, начали интенсивно изучаться недавно. Предполагается, что по ним можно получить намного более детальную информацию о распределении напряжений и деформаций в Земле, а также воспроизвести статистику вековых колебаний за сравнительно короткий промежуток времени.

Ввиду низкой энергии микроземлетрясений для их наблюдения обычно используются специальные высокочувствительные сейсмографы, расположенные по густой сети. Часто используются групповые способы наблюдения и обработки. Например, в [127, 126] описана тройная станция, используемая для регистрации близких землетрясений. Наблюдения обрабатывались с помощью коэффициентов корреляции, зависящих от частоты и временной задержки. По известному расстоянию между станциями и сдвигу фаз вычислялись кажущиеся скорости. Из-за малой магнитуды приходится создавать специальные регистрирующие площадки с низким уровнем помех, часто расположенные под землей. В результате спектрального исследования микроземлетрясений по записям, полученным с помощью установок, размещенных на глубине 800 м, найдено, что отношение сигнал/помеха на данной глубине в несколько раз больше, чем на поверхности [1393, 1394].

Максимумы спектров скорости смещения частиц среды для микроземлетрясений, зарегистрированных в Пакистане, приходится на полосу частот 10—50 Гц [433]. Такие высокие частоты (наблюдаемые и другими исследователями) не позволяют изучать микроземлетрясения иначе как с помощью специальных приборов, имеющих высокочастотную полосу пропускания. Спектры воли от микроземлетрясений можно разделить на две категории: спектры с одним острым пиком, соответствующие сравнительно длительным динамическим процессам в очаге, и более растянутые спектры, соответствующие кратковременному действию источника (в соответствии с правилами раздела 2.4.4).

По данным анализа с помощью акустического спектрографа (см. раздел 1.6.2) мацуширских микроземлетрясений в полосе частот 0—25 Гц [1357] обнаружен устойчивый спектральный максимум на 5 Гц при регистрации в эпицентре и на расстоянии 20 км от эпицентра ($M \geq 1,0$). В результате спектрального анализа записей микроземлетрясений в районе г. Сукуба, Япония, обнаружено преобладание высоких частот для малых эпицентральных расстояний и магнитуд (см. раздел 8.3.3) [1408]. Детальные исследования микроземлетрясений в Японии, при которых особое внимание уделялось учету влияния местного геологического строения на качество записей, описаны в [131].

Разработан способ определения сейсмического момента слабых мелкофокусных землетрясений по спектру поверхностных волн-кодов. Способ [121] основан на статистической обработке волн-кодов как волн, возникших в результате рассеяния на равномерно распределенных дискретных рассеивателях, так что энергетический спектр волн-кодов не зависит от расстояния и пути пробега волны, а зависит только от времени, протекшего с момента землетрясения. Такой процесс можно считать случайным, нестационарным во времени, но стационарным в пространстве. Этим способом обрабатывались афтершоки паркфилдского землетрясения 1966 г. Сравнение с мацуширским роєм землетрясений 1965—1969 гг.

выполнено в [1392]. Функции источника мацуширского роя землетрясений исследованы в [697] путем сравнения спектров скоростей, полученных по акселерограммам, с теоретическими спектрами, рассчитанными для некоторых моделей источника.

В течение многих лет дебатировался вопрос о том, могут ли земные приливы быть источником сейсмической энергии. В результате детального изучения микроземлетрясений в Калифорнии с помощью функций взаимной корреляции и энергетических спектров доказана приуроченность максимального количества землетрясений к максимумам силы тяжести [1238]. Эта роль земных приливов недавно подтверждена наблюдениями за лунотрясениями. Максимальное их количество пришлось на максимумы лунных приливов. В отношении Луны остается открытым вопрос о роли приливов: действуют ли они как генераторы лунотрясений либо просто как спусковой механизм?

Рои землетрясений во многих отношениях родственны микроземлетрясениям, поскольку рой почти полностью состоит из микроземлетрясений. Рои землетрясений обычно случаются в районах современной или прошлой вулканической деятельности. Толчки, составляющие рой землетрясений, обычно опознаются как вулканические, т. е. их происхождение более непосредственно связано с вулканическими явлениями, чем происхождение обыкновенных тектонических землетрясений. Спектральный анализ записей вулканических колебаний вместе с другими исследованиями может дать ценные сведения о движении лавы, т. е. ее приблизительное местонахождение, схему перемещения и интенсивность. Доказано, что более длиннопериодные сейсмические волны (с периодами в 2 с и более) имеют глубинное происхождение под вулканом, а короткопериодные волны (с периодами меньше 1 с) связаны с извержениями и подобными поверхностными явлениями. Изменение спектров во времени указывает на то, что движение лавы и другие вулканические процессы продолжаются. В качестве примеров подобных исследований можно привести работы на вулкане Асо в Японии [835], на вулкане Мерапи в Индонезии, на вулкане Килауэа на Гавайских островах [1305, 1306] и на вулкане Михараяма в Японии [1402]. В последней работе выделено четыре типа вулканических колебаний, различающихся доминирующими частотами, амплитудами и формами волновых импульсов. Эти четыре типа колебаний соответствуют различным стадиям развития вулканической деятельности.

При анализе близко следующих друг за другом толчков, т. е. множественных событий [1434], оказались эффективными Фурье-спектры, вычисленные с помощью переменных весовых функций (см. разделы 3.6.5 и 7.2.2).

Форшоки и афтершоки исследовались с помощью спектров воли от предшествующих и повторных толчков с целью проверки гипотезы о возможной зависимости спектров воли P от поля напряжений в очаговой зоне после главного толчка. Согласно этой

гипотезе очаговая зона характеризуется высокими напряжениями перед главным толчком и ианного более низкими напряжениями после него. Более высокие напряжения в очаге должны приводить к излучению более высокочастотных волн Р.

Изучались спектры волн Р и S от близких форшоков и афтершоков курильского землетрясения 6 ноября 1958 г. магнитудой $M = 8,0$ [23]. Обнаружено различие (для S большее, чем для Р) в течение первых двадцати дней после главного толчка в виде сужения спектра афтершока и небольшого сдвига в сторону низких частот. Изменения, правда, невелики.

Изучались также спектры телесеismicических волн Р от форшоков и афтершоков алеутского землетрясения 4 февраля 1965 г. магнитудой $M = 8,1$ [825]. Различий не было обнаружено либо вследствие малых эффектов, чтобы их можно было обнаружить такими средствами, либо их отсутствия. Возможно, что частоты волн Р, наблюдаемых на телесеismicических расстояниях, слишком низкие, чтобы могли проявиться различия, предсказываемые на основании работы [1382]. С другой стороны, выявились региональные различия спектров волн Р, т. е. различные районы обладают своими характерными особенностями.

В результате изучения местных волн Р мацуширского роя землетрясений обнаружено четкое преобладание высоких частот (выше 20 Гц) до и низких частот после роя землетрясений [1382]. Этот эффект был объяснен растрескиванием коры в результате толчков, что приводит к увеличению рассеяния, которому особенно подвержены высокочастотные волны.

8.2. РАСПОЗНАВАНИЕ ВЗРЫВОВ И ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

8.2.1. СПЕКТРАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ПАРАМЕТРОВ ВЗРЫВА

Изучению взрывов как генераторов seismicических волн уделяется очень большое внимание. Частично это объясняется необходимостью распознавания землетрясений и ядерных взрывов с помощью телесеismicических записей. Но и сама сейсмология много выиграла от изучения записей взрывов, поскольку при использовании взрывов в сейсмологии точно известны свойства источника и появляется возможность интересных сравнений механизма землетрясений с механизмом взрывов.

Параметры взрывного источника можно сгруппировать следующим образом: 1) пространственные параметры (объем источника, глубина источника, высота источника над поверхностью земли и т. п.); 2) временные параметры (временная функция источника и т. п.); 3) параметры мощности (магнитуда, энергия и т. п.); 4) физические и химические параметры окружающей среды (атмосфера, вода, земля, геологическое строение, характер контакта и т. п.).

Все эти факторы и пути пробега в большей или меньшей степени влияют на любой наблюдаемый спектр при взрывном источнике, и требуются искусные приемы компенсации, чтобы изолировать любой из них. В табл. 43 приведены результаты спектрального анализа записей взрывов.

Одно из первых исследований наблюдаемых спектров Р-волн, возникающих при взрывах [787], показало, что преобладающие периоды слабо увеличиваются с расстоянием, но заметно увеличиваются с увеличением мощности взрыва. При модельных расчетах использовалась временная функция сферического источника в виде единичного скачка. Для изучения моделей источников используется зависимость спектров поперечных волн от азимута [789]. В Японии выполнены детальные спектральные исследования волн Р, SV и SH, возбуждаемых малыми взрывами в мягкой среде [617]. Отмечается зависимость спектров от свойств источника (особенно мощности) и пути распространения.

Знание зависимости амплитудных спектров от условий взрыва (мощности, глубины, вмещающей среды) помогает выбирать оптимальные параметры возбуждения при сейсморазведке [28—30, 53] и исключать из геологической интерпретации спектральные максимумы и минимумы, характеризующие сам источник [1508].

Пространственные параметры. Взрыв сам по себе сферически симметричен, то же самое можно было бы наблюдать при взрыве в однородной, изотропной и ненапряженной среде. При взрыве же в реальной условиях функция источника взрыва есть наложение симметричной функции взрыва и некоторой асимметричной функции, определяемой напряжением окружающей среды и ее асимметричным строением. Это было найдено путем амплитудной компенсации и определения начальной фазы по спектрам волн Лява и Релея, возникающим при подземных ядерных взрывах [116, 125, 295, 1421]. Асимметрия излучения волн Релея и присутствие на записях волн Лява доказывает сложное строение пространственной функции источника. В некоторых случаях волны Лява наблюдались и при атмосферных ядерных взрывах.

Влияние на спектры глубины взрыва будет рассмотрено в разделе 8.4. При взрывах в атмосфере на спектры влияет высота над земной поверхностью. Это объясняется тем фактом, что передача энергии взрыва в землю осуществляется с помощью воздушных волн давления. Чем выше производится взрыв, тем больше растягивается в пространстве и во времени воздействие на земную поверхность волн давления. Как следствие, чем выше взрыв, тем больше спектры сейсмических волн обогащаются длиннопериодными составляющими. Эта зависимость не использовалась для оценки высоты взрывов в атмосфере [190].

Временные параметры. Экспериментальное исследование влияния на спектры длительности взрыва выявило изменения, испытываемые энергетическими спектрами, особенно когда длительность взрыва близка к преобладающим сейсмическим периодам [520].

Примеры спектральной оценки взрывов $\approx [F \approx W^2 r^{-6} f(t, K, m)]$

Источник	Тип спектра	F	α	β	$f(t, K, m)$	Вид взрыва
[1532]	Скорости частиц (Р и поверхностные волны)	Скорость частиц	(1,0)	2,6	—	Подземный
[1525]	Скорости частиц (поверхностные волны)	То же	0,70—1,03		Взрывание с задержкой увеличивается до глубины 20 м, частоты существенно зависят от глубины	»
[1526]	Скорости частиц (волны Р, S и поверхностные)	*				Подводный
[230]	Амплитудный (волна Р)	Амплитуда	0,64—1	1,0—1,9	Растет с увеличением радиуса каверны	Подземный
[309, 310]	Амплитудный (волны Р и S)	*	0,68		—	Подводный
[1087]	Амплитудный (объемные и поверхностные волны)	*	2/3 (объемные), 1/2 (поверхностные)	—	Изучена зависимость от глубины взрыва	»

Источник	Тип спектра	F	%	β	f (θ , K , m)	Вид взрыва
[30]	Скорости частиц (волны P)	Скорость частиц	—	—	—	Подземный
[627]	Скорости частиц (волны P , S , поверхностные)	То же	0,59—1,00 ³	1,50—3,02 ³	—	*
[1170]	Плотности энергии, скорости, максимальной скорости (волны P , S , поверхностные)	Энергия	1,0	3,55	Растет с h	*
[1025]	Псевдоспектры относительной скорости (волны всех типов)	Амплитуда	0,45—0,90 ⁴	—	Возрастание частоты и ускорения с увеличением глубины взрыва	Подземный (глу-бинный, камуф-летный)

¹ Из многочисленных работ, посвященных изучению взрывов, но не базирующихся на спектральном подходе, можно отметить [1010].
² F — измеренная величина (амплитуда, энергия и т. п.), β — мощность, r — расстояние, h — глубина взрыва, K — коэффициент связи со средой, m — различные факторы, действующие в источнике.

³ В зависимости от типа волны.

⁴ 0,45 — для высоких частот, 0,90 — для низких частот.

Взрывы с временными задержками производятся обычным способом взрывания в карьерах. Это приводит к интерференции на некоторых частотах, которые определяются временными и пространственными параметрами взрыва. Соответствующим подбором можно в значительной степени подавить любую частоту. Этот способ исследован в [1525]. Теоретическая сторона вопроса будет освещена в разделе 8.4.3. Этим способом можно не только подавить нежелательные частоты, но и повысить эффективность взрыва в карьере.

Судя по спектрам вертикальной составляющей скорости движения частиц среды, при взрывах генерируются более высокочастотные колебания, чем при землетрясениях [1527]. Более высокочастотные колебания возникают также при землетрясениях с меньшей магнитудой. Спектры скорости движения частиц среды, вычисленные по записям на широкополосной аппаратуре [1528], указывают на существование высокочастотных сейсмических волн (10—20 Гц) до расстояний в несколько сотен километров от мест взрывов и землетрясений на северо-востоке США. Причина данного явления кроется либо в параметрах источников, либо (что более вероятно) в особенностях траекторий волн.

Частотные спектры помогают также идентифицировать очень близкие следующие сейсмические волны от близких источников. Например, поверхностная волна обычно распознается по более низкочастотному составу по сравнению с волнами Р и S. Более подробное обсуждение временных функций источника будет дано в разделе 8.2.2.

Передача энергии в окружающую среду. Сейсмический эффект, т. е. доля энергии взрыва, превращающейся в энергию сейсмических волн, сильно зависит от физических и химических свойств среды.

Сейсмическая эффективность подземных взрывов тщательно изучалась теоретически и экспериментально. Показано, что ослабление механической связи между взрывчатыми материалами и средой влияет на спектры излучаемых волн, сейсмический эффект является функцией частоты возбуждения [97, 1532]. Мера ослабления механической связи обычно определяется как отношение амплитудных спектров взрывов при наличии плотного контакта между зарядом и средой к амплитудным спектрам взрывов, произведенных в условиях ослабленного контакта. Функциональная зависимость такой меры от частоты очевидна. Приведение параметров к источнику осуществляется способом компенсации спектральных амплитуд. Наиболее устойчивые оценки коэффициентов ослабления сейсмического воздействия можно получить, если использовать узкополосную фильтрацию или спектральную плотность энергии. Изучена зависимость коэффициента ослабления сейсмического воздействия от следующих факторов [637, 1507].

1. Среда: для контакта туф—соль коэффициент ослабления сейсмического воздействия равен 300, для контакта соль—соль — около 100.

2. Неупругие эффекты: путем создания уплотненных каверн коэффициент уменьшается до 10—30, но он все еще достаточно велик, чтобы оправдать применение менее дорогостоящего способа ослабления сейсмического эффекта с помощью малых каверн.

3. Частота: в исследованном диапазоне частот 10—30 Гц не наблюдается четкой зависимости; только в случае сферических каверн ослабление растет с частотой.

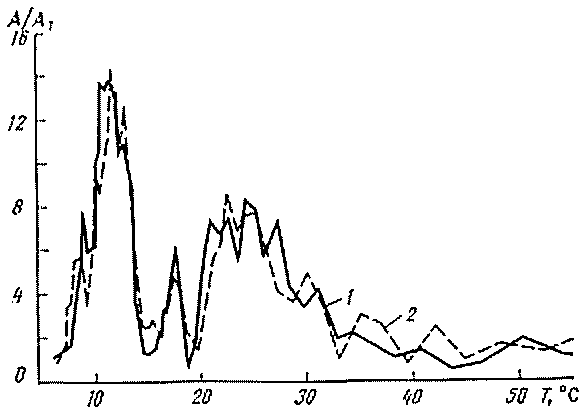


Рис. 82. Амплитудные спектры записей волны Релея на станции Упсала (Швеция) от ядерных взрывов в атмосфере 18 октября 1958 г. (1) и 22 октября 1958 г. (2) [1165]

Для небольших взрывов в соляных кавернах на основании амплитудных и энергетических спектров в диапазоне частот 0,5—150 Гц получены значения коэффициентов ослабления в пределах 20—100 [98]. По наблюдениям в кавернах, созданных взрывами в соли, выявлена четкая зависимость коэффициентов ослабления от частоты (особенно для Р-волн) [1356]. При взрывах зарядов массой 400—5000 т коэффициент ослабления равен 70 ± 20 для 1—2 Гц и меньше или равен 40 для частот более 15 Гц. Для обычного диапазона частот Р-волн (1—2 Гц) подобное ослабление механической связи привело бы к уменьшению магнитуды Р-волн в 1,8 раза. Исходя из теоретических представлений и наблюдаемых спектров подземных ядерных взрывов, оценки сейсмической эффективности изменяются от 1,8 до 6,1% для камуфлетных взрывов, но они значительно меньше для взрывов на выброс или в больших кавернах [1024]. Среда может влиять на спектры и иными путями. Например, азимутальные вариации амплитудных спектров волн Р и S от взрывного источника можно объяснить дифракцией в среде вокруг источника [434].

На амплитудные спектры поверхностных волн от взрывов в атмосфере влияют параметры источника и пути пробега [1165]. Амплитудный максимум вблизи периода в 10 с на рис. 82 соответствует релеевским волнам высших порядков, распространяющимся по континентальному пути от Новой Земли до Упсалы, а максимум между 20—30 с соответствует основным составляющим волн Релея.

Сигналы от подводных взрывов также изучались спектральными методами. Краткая сводка результатов дана в табл. 44. Две первые строчки в таблице относятся к реверберациям в случае конструктивной интерференции при нормальном падении (с учетом обращения фазы при отражении от дневной поверхности и сохранения фазы при отражении от дна). Форма спектра зависит от нескольких параметров источника, что следует иметь в виду

Т а б л и ц а 44

Спектральные характеристики сигналов от подводных взрывов

Основная циклическая частота	Гармоники	Тип сигнала
$\frac{V}{4h}$	Нечетные: $\frac{V}{4h} (2n - 1)$	Сейсмический
$\frac{V}{4h_s}$	Нечетные: $\frac{V}{4h_s} (2n - 1)$	Сейсмический
$\frac{1}{T}$	Четные и нечетные: $\frac{n}{T}$	Сейсмический, гидроакустический

V — скорость звука в воде, h — глубина воды, h_s — глубина взрыва, T — период первой пульсации, $n = 1, 2, 3 \dots$

при геологической интерпретации спектров, например по данным глубинных сейсмических зондирований на море [33, 173]. Интерференция прямой и отраженных волн приводит к значительному усилению амплитуд на определенных частотах, которые определяются глубиной взрыва и мощностью водного слоя [167]. Аналогичная картина наблюдается и при взрывах на суше, особенно если в верхней части разреза присутствуют слои, резко отличающиеся по скоростям от подстилающей среды. Более того, эти выводы справедливы и в отношении волновых движений более длительного характера, наподобие микросейсм [277].

По результатам спектрального анализа записей подводных взрывов выявлено увеличение низкочастотной части спектров с увеличением мощности источника W , расстояния r и глубины взрыва h [310]. В то же время другими исследованиями не выявлено зависимости частоты от глубины [1526].

8.2.2. ВРЕМЕННЫЕ ФУНКЦИИ ВЗРЫВНЫХ ИСТОЧНИКОВ

Применив способ амплитудной компенсации к спектрам волн Релея, можно определить параметры подземного ядерного взрыва и через них прийти к временной функции источника [1420]

$$p(t) = P_0 t e^{-at}, \quad t \geq 0, \quad (22)$$

где $p(t)$ — временная функция давления на границе упругой зоны; P_0 — масштабный коэффициент, зависящий от мощности взрыва; a — положительная величина, зависящая от свойств среды и мощности взрыва, уменьшающаяся с ростом мощности взрыва, приводя к расширению импульса и увеличению доли более длиннопериодных составляющих.

Давление достигает своего максимума в момент времени $1/a$. Амплитудный спектр давления получается Фурье-преобразованием функции (22)

$$|P(\omega)| = P_0 / (a^2 + \omega^2). \quad (23)$$

Следует отметить, что (22) отличается от функции давления, предложенной в [1024],

$$p(t) = P_0 e^{-at}, \quad t \geq 0. \quad (24)$$

В отличие от импульсной функции вида (22) это — ступенчатая функция, и ей отдается предпочтение [628] на основании спектральных отношений для волн Р, а также на основании спектров волн Лява от взрывов [125]. Для случая камуфлетного подземного взрыва в [1025] использован следующий вид временной функции давления на границе упругой зоны:

$$p(t) = P_0 e^{-at} + P_1, \quad t \geq 0, \quad (25)$$

где P_1 — установившееся давление.

Интересно сравнить эти выражения с соответствующими функциями для взрыва в атмосфере, найденными независимо по сейсмическим наблюдениям,

$$p(t) = P_0 (1 - at) e^{-at}, \quad t \geq 0, \quad (26)$$

где P_0 — максимальное избыточное давление; $1/a$ — длительность положительной фазы избыточного давления.

Очевидно, что $p(0) = P_0$ и $p(t) = 0$ для $t = 1/a$ и $t = \infty$. Соответствующий амплитудный спектр давления получен Фурье-преобразованием функции (26):

$$|P(\omega)| = P_0 \omega / (a^2 + \omega^2). \quad (27)$$

Скомпенсировав амплитудные спектры двух взрывов с мощностями W_1 и W_2 , получим в предположении идентичности путей пробега

$$\frac{|A_1(\omega)|}{|A_2(\omega)|} \frac{|P_1(\omega)|}{|P_2(\omega)|} = \frac{P_{01}}{a_1^2} \frac{a_2^2}{P_{02}} \frac{1 + \omega^2/a_2^2}{1 + \omega^2/a_1^2} = \frac{W_1}{W_2} \frac{1 + \omega^2/a_2^2}{1 + \omega^2/a_1^2}, \quad (28)$$

учитывая, что отношение P_0/a^2 является таким же масштабным коэффициентом, как и W . Таким образом, отношение амплитуд спектральных составляющих равно отношению мощностей взрывов, умноженному на зависящий от частоты коэффициент. При сравнении заметно различающихся мощностей взрыва этот поправочный коэффициент становится значительным. Этот способ применялся для оценки относительной мощности некоторых взрывов в атмосфере путем сравнения амплитудных спектров вертикальной составляющей волн Релея [1418]. По заданным временным функциям источника можно легко найти фазовые спектры источника. Читатель может выполнить эти вычисления в качестве упражнения. Полученные формулы затем можно использовать в способах фазовой компенсации спектров, аналогичных способу амплитудной компенсации спектров.

Вместо способа компенсации амплитудных спектров можно предложить более простой, но столь же точный способ оценивания мощности ядерных взрывов в атмосфере. Из (27) находим, что $|P(\omega)|$ принимает максимальное значение на частоте $\omega = a$ при условии неизменности других параметров

$$|P(\omega)|_{\max} = |P(a)| = P_0/2a \text{ с } W^{2/3}. \quad (29)$$

Соответствующая амплитуда $|A(\omega)|$ также имеет весовой коэффициент $W^{2/3}$, поскольку W не входит в выражение иначе чем через $|P(\omega)|$. Более того, эта же величина $|A(\omega)|$, соответствующая максимальному $|P(\omega)|$, является максимумом амплитудного спектра при условии, что влияние пути пробега не столь сильно изменяется с частотой в исследуемом диапазоне, чтобы вызвать смещение амплитудного максимума по частоте. Такое смещение маловероятно, особенно если рассматриваются сравнительно близко расположенные станции (например, станции в Швеции при испытаниях на Новой Земле), записи длиннопериодных волн, характеризующиеся острыми максимумами, соответствующими фазе Эйри. Заметим, что частота максимума $\omega = a$ имеет вес $W^{-1/3}$, т. е. чем больше мощность источника, тем более преобладают низкие частоты (совершенно так же, как для подземных взрывов).

Отношения максимумов амплитудных спектров можно заменить отношениями регистрируемых максимальных амплитуд во временной области (по меньшей мере в случае близко расположенных станций). В результате имеем

$$A_{1 \max}/A_{2 \max} = (W_1/W_2)^{2/3}, \quad (30)$$

где A_{\max} — регистрируемые максимальные амплитуды. Интересно отметить, что этот результат хорошо согласуется с выводами в работе [1039] относительно того, что амплитуды A телесеismicческих волн Релея пропорциональны весовым коэффициентам от $W^{1/2}$ до $W^{2/3}$ в зависимости от высоты взрыва и периода волн

Релея. Эти выводы получены для значений высот взрывов, значительно превосходящих рассматриваемые до сих пор.

Максимальные амплитуды на записи (во временном представлении) широко используются при вычислениях магнитуд. Они позволяют связать мощность взрыва с полной энергией сейсмической волны E . Опустив общие члены, можно записать это соотношение в следующем виде:

$$\log E \approx 1,44M \approx 1,44 \log A \approx 1,44 \frac{2}{3} \log W = 1 \log W. \quad (31)$$

Следовательно, $E_1/E_2 = W_1/W_2$ или $E = KW$, где K — независимый от мощности взрыва коэффициент сейсмической эффективности. Аналогичные рассуждения применимы и для случая подземных взрывов, только за исходное берется выражение (22) для функции источника и используются соответствующие весовые функции.

Для определения функции источника по короткопериодным волнам P от подземных взрывов предложен способ компенсации или калибровки [1429]. Для входа $F(\omega)$, выхода $G(\omega)$ и передаточной функции $H(\omega)$ полной системы источник—приемник напишем выражения.

Эталонный (калибровочный) взрыв

$$|G_1(\omega)| = |F_1(\omega)| |H(\omega)|, \quad \Phi_{1G} = \Phi_{1F} + \Phi_H + 2\pi n. \quad (32)$$

Другой взрыв [с идентичной $H(\omega)$]

$$|G(\omega)| = |F(\omega)| |H(\omega)|, \quad \Phi_G = \Phi_F + \Phi_H + 2\pi n. \quad (33)$$

Отсюда получаем

$$|F(\omega)| = |G(\omega)| |F_1(\omega)| / |G_1(\omega)|, \quad \Phi_F = \Phi_G + \Phi_{1F} - \Phi_{1G}. \quad (34)$$

Здесь $F_1(\omega)$, $G_1(\omega)$, Φ_{1F} , Φ_{1G} известны по эталонному взрыву, функции $G(\omega)$ и Φ_G измеряются по записям, а $F(\omega)$ и Φ_F вычисляются для нового взрыва. Обратным преобразованием Фурье получаем временную функцию источника $f(t)$. С одной стороны, этот способ кажется надежным, так как не требует знания поглощения, которое содержится уже в $H(\omega)$, но, с другой стороны, его применение ограничено требованием идентичности функции $H(\omega)$ для изучаемого и эталонного взрывов.

Сравнение спектров от подземного взрыва и последующего выхлопа каверны, наблюдаемых на одной станции, дает уникальную возможность для проверки предполагаемых временных функций источника. Например, в [1339] выполнено сравнение наблюдаемых и теоретических спектров объемных и поверхностных волн с целью проверки гипотезы о сферическом импульсе давления при взрыве и направленном вниз импульсе при коллапсе.

Еще одна попытка нахождения параметров подземного взрыва по спектрам короткопериодных P -волн была предпринята в [509]. Подбирались теоретические модели источника, описываемые тремя

параметрами, которые наиболее тесно согласуются с наблюдаемыми спектрами. Неопределенности в отношении поглощения волны серьезно ограничивают возможности данной процедуры, так как при неизвестных модели источника и поглощении трудно получить достоверные результаты. Например, путем сравнения нескольких взрывов по записям в различных азимутах было найдено, что влияние параметров путей пробега преобладает над влиянием источника.

8.2.3. ПРИЗНАКИ РАЗЛИЧИЯ ИСТОЧНИКОВ

Теперь известно, каким образом различные свойства источника отражаются в спектрах сейсмических волн. Естественно использовать эти закономерности для определения свойств источника по наблюдаемым спектрам. Определение характера источника всегда было одной из главных проблем сейсмологии. За последние 10—15 лет этот вопрос приобрел еще большее значение в связи с требованием распознавания взрывов и землетрясений.

Для распознавания взрывов и землетрясений используются временная и пространственная (положение источника относительно земной поверхности и т. п.) функции источника.

Что касается распознавания, то эти две функции источника очень тесно связаны друг с другом. Обе функции характеризуют преобладание высоких частот над низкими при взрывных источниках по сравнению с землетрясениями. Сравнения можно проводить путем сравнения одной и той же волны на записях взрыва и землетрясения или путем сравнения отношений волн, возникающих при возбуждении источниками различного типа. Сравнимые величины, т. е. дискриминанты, могут представлять собой либо частоту, либо комбинацию амплитуды и частоты. Различия в пространственных функциях источников вызывают необходимость изучения механизма очага.

Несколько эффективных диагностических признаков основано на различии в длительности процессов взрыва и землетрясения. На принципе взаимного преобразования временного и частотного представлений (см. раздел 2.3.3) основан один из способов распознавания:

$$f(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} F\left(\frac{\omega}{a}\right). \quad (35)$$

Для $a > 1$, т. е. в случае увеличенной длительности действия, у соответствующего спектра будут и более низкие амплитуды (в $|a|$ раз), и более низкие частоты (ω/a вместо ω). Кроме того, более длительное действие во временной области приводит к спектру с более острыми максимумами. Явление взаимного преобразования было подтверждено экспериментально, путем сравнения спектральной плотности энергии полных сейсмограмм подземных ядерных взрывов и выхлопов (коллапсов), а также землетрясений и афтершоков [521].

Качественно те же результаты получаются, если рассмотреть временную функцию источника в виде экспоненциально возрастающей функции, описывающей смещение,

$$f(t) = (1 - e^{-at}) u(t). \quad (36)$$

Ее амплитудный спектр можно найти с помощью примеров 16 и 23 из табл. 5:

$$|F(\omega)| = \omega^{-1} (1 + \omega^2/a^2)^{-1/2}. \quad (37)$$

Взяв эти выражения в качестве общего вида временной функции источника (для различных типов источников изменяется только постоянная времени $1/a$), находим следующее. При взрывах, когда $1/a$ мало, спектр обогащен высокими частотами; для землетрясений, характеризующихся большими значениями $1/a$, более обычны низкочастотные волны. В соответствии с выводами, полученными в [943], для периодов $T > 20$ с и $a > 0,1$ с фактор глубины источника начинает преобладать над временными параметрами, а именно с увеличением глубины растет доля низких частот (для поверхностных волн).

Другое приложение этого же принципа заключается в сравнении подземных взрывов и взрывов в атмосфере. Для последних характерна большая длительность действия сейсмического источника (воздействия волны давления воздуха на почву), поэтому при взрывах в атмосфере образуется больше длиннопериодных объемных волн и сильные поверхностные волны. Таким же образом можно получить сравнительные оценки высот взрывов в атмосфере, поскольку длительность действия сейсмического источника увеличивается с высотой взрыва [190].

8.2.4. СПЕКТРАЛЬНЫЕ СПОСОБЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ИСТОЧНИКОВ

Рассмотрим способы распознавания источников в соответствии с типом используемой волны.

Объемные волны. Способы распознавания по спектрам объемных волн можно классифицировать следующим образом: 1) сравнение спектров Р-волн от взрывов и землетрясений; 2) сравнение спектральных отношений волн Р для взрывов и землетрясений и 3) сравнение спектральных моментов.

Сравнение спектров одной и той же волны, например Р, от подземных взрывов и землетрясений, возбуждающих объемные волны одинаковой амплитуды m , показывает, что доминирующие частоты для взрывов выше пиковых значений частот для землетрясений. Следовательно, подобное сравнение может служить надежным способом распознавания взрывов и землетрясений [1006, 1557]. Общепринятое объяснение этого различия состоит в том, что объемные волны одинаковой магнитуды возбуждаются источниками с существенно различными размерами (размеры очага

землетрясения намного больше размеров очага взрыва). Сравнение спектров смещения волн Р от подземных взрывов и землетрясений в диапазоне периодов 0,5—33 с дало следующие результаты [1557].

1. В интервале коротких периодов (меньше 1,5 с) оба вида спектров уменьшаются пропорционально ω^{-2} .

2. В интервале длинных периодов (больше 3 с) спектры волн от взрывов уменьшаются, а спектры волн от землетрясений увеличиваются.

Еще один способ, основанный на сравнении спектров волн Р, использует различия в механизме источника. В [420] приведено сравнение спектров волн Р от подземного взрыва и землетрясения равной магнитуды и практически с одинаковыми путями пробега, причем в основу была положена теория конечных динамических смещений в очаге (см. раздел 8.1). Обнаружено, что длительность взрывного процесса в очаге составляет всего $1/2$ — $1/10$ длительности динамических процессов в очаге землетрясения.

Способ сравнения отношений спектров волн Р для различных частотных диапазонов использован в [186]. Этот способ предполагает использование просуммированных по некоторым частотным полосам спектральных амплитуд для вычисления отношения $A_{\omega_1-\omega_2}/A_{\omega_3-\omega_4}$ и сравнение этих величин, найденных по волнам от землетрясений и взрывов. Удачным выбором частотных полос можно достичь хорошего разделения.

По данным спектрального анализа поверхностных волн, наблюдаемых на расстоянии 2—4° от места взрыва, получено уверенное распознавание воздействий с магнитудой $M \geq 3,2$ с использованием следующего отношения спектральных амплитуд (нижние индексы означают диапазоны частот в герцах):

$$\left(\frac{A_{0,6-1,25}}{A_{1,35-2,0}} \right)_{\text{взрыв}} < \left(\frac{A_{0,6-1,25}}{A_{1,35-2,0}} \right)_{\text{землетрясение}} \quad (38)$$

Найдено [172], что спектральные отношения для взрывов и их афтершоков практически одинаковые, а в [186] наблюдается четкое различие. Предполагается, что оно, возможно, связано с неодинаковой глубиной очага сравниваемых событий.

По спектрам вертикальной составляющей скорости движения частиц среды для землетрясений получены значительно большие отношения $S_{\text{max}}/P_{\text{max}}$, чем для подземных ядерных взрывов [1533]. Этот способ распознавания дает хорошие результаты на расстояниях, не превышающих 1000 км. В отличие от измерений во временном представлении спектральный анализ позволяет вычислять отношения для различных частотных диапазонов.

Хорошее разделение источников получается при использовании осредненных спектральных моментов

$$\sum A_i \omega_i^n / \sum A_i, \quad (39)$$

где A_i — амплитуда спектральной составляющей ω_i [1501]. Установлено, что лучшее распознавание источников при $n = 3$; увеличение $n > 3$ не улучшает результаты. Спектральные моменты взрывов, как правило, выше моментов землетрясений, поскольку любой спектр короткопериодной волны Р от взрыва приближенно равен спектру волны Р от землетрясения, но смещен в сторону высоких частот и немного отличается крутизной срезов. Исследованы и другие характеристики функций с улучшенными дискриминантными свойствами [936]. При распознавании по объемным волнам обычно лучшие результаты дает сравнение взрывов и землетрясений, происшедших в одном и том же районе и записанных одной и той же станцией (или группой станций).

Поверхностные волны. Спектральные характеристики поверхностных волн являются надежными для распознавания землетрясений и подземных ядерных взрывов (равной магнитуды по объемным волнам). Это справедливо особенно для отношений спектральных амплитуд релеевских волн, соответствующих различным полосам частот. Можно привести следующие примеры неравенств [440, 1008] (нижние индексы означают диапазоны периодов в секундах):

$$\begin{aligned} \left(\frac{A_{10-20}}{A_{10-60}} \right)_{\text{взрыв}} &> \left(\frac{A_{10-20}}{A_{10-60}} \right)_{\text{землетрясение}}, \\ \left(\frac{A_{15-22}}{A_{22-60}} \right)_{\text{взрыв}} &> \left(\frac{A_{15-22}}{A_{22-60}} \right)_{\text{землетрясение}}. \end{aligned} \quad (40)$$

Подобная методика используется при сравнении отношений спектральных энергий релеевских волн, осредненных по нескольким станциям [1267, 1483]. Показано, что такая методика более эффективна в случае мелкофокусных, но сильных событий, чем при использовании событий с малой магнитудой. Кроме того, эта методика вообще дает результаты только при выполнении определенных условий, которые еще нуждаются в исследовании. Это мнение подтверждается выводом [493] о том, что надежный критерий распознавания не может базироваться просто на отношении волн Релея с периодами 20 и 50 с. С целью увеличения надежности распознавания природы событий рекомендуется использовать надлежащим образом широкополосные длиннопериодные данные.

Различия в величинах получаемых спектральных отношений объясняются по-разному. Существует согласие в отношении того, что разности спектральных отношений зависят от параметров источников, поскольку эти отношения вычисляются для заданных источников и станций и тем самым исключается влияние характеристик пути пробега и приемника. Но относительно того, какое именно свойство источника имеет решающее значение, мнения расходятся. Разумеется, одним из значимых факторов различия следует считать пространственную и временную характеристики

взрыва. В то же время наблюдаемые различия в спектрах поверхностных волн могут вызываться различиями в глубине очагов взрывов и землетрясений.

В [39] показано теоретически, что наиболее благоприятные условия возбуждения существуют для поверхностных волн, длина которых приблизительно в 4 раза превышает размер источника. Следовательно, различия в размерах очагов подземных взрывов и землетрясений будут приводить к значимым расхождениям в спектрах возбуждаемых поверхностных волн. Этот вывод неоднократно подтвержден наблюдаемыми сейсмограммами.

В случае слабых событий различия в размерах очаговой зоны для землетрясений и взрывов могут быть очень малыми [1177]. Тогда существующие спектральные различия (например, большие амплитуды у поверхностных волн от землетрясений) скорее всего объясняются механизмом сдвига в очаге землетрясения. Весьма вероятно, что такое объяснение применимо и к событиям большого масштаба.

В работах [1008, 1267] высказывается мнение, что главной причиной наблюдаемых различий следует считать отличие временных функций источника для землетрясений и взрывов. Однако, принимая во внимание спектры, изображенные на рис. 86, подобные различия можно объяснить различиями в глубине очагов взрывов и землетрясений. На основании теоретических и практических исследований амплитудных спектров волн Релея в диапазоне периодов 10—50 с в работе [1443] делается вывод о том, что различия между землетрясениями и подземными взрывами вызваны различиями в глубине очага (см. раздел 8.4.4) и механизме, а не в размерах или временных функциях источников. В качестве надежных дискриминантов землетрясений (за исключением очень мелкофокусных) предложены спектры длиннопериодных (с периодами свыше 10 с) волн Релея [1439]. Аналогичные наблюдения сделаны в [964], но объяснений им не дается (лишь предполагается, что взрывные источники характеризуются малыми размерами и короткими временными функциями). Вероятно, наблюдаемые различия в возбуждении поверхностных волн могут быть результатом действия нескольких факторов, относительная значимость которых изменяется от случая к случаю.

Аналогичная методика, т. е. сравнение длиннопериодных и короткопериодных поверхностных волн, использовалась при изучении афтершоков подземных взрывов. Наблюдения показывают, что такие афтершоки возбуждают поверхностные волны с более короткими периодами, чем землетрясения в том же районе. Это значит, что афтершоки являются следствием сферически-радиальных разрывов вокруг очага взрыва, а не линейных разрывов вдоль зоны подвижек, как при обычных землетрясениях. Этот результат базируется в основном на данных по взрывам в Неваде [153]. По материалам взрывов на Алеутских островах, произведенных в аналогичных условиях среды, можно предположить

наличие как изотропной взрывной, так и тектонической компоненты [1419].

Наряду с отношениями спектральных амплитуд различных частотных диапазонов одной и той же волны в качестве хорошего дискриминанта используется также отношение нормированных спектральных амплитуд волн Лява и Релея (L/R) для одного и того же частотного диапазона. Оказалось, что для взрывов отношение L/R приблизительно равно 1 и не зависит от периода, а для землетрясений оно равно 2—3 и более и растет с увеличением периода [861].

Объемные и поверхностные волны. Один из надежных способов распознавания землетрясений и взрывов заключается в сравнении соотношений поверхностных и объемных волн от взрывов и землетрясений. Теоретические исследования и опыты показали, что при взрывном возбуждении объемные волны доминируют над поверхностными. Соотношение объемных и поверхностных волн от взрывов и землетрясений чаще всего выражается разностью $m - M$ магнитуд объемной и поверхностной волн. Этот способ распознавания не спектральный, но считается вполне надежным [894, 943]. Разность $m - M$ более достоверна для релеевских волн с периодом 40 с, чем для тех же волн с периодом 20 с [1267]. Использование разности $m - M$ не является единственным способом при всех обстоятельствах. Как показано в [1497], могут наблюдаться значительные вариации M (усиленные тектоническими напряжениями, снимаемыми взрывом), и m (в основном из-за региональных изменений поглощающих параметров в источнике и под станцией).

Сравнение корреляционных функций и энергетических спектров записей одного химического взрыва и одного землетрясения в одном и том же районе Югославии показало, что спектральные кривые объемных и поверхностных волн от взрыва более просты и компактны, чем от землетрясения [459].

8.3. МАГНИТУДА

8.3.1. ФОРМУЛА МАГНИТУДЫ

Формула для вычисления магнитуды [192] имеет вид

$$\left. \begin{matrix} m \\ M \end{matrix} \right\} = q(\Delta, h) + \log \frac{A}{T}. \quad (41)$$

Калибровочная функция q зависит от эпицентрального расстояния и глубины очага, а также от типа используемой волны (P , PP , S , R) или компоненты (Z , H). Выражение (41) можно рассматривать как частный случай более общей формулы (58) из главы 6. Каждый множитель, входящий в то уравнение, присутствует и в (41). Поскольку магнитуда — параметр источника, необходимо скомпенсировать влияние пути пробега членом q

в (41). На практике почти всегда магнитуда вычисляется по максимальному отношению амплитуды смещения почвы A к периоду T каждой волны. Таким образом, магнитуда определяется по простым точечным отсчетам на сейсмограмме. Удивительно, что столь простой способ дает результаты с удовлетворительной точностью. Фактически этот способ достигает предела точности, установленного самой природой. И преодолеть этот барьер точности трудно, даже применяя очень сложные способы.

Чтобы найти максимальное значение отношения A/T , необходимо располагать широкополосными спектрами. В этом направлении предпринимались некоторые шаги [569], но средства были слишком просты. Когда используется прибор с узкополосной характеристикой, например короткопериодный сейсмограф, максимальное отношение A/T , найденное по записям любой волны, может оказаться значительно ниже истинного максимума A/T , что приводит к занижению магнитуд, если не внести специальные поправки. Исследование влияния частотных характеристик сейсмографа на вычисления магнитуды дано в [953, 954].

Решив (41) относительно A , можно рассматривать полученную формулу как аналог спектра смещения в случае землетрясения магнитудой M (или m) с глубиной очага h и эпицентральной расстоянием Δ . Такие формулы, эквивалентные формулам для вычисления магнитуды, использовались, в частности, в Японии для описания спектров сильных движений.

8.3.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ МАГНИТУДЫ СПЕКТРАЛЬНЫМИ МЕТОДАМИ

Казалось бы вполне естественным для вычисления магнитуды использовать спектр волны, а не точечные измерения по сейсмограмме. Спектр включает в себе все волновое движение, а точечное измерение может оказаться менее представительным. Было сделано много попыток использовать спектры для увеличения точности определений магнитуды, хотя надежных результатов не получено. В работе [675] предложены два новых способа более точного определения магнитуды, которые можно кратко изложить следующим образом с незначительными изменениями и замечаниями.

1. *Принтегрированная магнитуда*. Эта магнитуда вычисляется по измерениям во временном представлении. Предполагается, что можно достичь большей точности в определении m (или M), если вместо максимального A/T для заданной волновой группы использовать его среднее квадратическое значение, получаемое интегрированием по некоторому отрезку $t_2 - t_1$ записи, т. е.

$$m = q_1 + \frac{1}{2} \log \frac{\int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{f(t)}{T(t)} \right]^2 dt}{t_2 - t_1} = q_1 + \frac{1}{2} \log \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{f(t_i)}{T(t_i)} \right]^2, \quad (42)$$

где $f(t)$ — смещение в момент времени t , а последняя формула записана в дискретном виде. Чтобы сохранить значение m , следует q заменить на q_1 .

2. *Магнитуда в полосе частот.* В основе способа лежит определение энергии, проинтегрированной по заданному частотному диапазону. Формула для вычисления магнитуды в полосе частот выводится следующим образом. Возьмем синусоидальное смещение

$$f(t) = A \sin(2\pi t/T)$$

и соответствующую ему скорость смещения частиц среды

$$v(t) = f'(t) = (2\pi/T)f(t + T/4). \quad (43)$$

Тогда можно изменить (42) следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{f(t)}{T(t)} \right]^2 dt &= \frac{1}{4\pi^2(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} v^2(t) dt = \frac{1}{4\pi^2(t_2 - t_1)} \int_{-\infty}^{\infty} v^2(t) dt = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2(t_2 - t_1)} \int_{-\infty}^{\infty} V^2(\omega) d\omega \approx \end{aligned}$$

(согласно теореме Парсеваля в разделе 3.3.2)

$$\approx \frac{1}{(2\pi)^2(t_2 - t_1)} \int_{\omega_1}^{\omega_2} V^2(\omega) d\omega \quad (44)$$

(при условии, что $V(\omega)$ приблизительно равна нулю вне полосы $\omega_2 - \omega_1$; данное условие, естественно, является приближением, поскольку ограниченная во времени функция $v(t)$ не может иметь ограниченный по частоте спектр $V(\omega)$ в соответствии с разделом 2.4.4). Выражение для m принимает вид

$$m = q_1 + \frac{1}{2} \log \frac{\int_{\omega_1}^{\omega_2} V^2(\omega) d\omega}{(2\pi)^2(t_2 - t_1)} = q_2 + \frac{1}{2} \log \frac{\int_{\omega_1}^{\omega_2} V^2(\omega) d\omega}{t_2 - t_1} =$$

(если q_2 отличается от q_1 только на постоянную, а именно: $q_2 = q_1 - 1,2$)

$$= q_2 + \frac{1}{2} \log \frac{\sum_{i=1}^N V^2(\omega_i)}{t_2 - t_1} \quad (45)$$

(в дискретной форме).

Судя по предварительным результатам, базирующимся на небольшом объеме обработанных материалов, новые способы вычисления магнитуды [675] дают несколько меньший разброс по сравнению со стандартными способами. Разброс значений приписывается влияниям источника, пути распространения и приемника, а также помех. Теория, по-видимому, тоже нуждается в уточнении. Определение функции $f(t)$, данное выше, без сомнения,

слишком простое и приемлемо только в том случае, когда доминирует один из периодов. Следует опробовать более приближенные к реальности выражения функции $f(t)$ и соответственно изменить математическую запись.

Другой, возможно лучший, путь заключается в том, чтобы не выражать запись $f(t)$ в аналитическом виде, а преобразовать ее в движение почвы $F(\omega)$ в частотном представлении

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega), \quad f'(t) \leftrightarrow i\omega F(\omega) \quad (46)$$

(согласно теореме о производной в разделе 2.3.6).

Тогда в соответствии с теоремой Парсеваля полная энергия сейсмической волны E запишется в виде

$$E \approx \int_{-\infty}^{\infty} |f'(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |F(\omega)|^2 d\omega. \quad (47)$$

Соответствующая магнитуда будет равна

$$m = q_3 + \log \int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega^2 |F(\omega)|^2 d\omega = q_3 + \log \sum_{i=1}^N \omega_i^2 |F(\omega_i)|^2, \quad (48)$$

причем последняя формула записана в дискретной форме. Проверка формулы и оценка точности, которую она обеспечивает, не входят в нашу задачу. Пример удачного использования энергетических формул типа (47) для определения магнитуды по волнам Р и S [351] подчеркнул важность правильного учета поглощения.

Предложен еще один способ спектральной оценки магнитуды [1036]. Он базируется на амплитудных спектрах объемных волн, по которым отношение A/T получается как среднее по нескольким частотам. Предполагалось, что он более однозначен, но значения магнитуд близких землетрясений, вычисленные этим способом по волнам S, оказались практически одинаковыми со значениями, найденными более простыми способами. В способе предполагается, что форма спектров одинаковая для всех землетрясений, изменяются лишь масштабные множители. Только при соблюдении этого предположения определение магнитуды путем осреднения по некоторому постоянному ряду частот имеет смысл. Такое предположение в действительности выполняется исключительно редко.

Более эффективный способ определения магнитуды подземных ядерных взрывов по записям волн Р на телесеизмических расстояниях (около 22—27°) основан на использовании пиковой спектральной амплитуды и соответствующего ей периода (по аналогии с пиковой амплитудой и соответствующим ей периодом во временном представлении) [1529]. Спектральные амплитуды и соответственно вычисленные по ним магнитуды оказались более устойчивыми, со значительно меньшим разбросом для различных станций (табл. 45). Другими словами, спектральный пик более устойчив, чем любой максимум на записи. Этот способ опробован

всего на двух взрывах со сравнительно небольшой группой станций. Неизвестно, даст ли этот способ одинаково устойчивые результаты в случае большего разнообразия событий (включая землетрясения), путей пробега и станций. Во всяком случае, прежде чем говорить о какой-либо универсальности этого способа или его преимуществах перед способами, использующими измерения во временной области, следует его широко опробовать.

В заключение отметим, что все новые способы определения магнитуды весьма трудоемкие, а увеличение точности еще требует

Таблица 45

Значения магнитуд волны Р от двух подземных ядерных взрывов [1529]

Станция	Взрыв 5 октября 1962 г.		Взрыв 13 сентября 1963 г.	
	Сейсмограмма	Спектр	Сейсмограмма	Спектр
1	5,2	5,0	5,9	6,0
2	4,6	5,0	5,5	5,8
3	5,1	5,0	5,5	5,8
4	5,0	5,0		
5	4,5	5,0	5,2	5,8
Среднее	4,9	5,0	5,5	5,85
Разброс	0,7	0,0	0,7	0,2

доказательства. В любом случае применение их в повседневной практике может быть оправдано только при полной автоматизации вычислительного процесса.

8.3.3. МАГНИТУДА КАК ПАРАМЕТР ИСТОЧНИКА

Магнитуда служит для классификации сейсмических источников по признаку полной энергии, освобожденной в виде сейсмических волн. Естественно, что магнитуда связана с несколькими другими параметрами, которые различными путями выражают динамические процессы в источнике. При изучении динамики источников спектры сейсмических волн сыграли значительную роль. Мы рассмотрим связь магнитуды со следующими параметрами: 1) преобладающим периодом волны, 2) механизмом источника и 3) энергией сейсмической волны.

Преобладающий период волны. Многими сейсмологами показано, что период спектрального максимума у объемных и поверхностных волн увеличивается с ростом магнитуды события. Например, по spectroграфным записям (см. раздел 1.6.2) микроземле-

трясений ($M < 3$) получена следующая зависимость для начального движения [1408]:

$$\log T = 0,47M - 1,79, \quad (49)$$

а по спектрам волн Р от крупных землетрясений ($M \geq 6,3$) [787]

$$\log T = 0,51M - 2,59. \quad (50)$$

Подобная зависимость получена и для глубокофокусных землетрясений в Южной Америке — после пересчета графика [898] относительно M угловой коэффициент равен 0,41. Такую зависимость следует объяснять влиянием источника — более крупные землетрясения генерируют сравнительно более низкочастотные волны. Это правило соблюдается для широкого диапазона магнитуд, возможно, даже для всего диапазона. По амплитудным Фурье-спектрам ускорений для 40 микроземлетрясений в Неваде установлено закономерное уменьшение частоты спектрального максимума с ростом магнитуды и с увеличением эпицентрального расстояния (благодаря дифференцированному поглощению) [454]. При этом азимутальной зависимости обнаружено не было.

Не только магнитуда, но и амплитуда смещения почвы имеет прямую связь с преобладающим периодом. Вид этой зависимости следует из формул (41) и (50):

$$\log T = \alpha M - \beta, \quad (51)$$

$$M = q(\Delta, h) + \log(A/T).$$

Исключив из системы M , получаем

$$A \approx T^{(1+\alpha)/\alpha}. \quad (52)$$

Для значений α , равных 0,47, 0,51 и 0,41, показатель в (52) приблизительно равен 3, что хорошо согласуется со значениями в [752]. Если же взять за исходное какое-нибудь соотношение между A и T (эмпирическое), то с помощью формулы можно вывести зависимость между T и M . Как показано в [46], зависимость периода от магнитуды или амплитуды движения почвы четко отражается на любом вычисленном спектре.

Из множества работ, посвященных этим вопросам, следует сослаться на [108, 225, 523, 572, 611, 748, 751, 954, 1448—1450].

Когда станция наблюдения расположена на одном или нескольких почвенных или осадочных слоях, которые подчеркивают путем резонанса некоторые периоды (см. раздел 7.1.5), приведенные простые зависимости видоизменяются. Для M , превосходящих некоторый предел (согласно [751] предельные значения M равны 3—6), период T стремится принять постоянное значение. Именно этой тенденцией можно объяснить наблюдаемые сравнительно малые вариации периода волн Р от глубокофокусных землетрясений в Японии [1381]. Очевидно, что на преобладающий период влияют одновременно источник, путь пробега и приемник. Магнитуда дает приближенное представление временной функции источника.

Механизм источника. В ряде теоретических исследований Гаскел [606, 607] трактует землетрясение как случайную последовательность смещений и связывает полную энергию волн, излучаемых распространяющимся разрывом, с энергетической спектральной плотностью. В его модели движущийся точечный источник представлен источником типа распространяющегося смещения. Он создал две теоретические модели источника, для которых амплитудная спектральная плотность $|S(\omega)|$ уменьшается пропорционально ω^{-2} и ω^{-3} при больших значениях (рис. 81, б). Эти модели обычно называют соответственно моделью ω -квадрат и моделью ω -куб. Интересно заметить, что еще раньше Беркхемер [225] пришел к этим двум моделям для больших ω , а именно, ω^{-2} для пары сил и ω^{-3} для одиночной силы.

Аки [119] сравнил теоретические результаты с наблюдаемыми данными. При сборе наблюдаемых данных он предположил, что одного параметра источника (магнитуды M по поверхностной волне) достаточно, чтобы охарактеризовать размер источника, основываясь на принципе подобия. Это означает, что параметры источника для всех землетрясений, больших или малых, идентичны за исключением тех, которые определяют энергию и магнитуду. Величина $|S(\omega)|$ определялась путем вычисления отношений амплитудных спектров землетрясений различной магнитуды при наблюдении постоянства пути пробега. Частично использовались и волны Лява, хотя магнитуда строго определяется для горизонтальной составляющей волн Релея. В результате сравнения наблюдаемых отношений с расчетными было найдено лучшее согласие с моделью ω -квадрат. Однако этот вывод целиком зависит от справедливости принципа подобия. Тем не менее эта работа важна как попытка связать магнитуду с сейсмическим спектром на основе теории распространяющегося разрыва. Модель ω -квадрат удовлетворяет также телесеismicким записям подземных ядерных взрывов [1482]. Модель ω -квадрат соответствует телесеismicким спектрам при магнитудах $M > 6$ и периодах $T > 10$ с. Для других случаев предложены видоизмененные модели.

Энергия сейсмической волны. Полную энергию сейсмической волн можно оценить по энерго-магнитудным зависимостям [192]. Магнитуда вычисляется с помощью формулы (41), но соответствующая энергия должна определяться независимо. Существуют два способа вычисления энергии:

1. Во временном представлении, т. е. по сейсмограмме, путем интегрирования по временному интервалу, занятому волной. Для учета излучаемой энергии во всех направлениях интегрирование должно выполняться и по пространству.

2. В частотном представлении, т. е. по энергетическому спектру рассматриваемой волны. Проинтегрировав энергетический спектр, т. е. определив площадь под спектральной кривой (см. раздел 5.3.2), получим величину, пропорциональную полной энергии исследуемого сигнала. Разумеется, можно воспользоваться

амплитудным спектром, если возвести амплитуды в квадрат [785].

В работе [351] волновая энергия определялась путем интегрирования спектров наблюдаемых волн P, SH и SV, а в [898] энергия объемных волн определялась путем интегрирования спектров по полосам частот, специально подобранным с целью учета влияния пути пробега и источника.

Получены теоретические выражения для полной энергии излучения и энергетической спектральной плотности волн P в случае импульсных источников и источника с характеристикой в виде экспоненциальной функции [606, 607]. Расхождения между наблюдаемыми и теоретическими значениями полной энергии устраняются, если предположить, что движение по плоскости разрыва совершается не плавно, а прерывисто. Новый взгляд на динамику сдвигового процесса привел к необходимости применения статистического подхода к анализу действия источника путем использования пространственно-временных функций автокорреляции.

Получены теоретические энергетические спектральные плотности основной и высших гармоник волн Лява и Релея для различных моделей источника, различных глубин очага и двух моделей строения земной коры (океанической и континентальной). Из сравнения наблюдаемых спектров, исправленных за влияние путей пробега, с теоретическими энергетическими спектрами можно извлечь много полезной информации [593].

8.4. ГЛУБИНА ОЧАГА

Глубина очага является еще одним параметром источника, оказывающим большое влияние на спектры наблюдаемых сейсмических волн. Точное знание глубины очага важно для распознавания землетрясений и взрывов. Самые большие проблемы возникают, как правило, при небольших (меньших 100 км) глубинах.

Воздействие на спектры глубины очага можно объяснить следующими факторами: 1) изменением функции источника с глубиной, 2) свойством окружающей среды, 3) изменением положения очага относительно свободной поверхности и слоев земной коры, 4) изменением в возбуждении поверхностных волн.

Как видно из перечисления факторов, они касаются не только самого источника, но и геологического строения окружающей среды. Поэтому данный раздел частично охватывает материал главы 7. Тем не менее, нам кажется вполне оправданным рассмотреть все эффекты, связанные с глубиной очага, в одном разделе, так как на практике редко удается изучить воздействие каждого из факторов.

8.4.1. ФУНКЦИЯ ИСТОЧНИКА И ОКРУЖАЮЩАЯ СРЕДА

Почти все экспериментальные данные свидетельствуют об увеличении частоты объемных волн с ростом глубины очага как для землетрясений [70, 160, 570, 700, 1448—1450], так и взры-

вов [53]. Удобным способом исследования является определение зависимости крутизны спектральных срезов или отношения двух спектральных составляющих от глубины очага.

Объяснить такую зависимость можно изменением функции источника с глубиной и влиянием среды, окружающей источник. Глубокофокусные события могут вызываться внезапными изменениями объема вследствие фазовых переходов, более мелкофокусные события обычно связаны со сдвиговыми деформациями. Следовательно, глубокие землетрясения способны производить одно и то же количество энергии внутри значительно меньших объемов. Меньшие же размеры очаговой зоны благоприятствуют обогащению излучаемых волн высокими частотами. С этой точки зрения существует определенное подобие между глубокофокусными землетрясениями и взрывными источниками сейсмических волн. Характер среды, окружающей источник, особенно ее поглощающие свойства, будет положен на спектр источника. Естественно, что может быть трудно или почти невозможно точно определить, какое изменение в спектре с глубиной объясняется самой функцией источника, а какое — окружающей средой, которая может видоизменить первоначальный спектр источника. В общем случае следует ожидать, что действуют оба фактора.

Если диапазон глубин, исследованный спектральными методами, достаточно велик, то появляются более сложные зависимости спектральных параметров от глубины, чем простое увеличение доли высоких частот. По-видимому, сказывается влияние свойств астеносферы.

Астеносферный слой, залегающий сразу же под корой до глубин 200 км, характеризуется низкой добротностью (низким коэффициентом Q) и как следствие высоким поглощением, особенно высоких частот [1015]. Этот слой проявляется так же, как низкоскоростной слой для объемных сейсмических волн. Излучение сейсмических источников, расположенных внутри этого слоя, в значительной степени обеднено высокими частотами по сравнению с излучением источников, находящихся выше и ниже слоя пониженных скоростей [46, 1003—1005, 1448—1450].

В [135] приводятся результаты исследования нескольких землетрясений с различными глубинами очага в районе Японских островов. Использовались такие спектральные параметры как затухание энергии, сжатие энергетического спектра, координаты спектрального центра и разброс спектральной энергии (некоторые из них объяснены в главе 5). Два последних оказались особенно информативными. По всем параметрам получены четкие и непротиворечивые результаты, свидетельствующие о намного меньшем содержании высоких частот в излучении из очагов землетрясений, расположенных в низкоскоростном слое (рис. 83). Вероятно, это объясняется механизмом очага, а не высоким поглощением в низкоскоростном слое. В подтверждение вывода можно привести два довода.

1. При землетрясениях выше и ниже низкоскоростной зоны данный эффект не проявляется, хотя волны Р должны проходить эту зону соответственно дважды на пути к станциям.

2. Разрыв в низкоскоростном слое, сложенном более вязким материалом, должен генерировать более низкочастотные колебания, чем разрыв в более хрупком материале, вмещающем этот слой. Это подтверждается и лабораторными испытаниями.

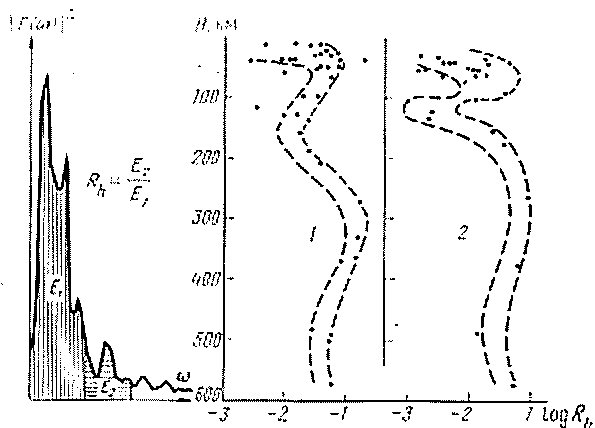


Рис. 83. Спектральные отношения для волн Р от землетрясений в районе Японских островов по наблюдениям в Упсала (1) и Умеа (2).

Низкоскоростному слою в верхней мантии соответствует уменьшенное содержание высоких частот [135].

Аналогичные результаты получены и для островной дуги Тонга [175]. По данным спектрального анализа волн S от близких землетрясений в пределах Японской островной дуги отмечено изменение спектра источника на глубине около 400 км [145].

8.4.2. ПОЛОЖЕНИЕ ОЧАГА ОТНОСИТЕЛЬНО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В разделе будем рассматривать чисто кинематическую задачу, связанную с расположением фокуса относительно свободной поверхности. Наиболее надежный способ определения глубины очага зависит от точности измерения разности времен вступления pP — P . Следовательно, суть проблемы заключается в опознавании эхо-импульса pP в конце записи группы волн Р. Рассмотрим эту задачу в более общем виде. Предположим, что имеются два эхо-импульса, а коэффициенты отражения комплексные:

$$R(\omega) = |R(\omega)| e^{-i\varphi(\omega)}, \quad (53)$$

т. е. при отражении изменяются и амплитуда, и фаза. Отраженно эквивалентно воздействию фильтра на сигнал n , следовательно,

выражается сверткой во временной области или умножением в частотной. Кроме того, отраженный сигнал задерживается на интервал времени τ . Итак, мы имеем следующую группу преобразований:

коэффициент отражения

$$r(t) \leftrightarrow R(\omega),$$

задержанный во времени сигнал

$$f(t - \tau) \leftrightarrow F(\omega)e^{-i\omega\tau}, \quad (54)$$

отраженный сигнал

$$g(t) = r(t) * f(t - \tau) \leftrightarrow R(\omega)e^{-i\omega\tau}.$$

При наличии двух эхо-импульсов (1 и 2) сигнал в точке приема есть сумма прямого и двух отраженных сигналов:

$$F(\omega) [1 + |R_1(\omega)| e^{-i(\omega\tau_1 + \varphi_1)} + |R_2(\omega)| e^{-i(\omega\tau_2 + \varphi_2)}]. \quad (55)$$

Образовав логарифмическое степенное выражение и разложив логарифм выражения в круглых скобках с точностью до квадрата коэффициента отражения, получим

$$\begin{aligned} \ln |F(\omega)|^2 + 2|R_1(\omega)| \cos(\omega\tau_1 + \varphi_1) + 2|R_2(\omega)| \cos(\omega\tau_2 + \varphi_2) - \\ - |R_1(\omega)|^2 \cos 2(\omega\tau_1 + \varphi_1) - |R_2(\omega)|^2 \cos 2(\omega\tau_2 + \varphi_2) - \\ - 2|R_1(\omega)||R_2(\omega)| \cos[(\omega\tau_1 + \varphi_1) + (\omega\tau_2 + \varphi_2)]. \end{aligned} \quad (56)$$

Выражение (56) можно рассматривать в качестве достаточно общего выражения для сигнала с двумя эхо-импульсами. Коэффициенты отражения должны быть комплексными как результат реверберации в слонстой коре [604, 605]. Можно записать восемь частных случаев выражения (56) в зависимости от того, зависит ли R от частоты или нет, заданы один или два эхо-импульса и сохранены ли мы члены с R в первой или второй степени. Рассмотрим несколько частных случаев.

1. Коэффициент отражения R не зависит от ω , два эхо-импульса. Формула (56) упростится:

$$\begin{aligned} \ln |F(\omega)|^2 + 2R_1 \cos \omega\tau_1 + 2R_2 \cos \omega\tau_2 - R_1^2 \cos 2\omega\tau_1 - \\ - R_2^2 \cos 2\omega\tau_2 - 2R_1 R_2 \cos \omega(\tau_1 + \tau_2), \end{aligned} \quad (57)$$

где R_1 и R_2 — положительные при $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ и отрицательные при $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi$.

Очевидно, что спектр будет волнистым с периодичностями τ_1 , τ_2 , $2\tau_1$, $2\tau_2$, $\tau_1 + \tau_2$ и может быть подвергнут спектральному анализу второго порядка (см. раздел 3.6.3). Заметим, что чем короче задержки τ , тем больше период волнистости $T = 2\pi/\tau$.

2. Коэффициенты отражения R не зависят от ω , два эхо-импульса, но сохранены только члены с R в первой степени. Тогда (57) примет вид

$$\ln |F(\omega)|^2 + 2R_1 \cos \omega\tau_1 + 2R_2 \cos \omega\tau_2 \quad (58)$$

с волнистостью на периодичностях τ_1 и τ_2 .

3. Коэффициенты отражения R не зависят от ω , один эхосигнал, сохранены члены с R во второй степени. В этом случае $R_1 = R$, $R_2 = 0$, $\tau_1 = \tau$, $\tau_2 = 0$ и (57) примет вид

$$\ln |F(\omega)|^2 + 2R \cos \omega\tau - R^2 \cos 2\omega\tau \quad (59)$$

с волнистостью на периодичностях τ и 2τ .

4. Коэффициенты отражения R не зависят от ω , один эхосигнал, сохранены только члены с R в первой степени. В этом случае (59) принимает вид

$$\ln |F(\omega)|^2 + 2R \cos \omega\tau \quad (60)$$

с волнистостью на периодичности τ .

Наложение неизвестного члена $\ln |F(\omega)|^2$ искажает простую картину и может вызвать смещение экстремумов по частоте.

Следует отметить, что путем разложения логарифмической функции в ряд вносятся ложные периодичности, отсутствующие в первоначальных данных. Это ясно из разложения

$$\ln(1 + R \cos \omega\tau) = R \cos \omega\tau - (R^2/2) \cos^2 \omega\tau, \quad (61)$$

где в левой части содержится лишь истинная периодичность τ , а в правой части благодаря члену второй степени присутствуют периодичности τ и 2τ . Поскольку на ЭВМ логарифмы вычисляются путем разложения в ряды, могут появляться ложные периодичности.

Спектр (60) рР-отражения, т. е. при $R < 0$, содержит минимумы при $\cos \omega\tau = +1$, т. е. для $\omega\tau = 2n\pi$, где $n = 0, 1, 2, \dots$. Для отражения, вызванного сферически симметричным событием с очагом вблизи поверхности (подземный взрыв), имеем

$$\tau = (2h \cos i)/V, \quad (62)$$

где h — глубина очага, i — угол падения на поверхность, V — скорость распространения волн P в среде.

Следовательно, спектр суммы $P + pP$ должен содержать последовательность минимумов на следующих частотах:

$$\omega = 2n\pi/\tau = n\pi V/(h \cos i). \quad (63)$$

По отсчетам частот этой последовательности минимумов можно вычислить отношение V/h и саму глубину h , если V предположить известным. Минимумы соответствуют случаю интерференции волн P и pP . Этим способом были обработаны записи подземных взрывов [841, 842]. Типичные спектры показаны на рис. 84. При изучении спектральных минимумов важно использовать весовые функции одинаковой длины при вычислении всех сравниваемых спектров, причем длина весовой функции должна быть достаточной, чтобы вмещать весь анализируемый сигнал. В противном случае появятся ложные высокочастотные минимумы, вызванные влиянием усечения [25, 849].

Аналогичные результаты описываются в работах [300, 302, 383, 808, 937]. Минимумы в результате интерференции прямой и отраженной от свободной поверхности волны могут возникать не только вследствие сложения волн P и rP , но и волн PcP и $rPcP$. Аналогично можно изучать интерференцию волн P и PcP [733].

Положительные выводы можно делать с большей надежностью, если исключить влияние ревербераций в коре под станцией, кото-

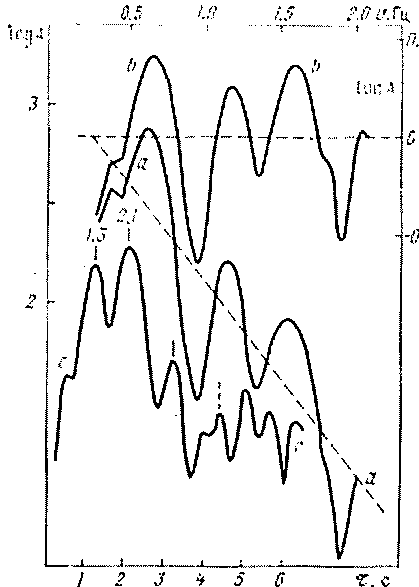


Рис. 84. Исходный спектр волны P (а), наблюдаемой в Упсале от взрыва на испытательном полигоне в штате Невада; тот же спектр после устранения линейного тренда (б) и спектр второго порядка (с)

рые могут быть причиной наблюдаемых минимумов [841, 842]. С другой стороны, если слонстость коры под станцией такова, что создает минимумы в том же диапазоне частот, в котором наблюдаются минимумы, вызванные положением очага относительно свободной поверхности, то интерпретация крайне затруднена. Один из способов исключения мешающих минимумов заключается в осреднении спектров по нескольким станциям, расположенным таким образом, что строение коры под станциями различается в достаточной степени, но сами станции находятся настолько близко одна от другой, что характер интерференции волн rP и P сохраняется [383]. Записи с помощью длиннопериодных сейсмографов оказались менее удобными для обнаружения таких минимумов [1006]. Теория в большей степени согласуется с наблюдениями, если использо-

вать коэффициенты отражения, зависящие от частоты [604, 605]. Часто по сейсмическим записям трудно определить точное время вступления волны rP из-за реверберации и помех. Это особенно справедливо в случае мелкофокусных событий с глубиной очага менее 100 км, когда волна rP вступает на фоне последующих фаз волны P . В такой ситуации задача может быть решена путем вычисления функции взаимной корреляции первоначального волнового импульса P со всей исследуемой записью [150]. Эта операция аналогична оптимальной фильтрации, при которой также предполагается определенное знание характеристик искомого явления. При совпадении волн P с rP будут получены большие положительные или отрицательные значения коэффициента взаимной корреляции в зависимости от соотношения фаз между вол-

нами. Способ эффективен при глубинах, превышающих несколько километров (около 3 км), когда pP вступает после первого периода волны P . В то же время функция автокорреляции всей записи практически не пригодна для обнаружения волн pP , вследствие сложного механизма очага [168]. Обратная фильтрация (деконволюция) дает более надежные результаты [674].

Исследована возможность определения глубины очага землетрясения по редуцированным амплитудным спектрам [564, 565]. Если $A_0(\omega)$ — редуцированный к источнику амплитудный спектр волны P , т. е. спектр, в котором скомпенсировано влияние прибора, коры под станцией, геометрического расхождения и поглощения, $S(\omega)$ — амплитудный спектр источника и $H(\omega)$ — передаточная функция среды, вмещающей источник, тогда можно записать, что $H(\omega) = A_0(\omega)/S(\omega)$. На редуцированном спектре отмечается ряд минимумов из-за интерференции со стороны $H(\omega)$ и $S(\omega)$: а) характер интерференции волн pP и P зависит от глубины очага — чем больше глубина h , тем на более длинных периодах появляются минимумы; б) характер интерференции волн pP и P зависит также от типа источника, ориентировки источника и направления на станцию (различные направления выхода волн pP и P) и, кроме того, от строения коры в очаговой зоне (ее коэффициента отражения); в) минимумы зависят от длительности динамического процесса в очаге (от конечности источника).

Разумеется, что для определения h по минимумам наблюдаемых спектров $A_0(\omega)$ необходимо исключить влияние минимумов всех прочих факторов. Последняя задача обычно трудная.

8.4.3. ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

Анализ эхо-сигналов в разделе 8.4.2 сделан для системы волн pP — P . Любую другую систему, содержащую эхо-сигналы, можно проанализировать таким же образом. Один из примеров — это отражения-спутники в сейсморазведке. Для простейшего случая одного отражения уравнение (55) запишется в следующем виде:

$$F(\omega) [1 + |R(\omega)| e^{-i(\omega\tau+\varphi)}] = G(\omega). \quad (64)$$

вход функция фильтра выход

Искомая функция $F(\omega)$ получается из $G(\omega)$ обратной фильтрацией:

$$F(\omega) = G(\omega) / [1 + |R(\omega)| e^{-i(\omega\tau+\varphi)}]. \quad (65)$$

Функция обратной фильтрации имеет такой же вид, что и уравнение системы с обратной связью в электронике, следовательно, обратная фильтрация может осуществляться системой с обратной связью [899]. Наложение волновых импульсов — обычное явление при исследовании слоистой земной коры [503, 787, 1058].

Другой пример из сейсмологии — распространение поверхностных волн по многим путям. В этом случае эхо-сигналы пред-

ставлены различными дугами поверхностных волн, отраженных и рефрагированных на (вертикальных) разрывах в коре со своими коэффициентами (комплексными) отражения и преломления и временами запаздывания [266, 335, 1155].

Сходные эффекты следует ожидать в случае сейсмических источников многократного действия, например, в случае двух

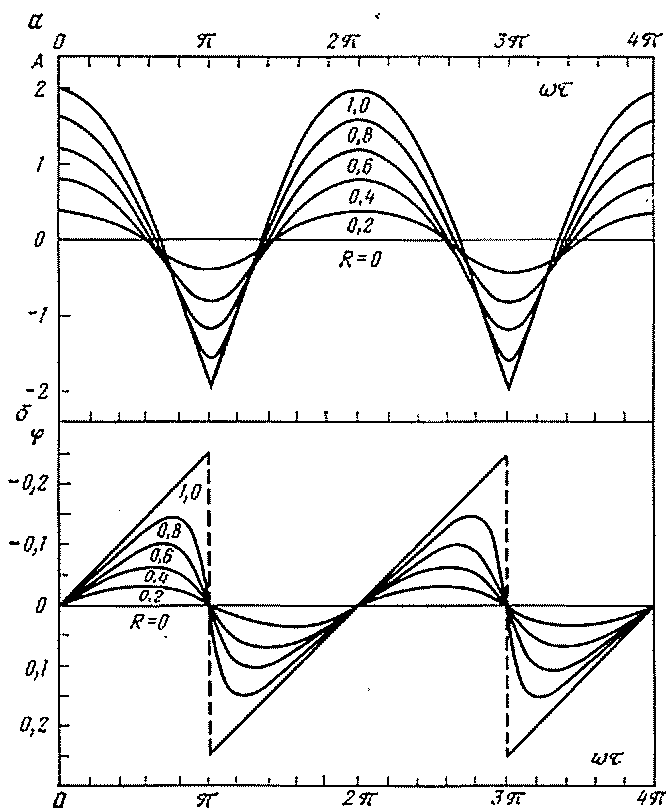


Рис. 85. Амплитудные (а) и фазовые (б) спектры функции $1 + \text{Re}^{-i\omega\tau}$ [1155, 1545]

разрывов или более, следующих один за другим с небольшими временными интервалами и возникающими в той же самой или соседних точках [815, 1155, 1545]. Резкие смены фаз на некоторых частотах (рис. 85) могут привести к неопределенности при изучении дисперсии фазовой скорости. В таких случаях рекомендуется применять сглаживание [1155].

Яркий пример интерференции получен при наложении двух сигналов от двух взрывов, произведенных последовательно через небольшой промежуток времени [829]. Взрывание с задержками

наиболее часто используется в горных работах. Спектры результирующих волн можно получить тем же способом, как и при эхоанализе [1163].

Изложенный выше интерференционный анализ находит очень широкое применение. Он используется при обработке объемных и поверхностных волн, при анализе кратных волн и множествен-

Т а б л и ц а 46

Обзор интерференционных явлений

Явление	Источник для объемных волн	Источник для поверхностных волн
1. Кратное (интерференционное) со- бытие:		
а) непрерывное (источник типа рас- пространяющейся дислокации)	[520, 829, 1525, 1163]	[510, 1064, 1155, 1545]
б) прерывистое		
2. Распространение по многим путям	pP [257, 302, 383, 564, 565, 841, 842]	[1155]

ности путей их пробега. В интерференционный анализ входит и реверберация в земной коре (см. раздел 7.1.4) (табл. 46). В случае микросейсм условия более сложные, так как факторы множественности источников и путей распространения действуют одновременно, что приводит к интерференции (биениям) на записи.

Спектральные минимумы играют большую роль при интерпретации сейсмических спектров. Основное внимание уделяется считыванию последовательности частот, на которых наблюдаются минимумы. Существуют несколько причин возникновения спектральных минимумов, а именно:

1. Действительные минимумы, возникающие вследствие интерференции, причинам которой являются: а) конечная скорость распространения смещений в источнике; б) реверберация в коре вокруг источника и под станцией, а также в любой слоистой среде (см. главу 7); в) интерференция различных волн, волн pP и P или поверхностных волн, распространяющихся различными путями.

2. Случайные минимумы, разделяющие спектральные пики разнообразного происхождения. Эти минимумы не поддаются никакой интерпретации. Примеры даны в главе 9.

8.4.4. ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ГЛУБИНЫ ОЧАГА

Зависимость амплитуды поверхностных волн от глубины очага изучалась теоретически как возможное средство определения глубины источника сейсмических волн. Было найдено [40], что

спектры основной гармонички волн Релея обладают повышенными амплитудами на высоких частотах [для периодов $T < h/8$, где h — мощность коры в км, а T в с], когда очаги расположены на глубинах между $h/4$ и $h/2$. Эта закономерность была предложена для более точной оценки глубины очага. Теоретически показано, что функция направленности излучения релейевских волн из очага

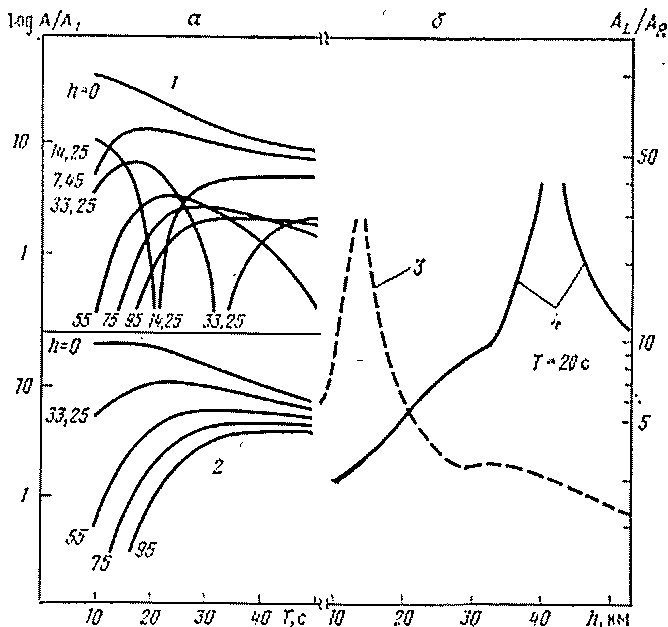


Рис. 86. Теоретические амплитудные спектры вертикальной составляющей волн Релея и Лява, генерируемых источником типа вертикального разрыва со сдвигом по простиранию (а), и зависимость отношения спектральных амплитуд волн Лява и Релея от глубины очага (б):

1 — спектры волн Релея; 2 — спектры волн Лява; 3 — сдвиг по разрыву в направлении падения; 4 — сдвиг по разрыву в направлении простирания [329]

зависит от глубины источника землетрясения [213]. В работе [891] показано сильное ослабление короткопериодных колебаний с увеличением глубины в коре, особенно в присутствии осадочного чехла.

С целью распознавания ядерных взрывов по значениям глубины источника упругих волн предложен способ определения глубины по амплитудам волн Релея [1300]. Он базируется на том, что в изотропном полупространстве амплитуды волн Релея экспоненциально уменьшаются с глубиной, т. е. присутствие в спектре

высокочастотных составляющих должно быть признаком небольших глубин. Способу присущи несколько недостатков:

1) малая глубина взрыва и высокий коэффициент добротности среды воздействуют одинаково, подчеркивая высокие частоты, что приводит к неоднозначности интерпретации;

2) значительную роль играет отношение сигнал/помеха;

3) слонность верхней части разреза приводит к обогащению высокими частотами, дисперсии, т. е. распределению энергии волны Релея по большему времени и, как следствие, к уменьшению отношения сигнал/помеха, а также к появлению высших гармоник, часть которых может оказаться более чувствительной к глубине, чем основная гармоника.

В [1442, 1443] развит способ определения глубины очага по амплитудным спектрам поверхностных волн, изучены его ограничения и проверена эффективность на мелкофокусных землетрясениях. Для случая волн Релея и Лява, излучаемых сдвиговым источником в многослойной среде, показана зависимость от глубины очага фазовых и амплитудных спектров в диапазоне периодов 10—50 с. Из рис. 86, а видно, что амплитудные спектры волн Релея более надежны для вычисления глубин, чем спектры волн Лява. Способ эффективен, если глубина является доминирующим фактором. Другие факторы, воздействующие на спектры (строение коры и верхней мантии, конечность источника, временная функция источника, поглощение на пути пробега), не принимаются во внимание, если они не выходят за установленные пределы. Способ позволяет определять глубины до нескольких километров по наблюдениям на станциях, отстоящих от источника на расстоянии до 4000 км. Он использовался для распознавания землетрясений и взрывов [1439], а также для обработки записей сан-фернадского землетрясения в 1971 г. [330].

Одиночные спектры волн Релея или Лява вряд ли могут обеспечивать получение надежных оценок глубины очага ввиду неконтролируемого влияния других факторов. Более перспективными представляются способы, базирующиеся на совместной обработке спектров волн Релея и Лява [220, 592]. Одним из самых точных способов определения глубины очага считается способ, использующий минимумы отношения спектров основных гармоник волн Релея и Лява [592], но и здесь необходимы независимые сведения о механизме источника и модели строения земной коры [948]. В отношении волн Лява и Релея L/R взаимно компенсируются воздействия нескольких факторов источника и пути пробега, но оно продолжает зависеть от частоты, функции направленности излучения, модели строения земной коры и глубины очага. При известных функции излучения (определенной, например, по объемным волнам) и модели глубинного строения отношение L/R позволяет определять глубину очага с погрешностью всего в несколько километров (рис. 86, б) [329].

8.5. ЯВЛЕНИЯ ПЕРИОДИЧНОСТИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Любая монография по спектрам и периодичностям вряд ли была бы полной без упоминания периодичностей землетрясений, несмотря на то, что в настоящее время эта область практически не развивается. Несомненно, что она сыграла определенную роль в историческом развитии сейсмологии [571]. Часто статистические данные по землетрясениям, лежащие в основе ранних исследований, были неполны или неудовлетворительны, а в некоторых случаях использовалась несовершенная методика обработки данных. Все вместе взятое, естественно, дало результаты сомнительной ценности и дискредитировало эту область исследования. Иногда для ограниченных районов получалась значимая периодичность, но в глобальном масштабе периоды были, как правило, статистически незначимыми.

В работе [1018] приведены результаты проводившихся исследований, цель поиска статистически значимых годовых периодов с помощью разложения в ряд Фурье. Однако данные, использованные этими авторами, оказались неполными и несостоятельными. Если используется число землетрясений, то оно должно характеризовать полное множество землетрясений с магнитудой выше заданной. Кажется, что это требование удовлетворено в достаточной мере при составлении таблицы, помещенной в [463]; в ней перечислены землетрясения магнитудой $M \geq 7$, происшедшие с 1897 по 1964 г. Среднемесячное число землетрясений N для этого множества можно представить следующей формулой:

$$N = 1,53 + 0,10 \cos(t + 5^{\circ}37'), \quad (66)$$

где t отсчитывается с начала года. Эта формула базируется на однородном материале. Число N достигает минимума 25 июня (вблизи афелия) и максимума 25 декабря (вблизи перигелия), что прямо противоположно результатам исследований в [1018]. Однако следует отметить, что эта годовая вариация статистически незначимая. Даже если бы мы разбили эти данные на меньшие группы, маловероятно, что получились бы значимые периоды.

Способы, основанные на вычислении энергетических спектров записей, которые можно применять и к землетрясениям, не дали улучшения. Например, в работе [907] приведены энергетические спектры волн от землетрясений для всего земного шара в течение 1904—1952 гг. Материал, конечно, неоднородный, но это вряд ли повлияло на то, что значимых периодов не существует. Также не найдено значимых периодов в диапазоне от 2 до 256 дней по энергетическим спектрам числа землетрясений для интервала 1961—1968 гг. [1312]. Исследование множества новозеландских землетрясений с помощью скрупулезных статистических и спектральных методов тоже не выявило значимых периодичностей [1471].

Заметим, что число землетрясений не дает наилучшего представления о сейсмической активности. Эту величину можно измерить намного более достоверно количеством высвобождающейся энергии или другой связанной с ней величиной. Следовательно, поиск периодичности должен базироваться на исследовании именно таких величин, а не только на изучении количества толчков.

С изучением периодичностей тесно связаны не менее спорные исследования, касающиеся поиска корреляционных связей между количеством землетрясений и различными факторами, играющими, видимо, роль «спускового механизма», наподобие земных приливов (см. раздел 8.1.6), погодных условий (ветер, дождевые и снеговые осадки, атмосферное давление) и т. п. Подробное обсуждение статистических данных дано в [1463].

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В МЕТЕОРОЛОГИИ, ОКЕАНОГРАФИИ И МИКРОСЕЙСМОЛОГИИ

В главе будет рассмотрено применение спектральных методов в метеорологии, океанографии и микросейсмологии (науке о микросейсмах), поскольку явления, изучаемые перечисленными науками, тесно связаны между собой. Сходство явлений объясняется частично их генезисом (метеорологическая турбулентность создает волны на поверхности океана, которые, в свою очередь, вызывают микросейсмы), частично тем, что они представлены временными рядами с очень близкими характеристиками. Метеорологическая турбулентность, волны на поверхности океана и микросейсмы представляют собой случайные (стохастические) явления с бесконечной длительностью и переменной интенсивностью в отличие от сейсмических сигналов, возбуждаемых землетрясениями и взрывами и имеющих ярко выраженный переходный характер. Общность принципов записи информации предопределяет сходство способов их спектральной обработки.

При исследованиях во всех трех областях очень большое внимание уделяется временным и пространственным характеристикам изучаемых величин. Поэтому вполне естественно применять спектральный анализ как эффективное средство их расшифровки и изучения явлений в зависимости от условий их формирования. Но спектральные методы получили широкое применение сравнительно недавно, лишь в течение последних двадцати лет, если не считать использования гармонического анализа при исследованиях различных метеорологических параметров. Сводка приложений спектрального анализа к метеорологии (турбулентность) и океанографии (поверхностные волны океана), содержащая обширную библиографию ранних работ в этих областях, дана в работе [1237].

9.1. МЕТЕОРОЛОГИЯ

9.1.1. СРАВНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ И ТРАДИЦИОННЫХ МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Метеорология является одной из тех областей науки, на ранних этапах развития которой гармонический анализ применялся намного больше, чем в других науках. Поскольку большинство метеорологических элементов регистрируется в функции времени,

поэтому наиболее обычной процедурой обработки данных было разложение наблюдений во временные ряды Фурье. В метеорологической литературе этот вопрос изучен довольно полно [387, 1480]. Целью разложений являлось выделение всех периодов, которые содержатся в записи, и проверка их на статистическую значимость (см. раздел 5.1 и [1375]). В книге [1375] содержится много примеров использования гармонического анализа в метеорологии. Использование результатов для составления прогнозов почти всегда терпело неудачу. Очевидно, метеорологические колебания не характеризуются определенной периодичностью, за исключением суточных и годовых вариаций [1110].

Длинные временные ряды замеров температуры воздуха ранее подвергались только гармоническому анализу, позднее стали применяться способы, основанные на вычислении энергетической спектральной плотности [1218]. Например, по энергетическим спектрам температуры воздуха в западной части США значимыми оказались только годовые и полугодовые вариации. Этот результат подтверждает вывод [1495, 1496] о том, что спектральными методами не выявлено каких-либо новых значимых периодов кроме тех, которые были известны по данным традиционного гармонического анализа. Гармонический анализ многие годы применялся во всех отраслях климатологии. В то же время Фурье-анализ сравнительно редко использовался в климатологических исследованиях вплоть до настоящего времени [1372, с. 91].

С помощью классического спектрального анализа, основанного на преобразованиях Фурье, достигнуты большие успехи в изучении некоторых других метеорологических явлений. Например, энергетические спектры успешно применялись при изучении скоростей ветра (в частотной и волночисловой областях), турбулентности и т. п. Успех способов, использующих энергетические спектры по сравнению с разложениями в ряды Фурье, объясняется тем, что энергетические спектры непрерывны и представляют собой распределение вероятности. Также успешно используются и взаимные спектры, причем часто их действительные (ко-спектры) и мнимые (квадратурные спектры) части изображаются раздельно.

В [1115] дан обзор применения статистических способов в метеорологии, а также временных рядов и спектрального анализа. Использование взаимного спектрального анализа в метеорологии дано в [1112]. Современный подход к исследованию атмосферной турбулентности с применением спектральных способов описан в [918, 1116, 1129]. Позднее в докладах на конференции в г. Стокгольме в 1969 г. был дан исчерпывающий анализ применения спектральных методов в метеорологии [1271]. Естественно, что большинство докладов было посвящено атмосферной турбулентности. Значение спектрального анализа подобных явлений состоит в том, что он позволяет разделить параметры один от другого как в пространстве, так и во времени.

Использование спектральных методов при исследовании турбулентности любой среды (чаще всего атмосферы или океана) представляется вполне естественным. Компоненты скорости ветра U , V можно записать в виде суммы средних скоростей \bar{U} , \bar{V} и турбулентных отклонений U' , V' :

$$U = \bar{U} + U' \text{ и } V = \bar{V} + V'.$$

Турбулентные или вихревые напряжения пропорциональны таким выражениям, как $\overline{U'V'}$, $\overline{U'^2}$. Раскроем $\overline{U'V'}$ как

$$\overline{U'V'} = \overline{(U - \bar{U})(V - \bar{V})} = \overline{[U(t) - \bar{U}][V(t) - \bar{V}]}.$$

Сравнив полученное выражение с

$$\overline{[U(t) - \bar{U}][V(t + \tau) - \bar{V}]} = C_{UV}(\tau)$$

для данной точки x или

$$\overline{[U(x) - \bar{U}][V(x + \xi) - \bar{V}]} = C_{UV}(\xi)$$

для данного времени t , замечаем, что при вычислении $\overline{U'V'}$ мы объединяем одно и то же значение U и V , а при вычислении коэффициента взаимной корреляции $C_{UV}(\tau)$ мы закрепляем во времени один ряд $U(t)$ и пропускаем мимо него другой $V(t + \tau)$. В результате преобразования функции $C_{UV}(\tau)$ получается соответствующий взаимно-энергетический спектр (см. раздел 3.3.4). Те же рассуждения применимы для вычисления энергетического спектра по коэффициенту автокорреляции $C_{UU}(\tau)$. Далее, вместо изменения времени можно изменять любую пространственную координату x , т. е. в определенный момент времени находить произведение U на V в одной точке, а затем в ряде точек вдоль некоторого профиля. Приведенные рассуждения справедливы при анализе любых величин, связанных с турбулентностью: кинетической энергией, тепловым потоком, концентрацией вещества и т. п.

Из соотношений (1) находим

$$\begin{aligned} \overline{U'V'} = C_{UV}(0) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_{UV}(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} E_{UV}(v) dv = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} v E_{UV}(v) d \ln v, \end{aligned}$$

где $E_{UV}(v)$ называется спектральным тензором. Следовательно, $\overline{U'V'}$, пропорциональное напряжению вихрей Рейнольдса, равно площади под спектральной кривой $E_{UV}(v)$.

В метеорологии часто изучают одновременно поведение двух (или более) параметров. Вначале вычисляют полный коэффициент корреляции между двумя переменными (как это принято в метеорологии).

матрической статистике) с последующей проверкой его статистической значимости. Может случиться, что положительная корреляция в одном частотном диапазоне в большей или меньшей степени компенсируется отрицательной корреляцией в другой полосе частот и в результате полная корреляция окажется незначимой. Взаимные энергетические спектры выявляют зависимость коэффициентов корреляции от частоты и, таким образом, представляют собой намного более мощное средство анализа. Но взаимные энергетические спектры также должны подвергаться проверке на значимость. Классические определения турбулентности, данные Рейнольдсом, не конкретизируют сравнительную важность движений различного масштаба, а энергетические и взаимные энергетические спектры дают такую информацию.

9.1.2. СПЕКТРАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ

Согласно разделу 4.6 можно перечислить следующие спектральные методы, применяемые в метеорологии.

1. Косвенный метод, или метод преобразования функций корреляции (см. раздел 4.6.1), предложенный Р. Блэкманом и Дж. Тьюки [247] и приспособленный Ф. Мюллером [1026] для применения в метеорологии, является в настоящее время основным. Взаимные энергетические спектры, как правило, разделяются на ко-спектры и квадратурные спектры. В некоторых случаях при вычислении энергетических спектров используется простое соотношение между дисперсией и энергией (см. раздел 5.1.1).

2. Прямой метод, или метод периодограмм (см. раздел 4.6.2). Этот метод практически не применяется.

3. Метод быстрого преобразования Фурье (БПФ) (см. раздел 4.6.3). С середины 1960-х годов метод в метеорологии применяется все шире [486, 930].

Примеры использования фильтров при обработке метеорологических временных рядов (записей температуры и ветра) можно найти в [358, 398]. В [724] показано, что функция корреляции и энергетические спектры для случайных наблюдаемых рядов не сходятся ни в каком статистическом смысле к некоторому значению, если увеличивать интервал наблюдений T . Опыт показывает, что при достижении некоторого значения T флуктуации продолжают существовать и не уменьшаются. Поэтому в случае стохастических процессов результаты нельзя улучшить увеличением длительности анализируемого интервала записи T .

Как правило, не рекомендуется пользоваться временными сдвигами, превышающими 5—10% от общей длительности записи T [247]. Некоторые исследователи рекомендуют вычислять автокорреляционную функцию для диапазона временных сдвигов, составляющего около 30% всего числа наблюдений [722]. В [203, с. 201—206] показано, что многие из наблюдаемых параметров атмосферной турбулентности можно получить, если предполо-

жить, что функция автокорреляции имеет вид экспоненциально убывающей косинусоиды (см. рис. 21).

Критический разбор методов вычисления метеорологических спектров по наблюдениям ограниченной длительности дан в [742]. Спектры, вычисленные по ограниченным интервалам, представляют только эти интервалы и не могут быть использованы на всю реализацию. Важным вопросом при этом является выбор интервала дискретизации наблюдений [1093, 1094]. Имеющиеся зна-

Т а б л и ц а 47

Масштабы атмосферных явлений [508]

Параметр	Микромасштаб (масштаб турбулентности)	Мезомасштаб	Макромасштаб (синоптический масштаб)
Период, ч Длина волны, км	< 1 ч < 20	1—48 20—500	> 48 > 500

чительные расхождения между спектральными исследованиями турбулентности, возможно, объясняются использованием неполных данных [1294]. В нескольких работах подчеркивается значение дискретизации и осреднения наблюдений. Математические выкладки по этим вопросам можно найти в [1331]. Эффект наложения частот при дискретизации обсуждается в [554]. При сравнении опубликованных в литературе спектров возникают значительные трудности, обусловленные разнообразием методов вычисления и изображения результатов, а также их нормирования.

Еще один важный вопрос касается влияния на спектры приборов и методики измерений. Исследований такого рода выполнено немного. Один из примеров приводится в [396]. Ветровые спектры, полученные по измерениям с помощью радарного слежения за шар-зондами и на башне, оказались очень похожими. Подобные спектральные сравнения методов измерения имеют большое значение при любых видах геофизических наблюдений.

Как правило, метеорологические спектры имеют большой диапазон частот, поэтому принято различать три масштаба атмосферных явлений (табл. 47). Ясно, что получить равномерную плотность наблюдений в пределах очень расширенного диапазона невозможно. Практически задача решается построением широкополосного спектра по различным множествам наблюдений, каждое из которых имеет свой интервал дискретизации. Здесь возникает проблема сохранения однородности спектральных определений. Прием кусочного построения спектров применяется не только при построении метеорологических спектров, но и при построении любых широкодиапазонных геофизических спектров (см. раздел 6.5.4).

В метеорологии иногда представляет интерес вычисление среднесезонных спектров. При гармоническом анализе, когда коэффициенты линейные, это не составляет никакой проблемы. Но при вычислении энергетических спектров следует учитывать, что их коэффициенты возводятся в квадрат, поэтому, вычисляя сезонные средние, нужно проявлять осторожность [224]. Возьмем для примера взаимный энергетический спектр E_{12} функций $F_1 = a_1 - ib_1$ и $F_2 = a_2 - ib_2$ (см. раздел 3.3.4):

$$E_{12}^* = F_1^* F_2 = (a_1 + ib_1)(a_2 - ib_2) = (a_1 a_2 + b_1 b_2) - i(a_1 b_2 - a_2 b_1). \quad (3)$$

Ко-спектр (действительная часть) взаимного энергетического спектра E_{12} равен

$$P_{12} = P(F_1, F_2) = \text{Re } E_{12} = a_1 a_2 + b_1 b_2. \quad (4)$$

Выразим каждый коэффициент суммой сезонной средней и суточного отклонения от средней:

$$\begin{aligned} a_1 &= \bar{a}_1 + a'_1, & b_1 &= \bar{b}_1 + b'_1, \\ a_2 &= \bar{a}_2 + a'_2, & b_2 &= \bar{b}_2 + b'_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Подставив эти выражения в (4), получим

$$P(F_1, F_2) = P(\bar{F}_1, \bar{F}_2) + P(\bar{F}_1, F'_2) + P(F'_1, \bar{F}_2) + P(F'_1, F'_2). \quad (6)$$

Осреднив по одному сезону, получим следующий результат, поскольку средние по времени функций F'_1 и F'_2 обращаются в нуль,

$$\overline{P(F_1, F_2)} = P(\bar{F}_1, \bar{F}_2) + \overline{P(F'_1, F'_2)} \quad (7)$$

или сезонная средняя спектра равна спектру сезонной средней плюс сезонная средняя спектра возмущения.

В метеорологии нашел применение также двумерный спектральный анализ по энергии и волновому числу, причем впервые он был использован при изучении фотографий облачности со спутника [885]. Используется тот же принцип, который применяется при изучении ветровых волн океана, гравитационных и геомагнитных полей (см. главу 10) и связан с основными идеями, изложенными в главе 2. При упомянутых выше исследованиях облачности энергия (характеризующая фотографическую яркость) изображалась изолиниями на графике с двумя перпендикулярными осями волновых чисел. Этот способ обеспечивает более детальный и точный анализ фотографий облачности, нежели применявшийся ранее визуальный осмотр. Энергия может изображаться изолиниями на плоскости с измерениями по волновому числу и частоте [706, 707, 931].

Разложение по сферическим гармоникам является наиболее удобным способом изучения явлений глобального масштаба. В дополнение к примерам из метеорологии, данным в разделе 2.5.4, заметим, что сферические гармоники являются также средством изучения атмосферных приливов. Обзор этих вопросов дан в [357, 1317]. Согласно [1317] порядок вычислений следующий.

1. Временные функции давления (и температуры) для максимально возможного количества станций, распределенных по всему земному шару, разлагаются в ряды по гармоникам.

2. Полученные амплитуды и фазы выражаются через сферические гармонические функции для каждой волновой составляющей.

В результате выполнения перечисленных операций получается представление через синусные и косинусные функции времени или долготы и лежандровы функции широты. Метод с одинаковым успехом можно применить при анализе результатов изучения приливов, что мы будем рассматривать в разделах 9.2.3 и 10.1.2.

9.1.3. СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ (КООРДИНАТЫ, ПАРАМЕТРЫ, ЛОЖНЫЕ МИНИМУМЫ)

При исследовании турбулентности с использованием спектров принято изображать наблюдения в виде безразмерных логарифмических спектров мощности (см. раздел 5.4.1). В качестве ординаты берется выражение $\omega E(\omega)/V_*^2$, т. е. нормированная логарифмическая спектральная плотность энергии, где $E(\omega)$ — энергия, V_* — скорость трения. Абсцисса равна $\ln(\omega z/V)$, где V — средняя скорость ветра на высоте z . Выражение $\omega z/V$ иногда называют собственной частотой. Обе координаты безразмерные. Нормированные величины облегчают сопоставление различных множеств наблюдений. Более того, спектры часто выражаются в аналитической форме, связывая определенные выше ординату и абсциссу. Такие выражения позволяют непосредственно сравнивать различные наблюдаемые ряды. Читатель может это найти в разделе 5.4.1 и табл. 24, где были рассмотрены свойства логарифмического спектра.

При исследовании турбулентности можно ожидать наличия тесной связи между временными и пространственными свойствами, как было отмечено в [1405] для варианта, когда скорости завихренности низки по сравнению со средней скоростью ветра. Тогда функцию временной корреляции можно заменить функцией пространственной корреляции путем подстановки x/V вместо t (x — среднее направление ветра, V — средняя скорость ветра). Частотный спектр превращается в волночисловой спектр путем замены ω на Vk , где k — волновое число. Эта гипотеза предполагает равенство средних по времени и по пространству, т. е. наличие свойства, называемого эргодичностью; стационарность означает равенство различных по времени выборок, а однородность — равенство различных пространственных выборок. Опытным путем подтверждено соблюдение эргодичности с высокой точностью [81, 1118, 1123]. Обсуждение справедливости гипотезы об эргодичности метеорологических данных можно найти в [399, 871, 918, 1116]. В работах [361, 782] доказывается, что гипотеза справедлива только по отношению к мелкомасштабным движениям, диапазон которых не превышает 1 км.

Из спектральных параметров (см. раздел 5.3), используемых в метеорологической спектроскопии, особо отметим наклон энергетического по волновому числу спектра в сторону больших волновых чисел. Для спектров турбулентности часто получаются наклоны, равные k^{-3} или $k^{-5/3}$. В соответствии с гипотезой об эргодичности зависимость от частоты ω будет такой же, как от k . Это свойство — общее для метеорологических спектров в пределах некоторых частотных диапазонов; обычно же спектры выносятся в сторону низких частот и становятся круче в сторону высоких частот. В спектрах зонального и меридионального направлений ветров преобладают более выраженные наклоны (ω^{-3}) в высокочастотных диапазонах [774]. В спектрах меридионального направления ветра обнаруживается спектральный максимум (нулевой наклон) на частоте около 0,01 цикла/ч (период около 4 сут), который можно объяснить периодичностью циклонической деятельности.

Наличие указанного наклона следует рассматривать как проявление инерционного распада или вырождения турбулентности, именно такие или близкие наклоны проявляются в любом другом параметре, связанном с турбулентностью. Иногда наблюдается максимум (горб) на фоне общего наклона, что указывает на существование еще одного источника турбулентной энергии на некоторой частоте [1232]. Общий наклон спектральной кривой свойствен нескольким видам геофизических явлений и отражает переход энергии от низких частот или волновых чисел к высоким. Согласно разделу 5.4 при определении наклонов нужно учитывать используемую систему координат. Если энергетическая функция имеет вид $E(k) \approx k^\gamma$, то показатель γ равен угловому коэффициенту прямолинейного графика зависимости $\ln E(k)$ от $\ln k$.

Наклоны кривых энергетических спектров описаны в многочисленных работах, из которых отметим следующие.

1. Турбулентный поток воздуха. При исследовании энергетических частотных спектров турбулентного потока [923, 924], а также волночисловых спектров турбулентного потока воздуха и температуры [82] найдено, что угловым коэффициентом логарифмического спектра равен $-5/3$ (см. также [888, 1156, 1196]).

2. Температура. Близкое значение углового коэффициента получено для высокочастотной части температурного спектра [1114].

3. Влажность. Угол наклона отмечается и у спектров влажности [32, 380].

4. Давление. Для энергетических спектров давления в широком диапазоне частот угловые коэффициенты равны -2 [550, 807].

5. Показатель преломления. Результаты изучения энергетических частотных спектров этого параметра можно найти в [729, 1411], а энергетических волночисловых спектров — в [303, 550].

6. Общие вопросы. В [648] всесторонне рассмотрена форма

полного спектра турбулентности. В [531, 745] показано, что спектры и ко-спектры сводятся к семейству кривых, которые сливаются в одну кривую на высоких частотах (в так называемом инерциальном поддиапазоне) и расходятся в сторону низких частот.

Особый интерес представляет минимум, обнаруженный в спектре скорости горизонтального воздушного потока на периоде около 1 ч (длина волны около 10 км) [1121, 1468]. Этот минимум разделяет два значимых максимума, расположенных на периодах 4 дня и 1 мин (рис. 87). Сам минимум не имеет физического смысла, он возник вследствие хорошего разрешения двух физических значимых максимумов. Подобные ситуации часто возникают в сейсмологии, например когда волна Р и фон микросейсм выражаются в виде двух отчетливых максимумов. Значимые спектральные минимумы могут свидетельствовать об интерференции, которая, в свою очередь, содержит ценную информацию о геологическом строении. Однако в упомянутых случаях мы имели дело со случайно образовавшимися минимумами, не имеющими особого физического смысла (см. раздел 8.4.3).

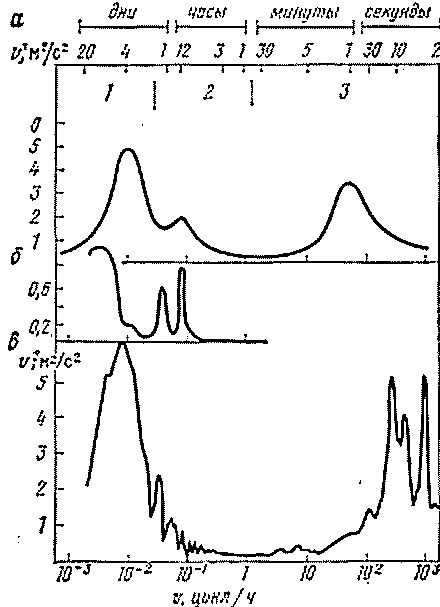


Рис. 87. Примеры метеорологических энергетических спектров.

а — скорость горизонтального воздушного потока на высоте около 100 м в Брукхейне [1468]; б — давление на земной поверхности на острове Пальмира [687]; в — замеры воздушных потоков буйковыми станциями в Северной Атлантике [989].

Диапазоны периодов метеорологических явлений: 1 — макромасштабные явления (синоптический диапазон); 2 — мезомасштабные явления; 3 — микромасштабные явления (диапазон турбулентности)

Интерпретация минимумов в спектрах турбулентности не особенно уверенная. В спектрах горизонтальных воздушных потоков и температур [1113] имеется по два минимума на получасовом периоде и между синоптическим масштабом и однодневным пиком, но другими исследованиями это не подтвердилось. Причина заключается в способе дискретизации и обработки данных. По измерениям ветра в буйковых станциях в море [989] получен энергетический спектр, очень напоминающий спектр из [1468]. Высокочастотные составляющие этого спектра (вызванные перемещениями буя) могут

искажить спектр, если при дискретизации как следует не учитывался эффект маскировки частот. Провалы в атмосферных спектрах обсуждены в [508].

9.1.4. ПРИМЕНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА В МЕТЕОРОЛОГИИ

В метеорологической литературе за последние 20 лет содержится обширная информация по вопросам применения спектрального анализа. В табл. 48 приведены примеры использования спектрального анализа для обработки метеорологических наблюдений. Каждая из перечисленных работ содержит обширный список литературы по рассматриваемым вопросам. Таблица достаточно представительная и позволяет сделать некоторые выводы относительно изучаемых метеорологических задач и способов их решения.

В результате спектральных исследований получены сведения об атмосферной турбулентности, о влиянии на нее среднего ветра, высоты над земной поверхностью, пересеченности земной поверхности и т. п. В работе [918] дан полный обзор результатов, полученных до 1964 г., и большой перечень литературы, включающий ссылки на советских авторов. Спектры турбулентности, полученные советскими, австралийскими и американскими исследователями, обсуждены в [1157, 1476]. Преобладание до настоящего времени спектральных исследований турбулентности и ветра можно объяснить тем, что ветер играет громадную роль в формировании свойств атмосферы. Один из практических аспектов многочисленных исследований турбулентности заключается в улучшении прогнозов. Однако задача прогнозирования состояния атмосферы по своей сути нелинейная, что еще более усложняет дело.

Поскольку изучение турбулентности имеет большое значение не только в метеорологии, много материалов по этим вопросам можно найти в книгах и журналах по механике и физике жидких сред [648]. Мы не собираемся давать их обзор, так как они в своем большинстве не касаются геофизики, и не будем обсуждать результаты изучения и метеорологической турбулентности, так как это потребовало бы глубокого проникновения в суть узко специальных вопросов.

Спектральный анализ стимулировал развитие новых способов сбора данных об атмосфере. Новый и многообещающий способ основан на изучении распространения радиоволн через атмосферу. Показатель преломления радиоволн является функцией температуры, давления и влажности. Энергетические спектры данных преломления приводятся в [1411]. Более того, явления отражения и рассеяния зависят от структуры ветра. Наблюдения за распространением радиоволн обладают высокой разрешенностью и способны информировать о тонкой структуре атмосферы. В [1271]

Примеры использования спектрального анализа
при исследовании наблюдших метеорологических данных
(1953—1973 гг.)

Источник	Задача (изучаемые параметры)	Спектральный анализ
[1109]	Изменение турбулентности с высотой	Спектры кинетической энергии
[1118]	Турбулентность на высоте 100 м	теплового потока и напряженности
[491]	Меридиональный перенос тепла и количества движения	Энергетические спектры, ко-спектры и квадратурные спектры скоростей вертикальных и горизонтальных воздушных потоков
[1121]	Горизонтальный воздушный поток на высоте 91 м	Функции взаимной корреляции
[366]	Лабораторные исследования турбулентности	взаимные энергетические спектры
[554]	Колебания температуры	между меридиональным воздушным потоком, тепловым потоком и количеством движения
[1511]	Меридиональное движение в центральной части тропосферы	Спектры и взаимные спектры скоростных составляющих
[1122]	Западные ветры на различных широтах	Функции корреляции и энергетические волночисловые спектры
[1247]	Воздушные потоки над Северным полушарием	Энергетические спектры
[1468]	Частота скорости горизонтального воздушного потока	Волночисловые спектры кинетической энергии
[148]	Колебания воздушного потока (во времени)	Взаимные спектры зональных индексов
[224]	Крупномасштабная турбулентность	Амплитудные и фазовые волночисловые спектры (вдоль широт) скоростей зональных и меридиональных воздушных потоков
[313]	Поверхностные воздушные потоки	Энергетические спектры
[314]	Вертикальная компонента воздушного потока	Энергия и взаимная энергия (дисперсия и ковариация) скорости ветра
[484]	Поверхностные воздушные потоки	Волночисловые энергетические спектры (воздушного потока) и ко-спектры (меридиональный перенос количества движения, теплового потока и кинетической энергии)
[636]	Крупномасштабная турбулентность	Энергетические спектры, вычисленные по дисперсии скоростей
[1244]	Крупномасштабная турбулентность	Энергетические частотные спектры
		Энергетические спектры, вычисленные по скоростным дисперсиям
		Изолинии кинетической энергии количества движения и теплового потока на плоскости с осями: первое число (по широте) и второе — по высоте
		Волночисловые спектры кинетической энергии, переноса количества движения и передачи энергии между вихревыми и средними движениями

Источник	Задача (изучаемые параметры)	Спектральный анализ
[99]	Анализ характеристик озона	Энергетические спектры нескольких характеристик озона
[399]	Составляющие турбулентных воздушных потоков на высоте 2 м в диапазоне периодов 2—100 с	Пространственные и временные функции корреляции и энергетические спектры
[868]	Климатологическое изучение температуры и осадков	Частотные энергетические спектры
[1211]	Турбулентность на высоте 1 м	Энергетические спектры и ко-спектры воздушного потока и температуры
[362]	Крупномасштабная турбулентность	Частотные энергетические спектры переноса тепла и количества движения
[550]	Атмосферное давление и показатель преломления	Энергетические спектры давления (частотные) и показателя преломления (волночисловые)
[26]	Скорость вертикального воздушного потока вблизи земли	Частотные энергетические спектры
[1119]	Вертикальный воздушный поток вблизи земли	Пространственные и временные энергетические спектры скорости вертикального воздушного потока
[1228]	Крупномасштабная турбулентность в низких широтах	Частотные спектры энергии (дисперсии) зонального и меридионального воздушного потока
[1245]	Взаимопревращения потенциальной и кинетической энергии в полусферическом поле	Амплитудные волночисловые спектры изменений давления и температуры; волночисловые спектры потенциальной энергии вихря
[1293]	Меридиональный воздушный поток	Энергетические спектры кинетической энергии
[79]	Колебания температуры в приземном слое	Частотные энергетические спектры
[80]	Колебания температуры на высотах 100—1500 м	Волночисловые энергетические спектры
[182]	Общая циркуляция	Гармонический анализ по долготе высот поверхностей 500 и 300 мбар; спектры волновой энергии
[183]	Общая циркуляция	Волночисловые спектры потока массы и кинетической энергии через широты
[415]	Турбулентность в приземном сильном воздушном потоке	Частотные и волночисловые энергетические и взаимные энергетические спектры (через корреляционные функции)
[27]	Турбулентный поток массы вблизи земной поверхности	Волночисловые энергетические спектры
[595]	Меридиональная циркуляция	Частотные спектры кинетической энергии
[1330]	Вертикальный воздушный поток	Волночисловые энергетические спектры
[1495, 1496]	Периодичности параметров	Частотные спектры энергии (дисперсии)

Источник	Задача (изучаемые параметры)	Спектральный анализ
[743]	Крупномасштабная турбулентность	Волночисловые по широте энергетические и взаимные энергетические спектры температуры, зонального и меридионального воздушных потоков
[923]	Турбулентность воздушного потока, измеренная с помощью планера	Частотные энергетические спектры долготной и вертикальной турбулентности
[1111]	Турбулентная энергия на глубине 100 м	Энергетические спектры
[1130]	Вертикальная составляющая турбулентного воздушного потока в нейтральных условиях приземного слоя	Дисперсионные (энергетические) спектры
[1213]	Температура, облачность, воздушный поток над Атлантическим океаном	Корреляционные функции и частотные энергетические спектры соответствующих параметров
[1246]	Крупномасштабная турбулентность	Волночисловые по широте спектры кинетической энергии воздушного потока
[1412]	Вертикальный воздушный поток	Волночисловые энергетические спектры
[35]	Скорость горизонтального воздушного потока в приземном слое	Частотные энергетические спектры
[32]	Флуктуации влажности у земной поверхности	Частотные и волночисловые энергетические спектры
[663]	Крупномасштабная турбулентность на поверхностях 300, 500, 700 мбар и 25°, 45°, 65° северной широты	Волночисловые энергетические спектры
[885]	Анализ фотографий облачности, сделанных с искусственных спутников Земли	Двумерные волночисловые энергетические спектры степени фотографической яркости
[940]	Среднемасштабная турбулентность	Частотные энергетические спектры горизонтального воздушного потока
[1009]	Среднее зональное движение атмосферы	Периодограммы, функции автокорреляции, энергетические спектры
[1142]	Акустически-гравитационные волны в атмосфере	Изолинии амплитуды на плоскости период — групповая скорость
[60]	Скорость горизонтального воздушного потока на высоте 6—12 км	Волночисловые энергетические спектры
[1194]	Внезапное потепление стратосферы	Спектральный вид энергетических уравнений
[1294]	Меридиональный воздушный поток на поверхности 500 мбар	Волночисловые (по широте) спектры кинетической энергии
[81]	Колебания температуры, измеренные на башне и с самолета	Волночисловые энергетические спектры

Источник	Задача (изучаемые параметры)	Спектральный анализ
[82]	Турбулентность воздушного потока и температуры до высоты 300 м	Волночисловые энергетические спектры
[36]	Скорость вертикального воздушного потока на высоте 50—2000 м	То же
[143]	Временные и пространственные вариации атмосферного давления	Частотные энергетические спектры
[149]	Вертикальный воздушный поток на различных уровнях	Спектры склопления воздушного потока на отдельных уровнях, взаимные спектры между уровнями
[413]	Стратосферный воздушный поток в тропиках	Периодные энергетические спектры
[19]	Связь микропульсаций атмосферного давления с воздушным потоком	Частотные энергетические спектры
[772]	Геострофический воздушный поток	Функции корреляции и энергетические спектры
[780]	Горизонтальный турбулентный воздушный поток	Волночисловые энергетические спектры
[1037]	Обмен кинетической энергией между зональным потоком и возмущениями	Частотные энергетические спектры функций обмена (возможная область применения двумерного анализа, раздел 3.6.4)
[1248]	Взаимный обмен кинетической энергией между гармоническими составляющими	Волночисловые спектры кинетической энергии воздушного потока
[232]	Долготный воздушный поток	Нормированные логарифмические энергетические спектры
[480]	Пространственное спектральное распределение кинетической энергии над северным полушарием	Представление через сферические гармоники функции течения
[744]	Скорости вертикального воздушного потока, измеренные с помощью звуковых анемометров на башне	Волночисловые энергетические спектры
[768]	Крупномасштабная турбулентность	Функции корреляции и энергетические спектры
[1120]	Среднемасштабная турбулентность	Взаимные спектры между компонентами воздушного потока на различных высотах
[316]	Вертикальная составляющая турбулентного воздушного потока	Частотные энергетические спектры
[365]	Меридиональный перенос углового момента инерции в тропосфере и нижних слоях стратосферы	То же
[778]	Зональные и меридиональные воздушные потоки до высоты 50 км	Волночисловые энергетические спектры

Источник	Задача (изучаемые параметры)	Спектральный анализ
[1069]	Горизонтальный воздушный поток на высоте 90—140 км	То же
[1133]	Флуктуации скорости ветра	Волночисловые спектры
[1195]	Турбулентность в чистом воздухе	Энергетические спектры по длине волны
[1218]	Долгосрочные колебания температуры на западе США	Частотные энергетические спектры (0—6 циклов/год) среднемесячной, максимальной и минимальной температур с 1821 по 1964 г.
[1226]	Энергия горизонтального воздушного потока на высоте 83—97 км	Периодные энергетические спектры (имеющие пики на периодах 24 и 12 ч)
[94]	Структура облачности по данным наблюдений с самолета	Волночисловые энергетические спектры температуры, удельной влажности, скорости воздуха
[158]	Профили воздушного потока по данным шаровых зондов	Частотные энергетические спектры, найденные специальной фильтрацией с помощью усеченных рядов Фурье
[961]	Волны давления от взрывов	Амплитудные спектры в виде изолиний на плоскости с координатами групповая скорость и период
[872]	Вертикальный воздушный поток над сушей и океаном	Волночисловые энергетические спектры
[1196]	Турбулентность чистого воздуха по наблюдениям с самолета	Волночисловые энергетические спектры скорости воздушного потока
[1502]	Турбулентность над поверхностью океана	Энергетические и ко-спектры составляющих воздушного потока
[1522]	Энергия воздушных потоков атмосферы	Разложения в ряд Фурье и спектры кинетической энергии
[187]	Геопотенциал на поверхности 500 мбар	Частотные энергетические спектры
[312]	Турбулентность	Нормированные логарифмические энергоспектры
[506]	Турбулентность воздушного потока, измеренная на метеорологической башне высотой 150 м	Частотные энергетические спектры продольных и поперечных компонентов турбулентности воздушного потока
[515]	Состав облаков по данным измерений с помощью радара	Частотные энергетические спектры отраженной энергии
[676]	Среднемасштабная турбулентность	Волночисловые энергоспектры воздушного потока
[771]	Диффузия в атмосфере	Функции корреляции, энергетические и взаимные спектры составляющих воздушного потока
[947, 1560]	Горизонтальный воздушный поток в тропической и субтропической частях Тихого океана на высоте 0—30 км	Частотные энергетические спектры, функции когерентности, фазы
[1117]	Тепловой поток и напряжение	Нормированные логарифмические ко-спектры

Источник	Задача (изучаемые параметры)	Спектральный анализ
[481]	Глобальная циркуляция	Разложение по сферическим гармоникам поверхностей постоянного давления; квадратурные спектры волн
[486]	Профили вертикального воздушного потока	Волночисловые энергетические спектры воздушного потока
[490]	Связь между срезом вертикального воздушного потока и турбулентностью чистого воздуха	Энергетические спектры
[776]	Диффузия в атмосфере	Функции корреляции, энергетические спектры и ко-спектры компонентов воздушного потока
[1042]	Турбулентность	Частотные энергетические спектры
[1198]	Зональный воздушный поток на высоте 80—110 км (внутренние гравитационные волны)	То же
[1355]	Зональный воздушный поток на высоте 80—110 км (приливы, гравитационные волны)	»
[1490]	Волновые возмущения	Частотные взаимные спектры воздушного потока, температуры, влажности и поверхностного давления
[1505]	Крупномасштабная турбулентность	Кинетическая энергия в волночисловом и частотном пространствах (способы, подобные тем, которые использовал в последних работах С. К. Као и его сотрудницы)
[202]	Периодичности тропических стратосферных воздушных потоков на поверхности 50 мбар	Частотные энергетические спектры зонального и меридионального воздушных потоков (пики соответствуют периодам около 1, 3, 15 сут)
[272]	Сравнение турбулентности воздушных потоков в сельской и городской местностях, измеренных на башнях	Частотные энергетические спектры продольных, поперечных и вертикальных составляющих воздушных потоков
[354]	Структура воздушного потока	Энергетические спектры воздушного потока и влажности
[359, 360]	Содержание озона в Индии	Частотные энергетические спектры
[396]	Сравнение данных о воздушном потоке, полученных с помощью радарного слежения шаров и измерений на башнях	Частотные энергетические спектры скорости воздушного потока и направления
[470]	Скорость выпадения снега по данным оптических измерений	Функции автокорреляции и частотные энергоспектры скорости выпадения снега во время метелей
[687]	Поверхностный воздушный поток над тропическим островом	Частотные энергоспектры скорости воздушного потока и давления в диапазоне 0,02—200 циклов/ч

Источник	Задача (изучаемые параметры)	Спектральный анализ
[741]	Крупномасштабная циркуляция	Волночисловые (по широте) спектры кинетической энергии; обзор спектральных методов в метеорологии
[770]	Временное и пространственное распределение температуры	Волночисловые и частотные и энергетические спектры температуры
[774]	Дисперсия частиц в атмосфере зональными и меридиональными воздушными потоками	Частотные энергетические спектры и ко-спектры зональных и меридиональных воздушных потоков
[775]	Диффузия в атмосфере	Функции корреляции, энергетические спектры и ко-спектры составляющих воздушных потоков
[777]	Меридиональный перенос тепла	Волночисловые и частотные спектры
[779]	Крупномасштабная циркуляция	Волночисловые и частотные спектры воздушного потока, энергетические спектры
[781]	То же	Волночисловые и частотные, частотные и волночисловые спектры меридионального переноса углового момента
[782]	»	Те же способы, что и в [779]
[807]	Давление воздуха и воздушный поток у поверхности земли	Частотные энергетические спектры давления и воздушного потока
[889]	Турбулентность на высоте 100—1000 м по данным измерений с самолета	Волночисловые энергетические спектры температуры и воздушного потока (вертикального, продольного)
[998]	Турбулентное взаимодействие воздуха и поверхности земли	Частотные энергетические спектры и ко-спектры температуры, влажности, компонентов воздушного потока
[999]	Турбулентность над водой	Энергетические спектры и ко-спектры воздушного потока и температуры (нормированные логарифмические)
[1000]	Турбулентные потоки массы, тепла, влаги, измеренные с самолета	Частотные энергетические спектры и ко-спектры
[1067, 1068, 1558, 1559, 1489]	Тропосферные волны в тропической части Тихого океана	Частотные энергетические спектры функции когерентности, изолинии энергии на плоскости с координатами частота и высота
[1325]	Турбулентность в приземном слое	Энергетические спектры и ко-спектры воздушного потока (нормированные логарифмические спектры)
[1336]	Турбулентные воздушные потоки над морем	Энергетические спектры, ко-спектры и квадратурные спектры составляющих скорости воздушного потока (по волновому числу)

Источник	Задача (изучаемые параметры)	Спектральный анализ
[1338]	Давление воздушного потока на ледяной покров	Частотные энергетические спектры, ко-спектры, квадратурные спектры составляющих воздушного потока
[1476]	Кинетическая энергия воздушного потока	Частотные и волночисловые энергетические спектры
[1543]	Крупномасштабная циркуляция	Частотные энергетические спектры и ко-спектры воздушного потока
[164]	Гравитационные волны в нижних слоях стратосферы	Энергетические и взаимные спектры (по длине волны) воздушного потока и температуры
[237]	Зависимость градиента атмосферного потенциала от влажности, температуры, давления, скорости воздушного потока	Частотные энергоспектры, функции когерентности, взаимный энергетический спектр
[442]	Корреляция между температурой и атмосферной циркуляцией	Частотные энергетические спектры среднесуточных температур
[469]	Турбулентность чистого воздуха	Частотные и волночисловые энергетические спектры
[773]	Турбулентность чистого воздуха (тепловой поток, момент) в средних слоях стратосферы	Частотные энергетические и взаимные энергетические спектры
[783]	Меридиональный поток тепла на поверхности 500 мбар в Южном полушарии	Энергетические волночисловые и частотные спектры
[784]	Меридиональный поток углового момента на поверхности 500 мбар в южном полушарии	То же
[930]	Колебания зонального воздушного потока	Спектры и взаимные спектры зонального воздушного потока, температуры и давления
[941]	Структура вертикальных воздушных потоков в тропосфере и стратосфере	Волночисловые энергетические спектры
[962]	Турбулентность воздушного потока на уровне земли для периодов 1—100 с	Зависимость энергии, когерентности, отношения сигнал/помеха от периода
[1102]	Поток влаги в тропосфере	Частотные энергетические спектры скорости воздушного потока, влажности и потока влаги
[1191]	Меридиональная составляющая воздушного потока над Индией	Частотные энергетические спектры
[165]	Турбулентность (воздушного потока, температуры), измеренная с самолета	Энергетические и взаимные энергетические спектры для длин волн от 250 м до 100 км
[286]	Турбулентные воздушные потоки в городе	Волночисловые энергетические спектры воздушного потока (три составляющие)
[531]	Воздушный поток и температура над водной поверхностью	Частотные энергетические спектры

Источник	Задача (изучаемые параметры)	Спектральный анализ
[707]	Атмосферные возмущения над тропической частью Тихого океана	Энергетические частотно-волночисловые спектры давления и воздушного потока
[745]	Флуктуации воздушного потока и температуры в приземном слое	Частотные энергетические и взаимные энергетические спектры
[945]	Турбулентность вблизи земли	Волночисловые энергетические спектры температуры и влажности
[957]	Турбулентный поток массы, тепла и влаги в приземном 2-метровом слое	Ко-спектры, спектральные коэффициенты корреляции (когерентность)
[1337]	Скорость воздушного потока и температура над ледовым покровом	Волночисловые энергетические спектры, ко-спектры и функции когерентности
[1413]	Вертикальный поток тепла и влаги над морем до высоты 200 м	Частотные энергетические и взаимные энергетические спектры
[642]	Кинетическая энергия (составляющие турбулентности U' , V' , W') в планетарном пограничном слое (по данным шар-зондов)	Частотные энергетические и взаимные энергетические спектры составляющих U' , V' , W'

содержится несколько статей по этому вопросу. Спектры наблюдений турбулентности с помощью радара и с самолета совпадают даже в деталях [361]. Методика измерения отраженных волн с помощью радара позволила изучать ветры на высотах 100 км. По измерениям в интервале высот 80—110 км получены энергетические и частотные спектры зонального ветра [1198, 1355].

Конечно, можно предвидеть, что и другие явления, зависящие от строения атмосферы, содержат полезную информацию о турбулентности. Микросейсмы являются результатом взаимодействия атмосферы и поверхности океана или суши, но из-за сложности всей системы, связанной с возникновением и распространением микросейсм, они пока не дают столь детальной информации, как радиоволны.

В то же время отмечается, что для лучшего понимания спектров турбулентности необходимо совершенствовать традиционные методы измерения атмосферных элементов [1125]. Особенно рекомендуется использовать широкополосную измерительную аппаратуру с целью получения спектра в широком диапазоне; кроме того, необходимо, чтобы носители измерительной аппаратуры (самолеты и т. п.) не взаимодействовали с измеряемыми атмосферными элементами.

Еще одна область атмосферных исследований — изучение распространения волн давления (звуковых)

воли), возникающих при взрывах в атмосфере, извержениях вулканов, падениях метеоритов, грома и землетрясениях. Новые данные получены в начале 1960-х годов в результате больших ядерных взрывов в атмосфере. Вопросы распространения волн в атмосфере в принципе аналогичны вопросам распространения упругих волн, рассматриваемым в сейсмологии. Например, амплитудные спектры изображаются в виде изолиний на плоскости с координатами групповая скорость и период [961, 1142], т. е. способом, хорошо известным по исследованиям поверхностных волн в сейсмологии (см. раздел 7.2.2). С помощью этой методики доказано, что в дополнение к звуковому каналу в тропопаузе существует звуковой канал на высоте около 85 км [1142]. Изучение энергетических спектров звука грома [236, 505, 660] показало, что максимумы спектральной плотности на 52 и 96 Гц сохраняются [236]. Вычислены фазовые и амплитудные спектры воли давления, записанные микробарографом от аляскинского землетрясения 1964 г. [979]. Из сравнения теоретических и наблюдаемых баротрасс сделано заключение о том, что волны давления возникли в результате быстрых вертикальных перемещений почвы в эпицентре землетрясения.

Как и в сейсмологии, для изучения когерентности и спектров используются группы микробарографов. Спектральные методы применялись для изучения волн давления метеорологического происхождения, регистрируемых группой микробарографов [641]. По данным наблюдений с помощью группы микробарографов в штате Монтана, США, установлено, что когерентность по направлению распространения волны больше, чем по перпендикулярному направлению [928]. Заинтересованный читатель может найти множество статей по вопросам спектрального изучения распространения звука в атмосфере в научных журналах по акустике.

Для исследования атмосферных волн, особенно тропосферных волновых возмущений в тропической части Тихого океана, использовались спектральные методы. Читателю можно рекомендовать [1489], в которой, кроме первичных данных, их анализа и большого критического обзора, содержится обсуждение возможностей спектральных методов в приложении к подобным данным. В дополнение к обычным энергетическим частотным спектрам компонентов ветра, функциям когерентности и т. п. применяются изображения с помощью изолиний энергии и взаимной энергии в зависимости от частоты и высоты (по аналогии с изображением энергии изолиниями в зависимости от частоты и времени в разделах 1.6 и 7.2.2). Один из примеров показан на рис. 88.

Еще одна задача, для решения которой привлекаются энергетические спектры, касается состава облаков (распределение капель по размерам и удельной влажности, размер градин, температура, скорость воздуха) и выпадения осадков, из-

меряемых вертикально направленными импульсного действия радарными установками, использующими эффект Доплера [162, 198, 515], или с помощью самолетов [94]. В последней работе содержатся ценные сведения о вычислении энергетических спектров по таким наблюдениям. Рекомендуется ознакомиться также с [1225].

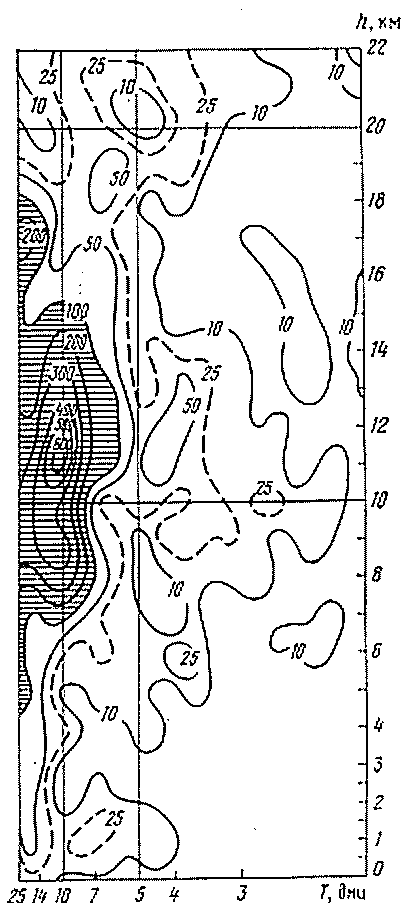


Рис. 88. Распределение энергетической спектральной плотности ($m^2 \cdot c^2 \cdot \text{день}$) меридиональной составляющей ветра в плоскости с координатами высота и частота для района о. Рождества [1558]

Палеоклиматические вариации изучались спектральными методами по данным зависящим от температуры и количества выпадающих осадков [103], а также по результатам изучения годовых колец деревьев [299]. Например, исследованиями установлено, что большинство аномальных отклонений не связано с появлением солнечных пятен. В то же время между геомагнитными данными и появлением солнечных пятен существует тесная связь [1495]. В результате критического разбора многочисленных работ был сделан вывод о том, что доказательство существования 11 и 22-летних циклов, связанных с солнечной активностью, нет. Данными по температуре отмечены уверенные периоды, равные 1,8—2,7; 5,6; 11—50 годам и более. По данным о количестве выпадающих осадков периодичность не установлена [1372, с. 99].

Иногда с помощью спектрального анализа решались и другие метеорологические задачи [94, 359, 360, 868, 1224]. Спектральные методы эффективны не только при обработке наблюдений, но и при опробовании новых приемов сбора данных [1020, 1141]; спектральный анализ использовался и при теоретических разработках [27, 364, 468, 769, 975, 1137, 1150, 1243].

Несомненно, что применение спектральных методов способствовало значительному повышению уровня решения метеорологических задач. Следует учитывать, что в метеорологии с

Тральный анализ выполняется в четырехмерном пространстве, где одной из переменных является время. Недавние усовершенствование и интенсификация наблюдательных систем и появление больших вычислительных машин позволили полностью реализовать потенциальные возможности спектральных методов. В итоге получены многочисленные результаты, опубликованные в современных метеорологических журналах. Например, в одном из номеров ежеквартального журнала Королевского метеорологического общества за 1972 г. помещены четыре большие работы, содержащие спектральные разработки [531, 745, 1131, 1552].

9.2. ОКЕАНОГРАФИЯ

В океанографии имеет большое значение спектральный анализ всех видов колебаний уровня моря. Эти колебания, изменяющиеся во времени, регистрируются специальными приборами, настроенными на различные частотные диапазоны. Различают следующие виды колебаний в порядке возрастания их периода.

1. Поверхностные волны океана от коротких капиллярных или ряби до длиннопериодной зыби.

2. Цунами или вызванные землетрясениями поверхностные волны.

3. Стоячие волны или свободные колебания ограниченных морских бассейнов различных размеров, называемые сейшмами.

4. Приливы—отливы океана.

5. Колебания уровня моря, вызванные различными метеорологическими факторами (особенно атмосферным давлением и ветром) и другими долгопериодными воздействиями.

9.2.1. ВОЛНЫ ПОВЕРХНОСТИ ОКЕАНА

Поверхность океана, т. е. граница раздела между водой и воздухом, представляет собой область взаимодействия двух соприкасающихся полупространств [1063, с. 416—420]. Образование и распространение волн на поверхности океана достаточно хорошо изучены. Спектры этих волн значимо зависят от ударов и продолжительности воздействия ветра, они явились удобным средством изучения процессов возникновения, распространения и затухания волнового движения, а также предсказания волн. Кроме того, спектры служат надежным инструментом проверки значимости теорий путем сравнения наблюдаемых и теоретических спектральных кривых [180, 1023, 1152, 1154, 1313, 1346]. В 1963 г. изданы материалы конференции по спектрам океанических волн, состоявшейся в Истоне, штата Мэриленд, в мае 1961 г. [1474]. В книге представлен полный отчет о спектральных исследованиях волн океана, выполненных до 1961 г. В книге [644], имеющей огромное значение для океанографических исследований, содержатся примеры спектрального изучения практически всех

явлений, составляющих предмет физической океанографии. Детальное описание способов вычисления спектральных характеристик и результатов спектрального изучения поверхностных волн океана дается в работах [811, 1063].

Подробный анализ состояния разработки этих вопросов дан в [1149, 1153]. Движение поверхности океана под воздействием бегущей одиночной гармонической волны можно записать в виде

$$f_A(x, y, t) = A \cos \left[\frac{2\pi}{L} (x \cos \theta + y \sin \theta) - \frac{2\pi}{T} t + \varphi \right], \quad (8)$$

где x, y — горизонтальные координаты на поверхности моря; θ — направление распространения волны, измеряемое от положительного направления оси x ; A — амплитуда; L — длина волны; T — период; φ — фазовый угол.

Поскольку для глубокого океана фазовая скорость $c = gT/2\pi$, где g — ускорение силы тяжести, можно отношение $2\pi/L$ из (8) заменить на ω^2/g . Применяв интеграл Фурье к этому трехмерному случаю [формула (15) из главы 2], можно записать уравнение движения поверхности в следующем виде для случая распространения в сторону полуплоскости с положительными x :

$$f(x, y, t) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} a(\omega, \theta) \cos \left[\frac{\omega^2}{2} (x \cos \theta + y \sin \theta) - \omega t \right] d\omega d\theta + \\ + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} b(\omega, \theta) \sin \left[\frac{\omega^2}{2} (x \cos \theta + y \sin \theta) - \omega t \right] d\omega d\theta. \quad (9)$$

Здесь $a(\omega, \theta)$ и $b(\omega, \theta)$ — коэффициенты Фурье, обозначавшиеся через a_n и b_n в этой книге. В [1149] уравнение (9) использовано при заданных граничных условиях, т. е. когда задана функция $f(0, y, t)$, и в случае конечных волновых углов.

Однако в [1149] отмечается, что представление поверхности океана с помощью интеграла Фурье находит весьма ограниченное применение ввиду крайней нерегулярности волн и невозможности получить необходимый фактический материал для записи достоверного интеграла Фурье. Формула (9) неприменима и для волн мелководья. Поэтому пришлось обратиться к статистическому представлению, описывая движение поверхности океана стационарным трехмерным процессом с нормальным распределением. При статистическом подходе все определяется энергетическим спектром, который характеризует существенные параметры поверхности океана. В [1149] приведено много примеров применения данного подхода, среди которых следует отметить практически важное прогнозирование зыби. Можно использовать также [342, 405, 811, 1237, 1289]. Этот подход окажется наиболее эффективным и в других областях, рассматриваемых в данной главе характеризующихся сложностью и изменчивостью.

Как и в метеорологии, используются энергетические, взаимно энергетические спектры и функции когерентности, а также че

стотные и волночисловые спектры. В общем спектры метеорологической турбулентности и океанических волн несколько похожи друг на друга, что не случайно, а вызвано, вероятно, общностью происхождения. Более того, оба явления следует считать случайными процессами.

При изучении океанических волн важно различать начальную стадию, когда волны растут, и более позднюю стадию развития волн. Начальная стадия представляет собой нестационарный и нелинейный процесс, характеризующийся тесным взаимодействием атмосферы и моря. Пример исследования начальной стадии с демонстрацией развития энергетических спектров волн океана во времени дан в [431]. Стадии развития волн устанавливают и прогнозируют по волновым спектрам. В условиях северной Атлантики прогнозы осуществимы для отрезков времени до 36 ч при наличии детальной информации о ветре [307]. Спектры океанических волн изменяются при переходе к мелководью. Прогнозы спектральных изменений в таких случаях имеют большое практическое значение для портовых сооружений [385]. Спектральными методами изучались не только стадии развития океанических волн, но и их рассеяния [609].

Для вычисления волночисловых спектров требуется одновременная регистрация океанических волн в различных точках, расположенных на определенном расстоянии друг от друга. В результате обработки пространственных наблюдений у побережья Калифорнии сделано предположение о существовании стоячих волн [1344]. Подобные исследования можно использовать для объяснения микросейсм (см. раздел 9.3). Волночисловые спектры приведены также в [1287]. В 1953 г. в северном районе Атлантического океана проведены исследования с целью получения волночисловых спектров поверхностных волн [81], с. 460—472]. В [1487] описываются результаты одновременного измерения волн в семи различных местах. По этим измерениям вычислены только отдельные частотные энергетические спектры, которые исследовались в зависимости от толщины водного слоя и метеословий. Оказалось, что с увеличением мощности водного слоя растет энергия волн и уменьшается частота спектрального максимума. Вычислены также волночисловые энергетические спектры волн поверхности океана по наблюдениям с помощью лазера, установленного на борту самолета [1285].

Среди пространственных характеристик океанических волн важное значение имеет распределение направления и распространения волн. Из (9) получаем следующее выражение для спектральной плотности энергии $E(\omega, \theta)$ в системе координат частота — направление $\delta\omega \delta\theta$ (см. раздел 4.6.2):

$$E(\omega, \theta) \delta\omega \delta\theta = \frac{1}{2} \sum_{\omega}^{\omega+\delta\omega} \sum_{\theta}^{\theta+\delta\theta} [a^2(\omega, \theta) + b^2(\omega, \theta)]. \quad (10)$$

Функция $E(\omega, \theta)$ называется энергетическим спектром направлений [342]. Различные способы изображения таких спектров показаны на рис. 89. В [176, 178] дается способ расчета группы приборов, наблюдения с помощью которых могут использоваться для изучения распределения энергии волны в зависимости от направления движения волны. Основная идея

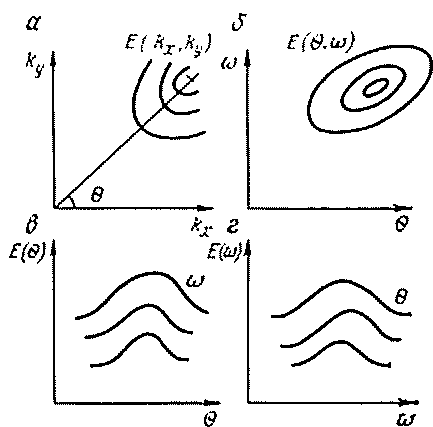


Рис. 89. Различные способы изображения спектров направлений океанических волн.

а, б — [178]; в, г — [494, 912, 1236].
 E — плотность энергии, θ — направление подхода волн

заключается в том, что взаимная энергия всех элементов группы зависит от направления подхода волны, причем характер зависимости будет различным для различных длин волн. Исследована разрешающая способность по направлениям групп из трех датчиков, расположенных по треугольнику, и четырех датчиков, расположенных в виде звезды. Эти принципы справедливы и для групп приборов, регистрирующих сейсмические волны либо радиоволны [81], с. 478—482].

Частотные спектры направлений можно определить по стереофотографиям поверхности моря, по наблюдениям с помощью группы датчиков, по прямым измерениям морских

волн, т. е. измерениям наклона поверхности воды и орбитальной скорости. Спектры направлений можно получить по совместным измерениям двух горизонтальных компонентов — орбитальной скорости и давления [271, 1049, 1322].

Частотные спектры направлений и волночисловые спектры очень схожи, они имеют исключительно простую форму на глубоководье и на мелководье. Преобразования координат в этих двух случаях даны в табл. 49. Сведения по фундаментальным свойствам поверхностных волн можно найти в [859].

Из спектральных параметров наиболее важным является наклон (угловой коэффициент) спектра мощности, как и у спектров турбулентности в метеорологии. Зависимость спектральной плотности энергии волны в воде от частоты для значений ω , вдвое превышающих частоту главного максимума, можно выразить в виде $E(\omega) \approx \omega^\gamma$, где $\gamma \approx -5$. Отклонения от этой закономерности вызванные нелинейными эффектами, исследованы в [532, 810, 1150]. При любых исследованиях возможных связей между волнами океана и атмосферной турбулентностью важно иметь в виду, что для логарифмического спектра волн океана $\gamma \approx -5$, а для атмосферной турбулентности $\gamma \approx -3$. Для волн переходного и

тервала получены два значения углового коэффициента: — 5/3 для малых волновых чисел и —3 для больших волновых чисел, причем предел положен на $kh = 1$, где h — глубина термоклина [283]. Стереофотографические данные для больших волновых чисел подтверждают значение углового коэффициента, равное —3, [477].

Т а б л и ц а 49

Соответствие между частотными спектрами направлений и волночисловыми спектрами амплитуд волн поверхности океана

Случай	ω	θ (от оси x)	k_x	k_y
Глубоководье $L < 2h$	$g^{1/2} (k_x^2 + k_y^2)^{1/4}$	$\arctg \frac{k_y}{k_x}$	$\frac{\omega^2 \cos \theta}{g}$	$\frac{\omega^2 \sin \theta}{g}$
Мелководье $L \approx h$	$[gh (k_x^2 + k_y^2)]^{1/2}$	$\arctg \frac{k_y}{k_x}$	$\frac{\omega \cos \theta}{(gh)^{1/2}}$	$\frac{\omega \sin \theta}{(gh)^{1/2}}$

Примечание. L — длина волны, h — толщина слоя воды, g — ускорение силы тяжести.

На низких частотах тоже должен наблюдаться рост спектральной кривой. В этой связи интересно отметить, что в [1154] приводится следующее аналитическое выражение для энергии разившегося морского волнения [410]:

$$E(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega^5} e^{-\beta g^4/V^4 \omega^4}, \quad (11)$$

где α и β — безразмерные константы; g — ускорение силы тяжести; V — скорость ветра на высоте 19,5 м над поверхностью моря.

Продифференцировав (11), найдем, что ω_{\max} уменьшается с ростом V в полном согласии с наблюдениями:

$$\omega_{\max} V = g(4\beta/5)^{1/4} \text{ для } E(\omega) = \max. \quad (12)$$

Для $\omega \gg 3\omega_{\max}$ показатель степени в (11) $\geq 0,92$, следовательно, для столь больших частот $E(\omega)$ можно аппроксимировать отношением $\alpha g^2/\omega^5$, откуда получаем угловой коэффициент логарифмического спектра, равный —5. Из (11) можно вычислить и другие спектральные параметры. Согласно разделу 3.3.3 любая функция $E(\omega)$ соответствует определенной автокорреляционной функции $C_{11}(\tau)$.

Уравнение (11) можно использовать для изучения стационарности, предполагаемой при спектральном анализе случайных процессов. Уравнение (11) выражает энергетический спектр при наблюдении условий стационарности, особенно при заданном значении скорости ветра V . Но скорость ветра почти всегда изменя-

ется, т. е. $V = V(f)$. Поэтому мы вынуждены предполагать, что отдельные выборки данных, по которым сделаны спектральные оценки, взяты с очень небольшими интервалами времени и вариациями скорости ветра можно пренебречь. Иначе возникнут нестационарные условия. Для любого другого случайного процесса (микросейсм или атмосферной турбулентности) ситуация аналогична. С целью облегчения сравнения различных данных, как и в случае атмосферной турбулентности, спектры воли океана

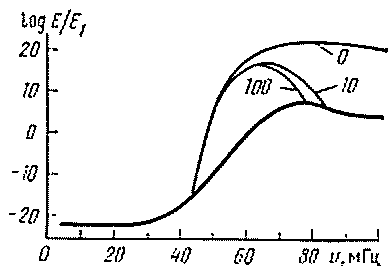


Рис. 90. Типичные энергетические спектры океанических волн, зарегистрированных датчиками давления на расстояниях 0, 10 и 100 градусов от центра шторма, в среднем июльском фон для центральной части Тихого океана. Частота в 50 мГц соответствует периоду в 20 с [1345].

обычно изображают в безразмерных координатах. Часто ордината имеет вид $\ln [E(\omega) g^3/V^3]$, а абсцисса — $\omega V/g$.

Начиная с 1950-х годов различными авторами получены несколько формул типа (11). Полезные обобщения выполнены в [311, 405]. Большинство оценок показателя степени у ω в первом множителе находится между 5 и 6. В [311] доказывается, что в обратном пропорционально силе ударов ветра. Это означает, что с увеличением силы ударов экспоненциальный множитель будет приближаться к 1 и станет постоянным. Можно использовать также [41, 42, 43, 431, 1364].

Использование спектральных методов для изучения океанических волн ускорило развитие более эффективных способов их наблюдения и регистрации. Аппаратурные разработки описаны в [181, 967, 1465, 1474]. Для изучения спектров в более высокочастотном диапазоне перспективными являются наблюдения вертикальных ускорений морской поверхности [530]. Для выяснения механизма взаимодействия моря и атмосферы [430] в дополнение к наблюдениям с (неподвижных) погодных кораблей широко используются измерения, выполняемые с океанических платформ или башен в открытом море, а также и результаты лабораторных исследований [858]. Получены новые сведения о спектральных исследованиях волн, записанных на льдинах [683, 890].

Обнаружено, что океаническая зыбь распространяется практически по всем океанам мира от любого заданного источника, например от циклона. Исследование океанической зыби с помощью регистрирующих станций по профилю, пересекающему Тихий океан от Новой Зеландии до Аляски, описано в [1345]. Для записи океанических волн использовались датчики давления, а для получения спектров отсчеты приводились к поверхности. Сред

ненные схематизированные энергетические спектры для акватории Тихого океана показаны на рис. 90.

Результаты изучения волн океана использовались для разработки методики спектрального анализа, для прогнозирования волн при проведении морских исследований, конструирования кораблей и портов, борьбы с эрозией береговой полосы и т. п. К сожалению, в результатах наблюдений морских волн наблюдается большой разброс. Это объясняется тем, что на высоту волны оказывают влияние многочисленные факторы: скорость и продолжительность воздействия ветра, сила удара, атмосферная турбулентность и др. Новейший способ прогнозирования океанических волн предложен в [495]. Сравнение прогнозных и наблюдаемых частотных спектров и спектров направлений дало хорошие результаты.

9.2.2. ЦУНАМИ

В работе [1032] приводятся энергетические и взаимные энергетические спектры волн поверхности океана, включая цунами, для диапазона периодов от 20 с до 3 ч. Это промежуточный диапазон между приливно-отливными и более короткопериодными волнами. В работе всесторонне рассмотрены приемы спектрального анализа записей океанических волн, источники погрешностей и необходимые поправки. Спектры вычислялись Фурье-преобразованием корреляционных функций. Близкий промежуточный диапазон периодов — от $1/2$ мин до 12 ч исследован в [1028]. Этот диапазон представляет собой относительный минимум в спектре волнового движения поверхности океана, находясь между зыбью и приливно-отливными волнами. Он периодически заполняется различными явлениями, среди которых присутствуют цунами. Этот спектральный минимум до некоторой степени аналогичен провалу спектра, наблюдаемому у метеорологической турбулентности, причем центр его располагается почти на тех же периодах. Возможно, что существует генетическая связь между этими двумя спектральными минимумами.

Детальный анализ цунами имеет большое практическое значение как источник сведений повышенной надежности, которые можно использовать для предупреждения цунами. Перечислим факторы, влияющие на наблюдаемые цунами, в частности, на их спектральный состав.

1. Параметры источника: глубина очага (вероятно, цунами образуются только с неглубокими очагами землетрясения), магнитуда (землетрясения с большей магнитудой возбуждают колебания с более низкими частотами), наличие или отсутствие симметрии в источнике (в дополнение к механизму очага этот фактор подвержен влиянию топографии дна океана вблизи эпицентра землетрясения).

2. Параметры пути пробега: избирательное поглощение, подчеркивающее низкие частоты с расстоянием.

3. Параметры приемника: размеры и форма водного тела в точке наблюдения, определяющие резонансный эффект (возникновение сейшей), который подчеркивает одни частоты и ослабит другие.

4. Наложение посторонних флуктуаций уровня моря: волновые движения поверхности океана (до некоторой степени соответствующие микросейсам на сейсмической записи), приливы — отливы океана (прилив усилит действие цунами, отлив предотвратит его).

Наблюденный спектр цунами отражает воздействие некоторой последовательности факторов, что аналогично сейсмическому сигналу (см. главы 7 и 8). Кратко рассмотрим упомянутые выше факторы.

Параметры источника. Выведенные на основании измерений преобладающих периодов цунами T (в минутах) зависимости $\log T$ от M удивительным образом напоминают зависимости (см. раздел 8.3.3) [615], что свидетельствует о приблизительно постоянном соотношении периодов цунами и сейсмических волн. В литературе, особенно в японской, содержится много сведений по этому вопросу [612—614, 616, 1387—1389].

Цунами очень схожи с океаническими волнами, возникающими при подводных извержениях вулканов, хотя эти волны редко имеют заметные амплитуды на удаленных станциях. Например, в результате извержения вулкана Кракатау в Зондском проливе в 1883 г. возникли океанические волны, зарегистрированные во многих местах вокруг Тихого океана и даже в проливе Ламанш (после того, как они обогнули Африку), а также опоясавшие Землю атмосферные волны. Подземные ядерные взрывы большой мощности тоже могут вызывать резонансные колебания в близлежащих водных бассейнах [1101].

Параметры приемника. Многочисленные наблюдения подтверждают, что цунами, приближаясь к заливам и побережьям, возбуждают сейши, которые доминируют на записях. Ситуация полностью аналогична той, которая возникает при регистрации сейсмических волн сейсмографом, когда на запись большое влияние оказывает частотная характеристика прибора. Спектр цунами можно описать обычным уравнением фильтрации

$$G_{st}(\omega) = F_t(\omega) H_s(\omega), \quad (13)$$

где $G_{st}(\omega)$ — наблюдаемый спектр цунами t на станции s ; $F_t(\omega)$ — истинный спектр цунами, не подверженный влиянию местных условий залива; $H_s(\omega)$ — передаточная функция залива, так называемый портовый фильтр (см. раздел 6.1.2).

На основе уравнения (13) возможны различные операции для определения $F_t(\omega)$ либо в абсолютном, либо в относительном ис-

мерении. Осреднив несколько различных цунами с различными спектрами, получим

$$\frac{1}{N_t} \sum_{t=1}^{N_t} G_{st}(\omega) = H_s(\omega) \frac{1}{N_t} \sum_{t=1}^{N_t} F_t(\omega) \approx H_s(\omega). \quad (14)$$

Найдя $H_s(\omega)$ указанным способом либо независимыми наблюдениями или теоретическими вычислениями, очень просто получить $F_t(\omega)$ из отношения $G_{st}(\omega)/H_s(\omega)$. Функция $F_1(\omega)$ является спектром цунами, не подверженным влиянию местных условий в точке приема [612]. Взяв отношение между спектрами различных цунами на одной и той же станции, получим [613—615, 1389]

$$G_{s1}(\omega)/G_{s2}(\omega) = F_{1'}(\omega)/F_{2'}(\omega). \quad (15)$$

Есть много примеров, свидетельствующих о том, что одно и то же цунами дает различные спектры в различных гаванях (в зависимости от местных условий возникновения сейшей) и

в то же время различные цунами дают одинаковый спектр в одной гавани [104, 1028, 1387]. По результатам спектрального анализа записей цунами чилийского землетрясения в мае 1960 г., совпавшего с приливом, определены доминирующие периоды в 60—80 мин на севере Японии и в 40—50 мин в юго-западной ее части [613]. Отмечено подобие спектров различных цунами на одной и той же станции вплоть до одинаковой формы спектральных пиков. Усиливающее воздействие заливов подтверждено как наблюдениями, так и теоретическими выкладками [1100], причем для отдельных частот увеличение спектральной плотности энергии достигает 10^3 (рис. 91).

По спектрам цунами не всегда можно безошибочно определить наличие местного резонанса [643, 913]. Например, вызванные цунами краевые волны были опознаны по записям цунами от больших землетрясений на Курильских островах в 1958 и 1963 годах [1051].

Анализ записей цунами. Кроме упомянутых способов анализа, предложены и опробованы некоторые другие способы. Поскольку наблюдения цунами на побережье в большей или меньшей степени подвержены влиянию местных условий приема, желательно располагать наблюдениями, выполненными в открытом море, которые

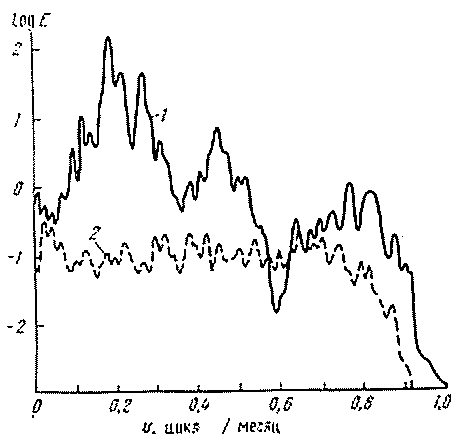


Рис. 91. Энергетические спектры колебаний уровня воды в заливе глубиной 7,6 м (1) и в открытом океане глубиной 165 м (2) [1100]

позволяют более уверенно коррелировать параметры цунами с модами источника землетрясения [214]. Для лучшего выделения воздействия источника (и пути пробега) необходима фильтрация береговых наблюдений. Наблюденный спектр состоит из непрерывного спектра океанических волн с наложенными пиками, соответствующими цунами и сейшам на месте наблюдения. Подробный обзор способов вычисления спектров по записям цунами на Гавайских островах содержится в [913]. Путем специальной полосовой фильтрации записей волн удалось выделить цунами, вызванные афтершоками алеутского землетрясения 9 марта 1957 г. [1234]. Отражения цунами от береговой линии создают помехи [913].

В отличие от обычных поверхностных волн океана начальная часть цунами имеет импульсный характер. В результате обработки записей цунами от чилийского землетрясения 22 мая 1960 г. обнаружено, что цунами преобладало над фоном в течение недели, что его энергия затухала по закону $E = E_0 e^{-at}$, где $a^{-1} \approx 1/2$ дня в диапазоне частот 1—20 циклов/ч и что полная энергия цунами составила приблизительно $3 \cdot 10^{23}$ эргов (это равно 20% полной энергии сейсмических волн данного землетрясения с магнитудой $M = 8,3$) [990]. Близкое значение постоянной затухания было получено и для приливных волн [1033].

9.2.3. СЕЙШИ И ПРИЛИВНО-ОТЛИВНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ОКЕАНА

В литературе имеется много примеров использования гармонического анализа при изучении сейшей в озерах и заливах, например, Фурье-анализ сейшей озера Феттер, расположенного в южной части Швеции [231]. При обработке записей сейшей в Новой Зеландии применялась более совершенная методика, включающая вычисление функций автокорреляции, энергетических спектров и периодограмм [1514]. На взаимных энергетических спектрах записей уровня моря аргентинскими станциями в диапазоне периодов между приливно-отливными движениями и зыбью отмечаются соответствующие сейшам пики на периоде около 1 ч и непрерывный спектр, монотонно убывающий с увеличением частоты [695]. На энергетических спектрах уровня воды озера Эри отмечаются пики на периодах 14, 9, 6 и 4 ч, соответствующие долготным свободным колебаниям, и менее выраженные пики на периодах 24 и 12 ч, соответствующие приливному воздействию [1160]. На энергетических спектрах записей сейшей в Японии отмечаются длиннопериодные пики, вызванные тайфунами, циклоническими вихрями и цунами [615]. Позднее по данным о сейшах вычислялись амплитудные спектры с помощью БПФ [694]. На этих спектрах также наблюдаются четкие пики, соответствующие сейшам.

Приливно-отливные движения океана в течение многих лет изучались с помощью гармонического анализа. Эти исследования проводились с целью прогнозирования прилив-

вов и отливов в гаванях. Прогнозирование оказалось очень успешным, вероятно, из-за регулярности событий, лежащих в основе этого явления. Осложнения возникают, главным образом, на мелководье. При исследовании приливно-отливных движений в Анкоридже на Аляске на 114 составляющих удалось значительно улучшить прогнозы по сравнению с прогнозами, базирующимися на меньшем количестве составляющих [1580].

При изучении приливно-отливных движений применяется также и спектральный анализ. Например, по энергетическим спектрам и функциям когерентности между одновременными записями приливов в океане в нескольких точках показано преобладание суточных, полусуточных и годовых колебаний уровня моря [1551]. Кривые энергетических спектров выстраиваются в сторону высоких частот от частоты приливно-отливных движений (около 1—3 циклов/сут) и резко поднимаются в сторону низких частот [1029]. Приложение спектрального анализа к изучению приливно-отливных движений дано в [1574].

Для предсказания приливно-отливных движений океана предложена новая методика, согласно которой реакция океана вычисляется для ряда входных функций, зависящих от силы тяжести и радиального потока у земной поверхности. Остаточная запись, т. е. разность между наблюдением и реакцией, объясняется нерегулярными колебаниями, вызванными ветром, изменениями атмосферного давления, конфигурацией береговой линии и т. п. Эта методика является более удовлетворительной с физической и теоретической точек зрения, несмотря на то, что достигнуто весьма незначительное улучшение прогнозов. Эта методика опробована на записях волн в Гонолулу и в Ньюлине (Англия) [1030, 1583].

Для улучшения прогноза приливно-отливных движений в эстуарии реки Темзы остаточные после вычитания 60 гармонических составляющих записи были подвергнуты Фурье-анализу и энергетическому спектральному анализу (см. раздел 4.2.4) [1231]. Такая же методика использовалась при обработке 53 точек на японском побережье, в результате чего вычислены энергетические спектры разностей между наблюдаемыми и рассчитанными по 30 гармоническим составляющим приливно-отливными движениями (рис. 92). Пик спектра разности на 2 циклах/сут прослежен по всем станциям, а на станциях, расположенных в заливах или во внутренних морях, появляются дополнительные высокочастотные пики, вызванные местными эффектами, наложившимися на астрономические приливы [699]. Энергетические спектры разностей между наблюдаемыми и предсказанными приливно-отливными явлениями использовались также для сравнения различных схем прогноза [1581]. Спектры разностей ценны тем, что выражают зависимость разностей от частоты. Эта методика применима для проверки любого предсказания, полученного спектральным анализом, например, предсказания поверхностных волн океана.

Аналогичные методики анализа разработаны для данных по Адриатическому морю [1021, 1022]. Поскольку в этом случае у приливно-отливных колебаний и сейшей периоды могут быть близки, то для разделения этих двух явлений необходимо применить полосовую фильтрацию. Для предсказания приливно-отливных явлений разработана также методика, основанная на

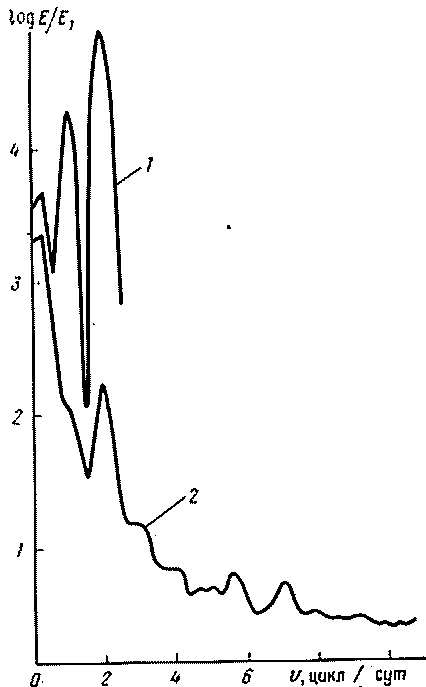


Рис. 92. Энергетические спектры приливов (1) и разностей (2) для района Кочи в Японии [699]

использовании передаточных функций [1079]. Предложены новые методики, базирующиеся на вычислении гравитационного приливного потенциала по высокоточным данным [343].

Сравнение спектров приливно-отливных движений и течений, зарегистрированных донными установками на глубине 3,9 км у берегов Калифорнии, показало, что океанические течения в этом месте вызываются в основном приливно-отливными колебаниями [1084]. Наблюдения в глубоком океане предоставляют уникальную возможность для изучения спектров океанических приливов, свободных от береговых аномалий и нелинейных эффектов, вызываемых мелководьем [1080, 1083]. Та же донная установка была

использована для одновременных наблюдений за приливами водной и твердой оболочек Земли; результаты исследований

9.2.4. ДЛИННОПЕРИОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ УРОВНЯ МОРЯ

Связь между волнами на поверхности океана, колебаниями уровня моря и метеорологическими параметрами (атмосферным давлением и ветром) изучалась с помощью энергетических спектров, взаимных энергетических спектров и функций когерентности [1559, 1548]. При исследовании такого рода очень важно сделать правильный выбор сравниваемых параметров; например, волны в некоторой точке могут быть в большей степени подвержены влиянию со стороны погодных условий, нежели в удален-

ных точках. Этот принцип справедлив при любых сравнениях, особенно при изучении микросейсм, когда они связываются с океанографическими и метеорологическим условиями. При интерпретации спектров, взаимных спектров, функций когерентности и сдвига фаз между уровнями моря в различных точках ввиду воздействия многих факторов требуется проявлять осторожность [161, 582, 911, 1001, 1043, 1044]. Примеры спектральных исследований крупномасштабных колебаний уровня моря даны в [557], где для центральной части Тихого океана получен период колебаний уровня моря, равный почти четырем суткам, что объяснялось воздействием ветра и волн, а также в [1298, 560], где не получено достаточно убедительных результатов. С помощью энергетических спектров среднемесячных уровней моря в полосе частот 0,0125—6,0 циклов/год (или в диапазоне периодов от 80 лет до 2 месяцев) выделены так называемые полюсные приливы с периодом в 14 месяцев, почти сравнимые по интенсивности с уровнем шумов [625]. Длиннопериодные колебания уровня моря и их происхождение рассмотрены в [450].

На длиннопериодные колебания уровня моря оказывают влияние изменения атмосферного давления, ветер, системы течений и шельфовые волны. Реакция уровня моря на изменения атмосферного давления обычно выражается через зависящий от частоты барометрический фактор $H_{zp}(\omega)$, представляющий собой передаточную функцию системы давление — уровень воды (см. раздел 6.1.2). Умножив на $P^*(\omega)$ уравнение фильтрации, связывающее давление $P(\omega)$ и вызванные давлением колебания уровня моря $Z(\omega)$, т. е. $P(\omega) H_{zp}(\omega) = Z(\omega)$, получим соотношение между спектральными плотностями энергии:

$$E_p(\omega) H_{zp}(\omega) = E_{zp}(\omega), \quad (16)$$

где $E_p(\omega)$ — энергетический спектр входной функции (атмосферного давления); $E_{zp}(\omega)$ — взаимный энергетический спектр уровня моря и барометрического давления [583, 1045, 1219].

Полагая правую часть уравнения равной $E_{zp}(\omega)$, а не $E_z(\omega)$, мы ограничиваемся колебаниями уровня моря, вызванными только давлением. Уравнение (16) можно разделить на действительную и мнимую части [583].

Колебания уровня моря, вызванные изменениями барометрического давления (1,0 см/мбар), наблюдались часто. Для условий западного побережья Северной Америки показана [1212] высокая когерентность между колебаниями уровня моря и атмосферным давлением во всем исследованном частотном диапазоне от нуля до 6 циклов/год. Максимальные значения энергетических спектров наблюдаются на низких частотах. Проведено сравнение результатов теоретических и экспериментальных исследований нескольких случаев отклонения установленных ранее зависимостей в области континентального шельфа [1043, 1044]. Колебания уровня моря вблизи Австралии связывают с системой океанических

течений [584]. Определяющее значение системы океанических течений подтверждено работой [1554].

Амплитуды волн континентального шельфа составляют несколько сантиметров, длины волн — тысячи километров и периоды — несколько суток. Для обнаружения этих волн на записях уровня моря применяются спектральные методы с обязательным использованием тщательно подобранной фильтрации [1014, 1045]. Существует предположение, что волны континентального шельфа и атмосферного давления могут складываться. Кажущееся аномальным влияние атмосферного давления на уровень моря по наблюдениям на австралийских береговых станциях было объяснено воздействием волн континентального шельфа [583, 1028].

9.2.5. СПЕКТРАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДРУГИХ ОКЕАНОГРАФИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Турбулентность. Как в спектральном анализе метеорологических данных доминируют исследования турбулентности, так в спектральном анализе океанографических данных преобладают исследования всех видов колебаний уровня моря. Без сомнения, турбулентность существует и в океанах, но отсутствие достаточно полных данных сдерживает более широкое применение спектральных методов для изучения этого явления. Обзор исследований океанической турбулентности спектральными методами дан в [269]. В качестве примеров можно привести вычисление автокорреляционных и взаимных корреляционных функций, а также энергетических волночисловых спектров составляющих скорости турбулентности, измеренной вблизи дна моря [270], и энергетических спектров по измерениям температуры и скорости в океане [1125, 1365, 1523]. В последних работах, а также в [1542] подчеркивается важность совместного изучения турбулентности в океане и в атмосфере. Изучалась структура ветра в непосредственной близости от поверхности океана [1335, 1336]. Результаты изображались в виде энергетических и взаимных энергетических спектров различных составляющих ветра. Одна из трудностей заключается в четком разделении эффектов, связанных с волнами и турбулентностью; известно только, что волны доминируют на малых волновых числах, а турбулентность — на больших. Возможен взаимный переход энергии между этими двумя явлениями. Когда явления сосуществуют, может случиться, что измерения энергии, хотя бы частично, будут отнесены не к тому явлению.

При измерении величин в трехмерном пространстве и времени обнаружено, что океаническая турбулентность совершенно аналогична атмосферной турбулентности; методика измерений, естественно, может различаться. В качестве примера крупномасштабных исследований такого типа можно привести работу [278] в которой приводятся энергетические спектры течений и темпера-

туры на различных глубинах в тропической Атлантике. Диффузия красящего вещества, выпускаемого в океан, явилась хорошим средством изучения турбулентности и циркуляции в океане. По этим измерениям вычислялись энергетические волночисловые спектры [692].

Течения. Весьма эффективен спектральный анализ измерений скоростей водных течений в океанах и озерах. Например, частотный анализ энергии и взаимной энергии измерений течений в озере Мичиган [935]. Скорости горизонтальных течений в океане исследовались в [58]. В [1484] описана спектральная обработка наблюдений за вертикальными течениями.

Кривая спектральной плотности кинетической энергии (период менее 10 ч между приливо-отливными колебаниями и поверхностными волнами океана) имеет угловой коэффициент, равный $-\frac{5}{3}$, т. е. такой же, как у спектральных кривых атмосферной турбулентности в разделе 9.1.3 (заметим, что это — угловой коэффициент кривой энергетического спектра, а в случае амплитудного спектра он равен $-\frac{5}{6}$). Эта величина углового коэффициента получена для измерений течений в океане [1499], для составляющих течений на различных глубинах в Балтийском море [830] и для измерений в эстуарии [331].

По результатам энергетического частотного анализа давления, температуры и течений на глубинах около 2300 м в северной части Атлантического океана найдено, что движение воды на глубине совершается в основном под воздействием внутренних волн [1162]. Читателю рекомендуется ознакомиться также с работами [397, 766, 970, 1282, 1550]. В работе [917] приводятся энергетические и взаимные энергетические спектры, функции когерентности, фаз давления и скорости жидкости вблизи дна океана, которые наиболее информативны при изучении пограничного с дном слоя.

Температура. Опубликовано большое количество спектральных анализов температуры океана. Если обозначить температуру через $\bar{T} = \bar{T}(t, h)$, где t — время, а h — глубина, то можно выделить следующие частные случаи.

1. $\bar{T} = \bar{T}(t, 0)$, т. е. колебания температуры поверхности моря во времени. По результатам вычисления энергетических спектров температуры поверхности моря и низкочастотных колебаний уровня моря вдоль западного побережья США обнаружен всего один значимый пик, связанный с годовыми вариациями [1214, 1218, 1219]. Температуры на поверхности Восточно-Китайского моря анализировались спектральными методами с целью выяснения влияния адвекции и диффузии различных водных масс и других факторов [1019]. Выше было отмечено (см. раздел 9.1.1), что предсказания метеорологических явлений, базирующиеся на гармоническом анализе, оказались безуспешными. Для прогнозирования более надежными представляются спектральные

оценки. Результаты спектральной обработки данных о температуре поверхности моря и ветрах использовались для составления прогнозов [1151].

2. $\bar{T} = \bar{T}(t, h_0)$, т. е. колебания температуры во времени на различных заданных глубинах h_0 . Вычислены энергетические спектры колебаний температуры до глубины 300 м в северной Атлантике для диапазона частот 0,05 цикла/ч — 43 цикла/мин [630]. Найдено, что на фоне общего уменьшения энергии с ростом частоты (различного в разных интервалах частот) отмечаются пики, свидетельствующие о притоке энергии. Подобное явление наблюдалось и при обработке метеорологических данных [1232]. Согласно [580, 630] спектральные пики совпадают с полусуточными приливами, причем в работе [630] диапазон глубин равен 120—180 м. Результаты сходных исследований колебаний температуры показали, что при наличии полусуточных внутренних волн наблюдается уменьшение спектральной плотности энергии с ростом частоты (до периодов около 3,6 с), причем общий наклон близок к $-5/3$, а при отсутствии внутренних волн форма спектра совершенно иная [629]. Несомненно, что внутренние волны представляют собой источник турбулентной энергии. В результате изучения внутренних волн путем вычисления частотных энергетических спектров температуры, плотности и циркуляции получены значения периодов, заключенные преимущественно в интервале 1—10 мин [658].

На энергетических спектрах температуры вблизи океанического дна в Тихом океане присутствуют пики приливов, на аналогичных спектрах для Северной Атлантики такие пики не наблюдаются [284, 285]. В [284] разработаны способы подавления эффектов наложения частот при дискретизации и определения истинной частоты каждого пика. По всей вероятности, во временных рядах температуры глубокого океана доминируют полусуточные или годовые вариации. При палеоклиматических исследованиях применяются разложение в ряды Фурье температур Атлантического океана, определенных по ядрам глубоководных осадков для последних 300 000 лет и прокоррелированных с астрономическими данными [1467].

3. $\bar{T} = \bar{T}(t_0, h)$, т. е. изменение температуры с глубиной в заданные моменты времени t_0 . Спектральными методами изучалось изменение во времени вертикальных распределений температуры в море [317, 1217]. Спектральному анализу подвергались записи изменений с глубиной солёности и температуры [1220]. Для ознакомления рекомендуются также работы [882, 1215, 1221]. В работе [882] рассматриваются приемы анализа временных рядов с разрежением. Для изучения турбулентности и стратификации в океане использовались вертикальные волночисловые энергетические спектры температуры и солёности [693]. Получены значительные различия между горизонтальными волно-

числовыми энергетическими спектрами температуры на поверхности океана и на небольшой глубине [1969].

4. $\bar{T} = \bar{T}_0(t, h)$, т. е. зависимость от глубины и времени для изотермической поверхности T_0 . Спектры изменений высоты изотермы приводятся в [4111]. Такие же наблюдения, изображаемые в виде частотных энергетических спектров, использовались в [1575] для изучения внутренних волн в океане около Калифорнии. На основе интерпретации пиков в спектрах замеров глубин изотермы 20° в северной части Тихого океана доказано существование вихревых потоков размером около 200 км, т. е. промежуточных между обычной турбулентностью и планетарной циркуляцией [1553]. В результате спектрального анализа измерений температуры вблизи Калифорнийского побережья найдено, что для периодов, превышающих 2 ч, вертикальные колебания термоклина возникают под воздействием ветров и приливов—отливов [318] (термоклин — это горизонтальный слой, в котором происходит быстрый переход от теплой воды к холодной воде ниже этого слоя). Читателю рекомендуется ознакомиться также с [1549].

Распространение звука в океане. Это так называемые T -фазы, которые изучались спектральными методами. В [1475] содержится обзор этих вопросов, а приложения теории фильтрации к задаче распространения звука в океане рассмотрены в книге [1423]. Читатель может найти много сведений по спектральному анализу звуковых волн, распространяющихся в океане и в атмосфере, в специальных журналах.

На графиках зависимости частоты от времени T -фазы выглядят в виде «елки» [1074], что свидетельствует о значительной дисперсии, а «ствол» соответствует началу фазы Эйри. Постоянство определенных полос частот на акустических записях подводных вулканических извержений объясняется интерференцией в водном слое [734], откуда следует, что в данном случае может оказаться эффективным вычисление спектров второго порядка (см. раздел 3.6.3).

Результаты спектрального анализа морских записей T -фаз от взрывов и одного землетрясения приводятся в работе [992]. Путем сравнения энергетических спектров T -фаз, наблюдаемых на арктической (Тромсе) и экваториальной (Тринидад) станциях, было выяснено, что на экваториальной станции преобладают более низкие частоты [197]. Различие объясняется большими глубинами океана (почти в 1,36 раза) на тринидадской станции. Более того, было обнаружено четкое различие в спектрах T -фаз и микросейсм, что указывает на возможность успешного применения частотной фильтрации. При изучении распространения звука в озерах удалось с помощью спектральных методов распознавать различные отражения, например от береговых линий и т. п. [435]. Спектры звука в воде и в воздухе связаны с типом вулка-

нической активности [1199]. На базе спектров давления в диапазоне частот от 1 Гц до 100 кГц детально рассмотрены характеристики фонового шума в океане и его происхождение [1506].

9.3. МИКРОСЕЙСМОЛОГИЯ

Изучение микросейсм, т. е. постоянного движения почвы, находится на стыке метеорологии, океанографии и сейсмологии. Конечно, микросейсм касаются, в первую очередь, сейсмологов, но когда требуется объяснить их происхождение, следует обращаться к метео- и океанографическим условиям. Естественно, что микросейсм представляют собой случайный процесс, напоминающий атмосферную турбулентность и волны на поверхности океана. Поэтому способы и результаты спектральных исследований всех трех явлений тесно связаны между собой.

По микросейсмам имеется огромная литература, накопившаяся примерно за сто лет, но как и в других областях науки, спектральные методы начали применяться всего лишь лет двадцать тому назад. Краткий обзор спектральных исследований микросейсм приведен в табл. 50.

Главная задача изучения микросейсм заключается в установлении их происхождения. Какой бы теории ни придерживаться, в основе всегда будет находиться сравнение спектральных параметров как самих микросейсм, так и их источников и путей распространения. Следует особо подчеркнуть, что спектральный анализ является мощным средством распознавания микросейсм различного происхождения. Другая проблема заключается в распознавании видов волн, составляющих микросейсмическое движение.

Обе задачи решаются в частотно-зависимой форме, что еще больше подчеркивает важность спектральных методов в микросейсмологии. Поэтому излагать материал наиболее удобно в зависимости от преобладающих периодов волновых движений, как это было сделано в разделе 9.2.

9.3.1. КОРОТКОПЕРИОДНЫЕ МИКРОСЕЙСМЫ ($T \leq 2с$)

Спектральные исследования короткопериодных микросейсм в диапазоне 0,5—5 Гц очень важны, поскольку такие микросейсм маскируют короткопериодные Р-волны от удаленных землетрясений.

Аналогичные проблемы возникают в сейсмической разведке при изучении земной коры, но здесь используются и анализируются более высокие частоты [37, 52]. С этих точек зрения изучались форма микросейсм [17], их частотные характеристики [838], природа источников микросейсм [1206, 1249], их географическое

распределение [844] и зависимость от глубины [1393]. Авторы последней работы обнаружили уменьшение сигнала и помехи с глубиной в пределах нескольких сотен метров; благодаря значительно большему ослаблению помехи отношение сигнал/помеха на глубине возрастает. По амплитудным спектрам волн Р и S от местных землетрясений и помех японские исследователи установили, что отношение сигнал/помеха возрастает в 3—4 раза для высоких частот (2—10 Гц) на глубинах 100—200 м и мягких породах (песок, глина, ил) [654, 655, 1383]. Аналогичные результаты получены по подземным записям микроземлетрясений (см. раздел 8.1.6).

Короткопериодные микросейсм (диапазон частот 0,2—100 Гц) изучались во множестве мест Северной Америки с изображением результатов в виде спектров вертикальной составляющей скорости движения частиц среды [519]. Сделан вывод о том, что микросейсм возникают вблизи поверхности и состоят преимущественно из поверхностных волн Релеевского типа. Это согласуется с выводами некоторых сейсмологов относительно короткопериодных микросейсм. В то же время есть примеры, когда по записям вариаций амплитуды микросейсм с глубиной в полосе частот 8—33 Гц делается вывод о том, что главную часть изученных микросейсм составляют местные объемные волны [191]. В [455—457] на основании амплитудных и энергетических спектров низкочастотных (0,2—5 Гц) микросейсм, наблюдаемых на поверхности и в глубоких скважинах в различных геологических условиях, сделан вывод о том, что микросейсм возбуждаются основной и второй гармониками волны Релея и что уменьшение энергии с глубиной зависит от частоты, скорости ветра и типа почвы. Энергетические спектры помех от проходящих поездов, относящихся к волнам Релея, занимают диапазон частот 1,5—6 Гц и имеют пики между 2 и 5 Гц [1249].

Амплитудные спектры помех в частотном диапазоне 2—15 Гц, наблюдаемых на дне Черного моря, имеют почти такой же уровень, как на соседнем материке, если глубины моря превышают 1500 м, для более мелких глубин уровень спектральных амплитуд помех растет [65]. В [34] сообщается о случае, когда уровень шумов на дне Тихого океана на глубине 0,6—6 км выше уровня шумов на суше (Алеутские острова) в частотном диапазоне 1—10 Гц.

Сейсмический шум на дне океана в диапазоне периодов 0,5—10 с изучался с помощью спектрографов [993]. Линейчатая структура фона помех (квазистационарных) объясняется многократными внутренними отражениями плоских волн в слоистой среде, ограниченной снизу поверхностью Мохоровичича (см. раздел 7.1.4), а окружающий (переходный) шум приписывается движению и растрескиванию льда [994].

Обзор спектральных исследований микросейсм

Источник	Диапазон периодов, с	Место наблюдения	Вид спектра	Тип волны	Примечание
[423, 407]	1—12	На поверхности	Амплитудный	—	Подтверждение теории Лонге—Хингиса [910]
[109]	0,07—1	То же	Автокорреляционный	Релея и	Устойчивый минимум на периоде 1 с
[56]	0,1—10	»	Амплитудный	Лява	Измерения тремя станциями
[107]	0,005—1	»	Энергетический	То же	—
[786]	0,1—2	Под землей	Амплитудный	—	—
[1279]	5—13	На поверхности	» амплитудный	»	Амплитуда изменяется пропорционально v^2 для $v > 2$ Гц
[523]	0,03—2	То же	Вертикальной амплитуды	»	—
[621]	2—170	»	Энергетический	»	Преимущественно шум
[1301]	0,08—0,5	На поверхности и в скважине	»	»	Улучшено движение
[409]	0,3—1	На поверхности	»	»	Подтверждение теории Лонге—Хингиса [910]
[443]	3—20	То же	»	—	То же
[519]	0,01—5	»	Вертикальной скорости частиц	Релея	—
[624]	3—30	»	То же	»	—
[1039]	7—9, 14—18	»	Энергетический переменный во времени	»	Акустический спектрограф
[1171]	1—10	На дне океана	Вертикальной амплитуды	—	Отношение сигнал/помеха для объемов воды сравнимо со станциями на суше (см. рис. 94)
[275]	0,1—8	На дне океана и на суше	Энергетический	—	—
[105]	0,2—6	Глубокая скважина	Амплитудный	Релея	—

[993]	0,5—10	Под мелководным слоем воды, покрытой льдом	Давления, спектро- граммы	Внутренние от- ражения	—	Механическая деятель- ность, связанная с ледовым покровом
[994]	0,0001—2	На дне океана, покрытого льдом	Амплитуды давления	—	—	На дне океана отношение сигнала/помеха несомненно меньше, чем на суше
[1280]	0,2—10	На дне океана	Энергетический	—	—	На дне океана отношение сигнала/помеха равно или меньше, чем на суше
[1281]	0,1—10	То же	»	—	—	Акустический спектрограф непрерывного действия
[117]	0,2—2	На поверхности	Энергетический пере- менный во времени	Релея и Лява	—	Энергия шума на дне океана на 1—5 порядков магнитуды выше, чем на суше
[1488]	0,3—3, 5—50	То же	Энергетический	—	—	Распознавание источника
[276]	0,1—10	На дне океана	Энергетический	—	—	Ветровые помехи
[427]	3,3—20	На поверхности	* Энергетический, взаим- ный энергетический	—	—	Помехи на дне приблизи- тельно равны помехам на суше
[622]	2—200	То же	Энергетический	—	—	Исследована связь с ветром
[1206]	0,2—10	* На поверхности	Амплитудный	—	—	Инструментальные разра- ботки
[165]	0,07—0,5	На дне океана	»	—	—	Резкий максимум вблизи 2 Гц
[185]	3—13	На поверхности	*	—	—	Большое отношение сигнал/ помеха на глубине
[227]	0,1—3 10—100	То же	* Энергетический	Поверхностные волны (короткие периоды)	—	Обзорная статья
[645]	3—40	* Шахта	Энергетический	Релея и Лява	—	Связь с микропрограммами
[686]	0,4—5	На дне океана	* Амплитудный, энерге- тический	—	—	
[838]	0,3—1	На поверхности и в глубокой скважине	Амплитудный	—	—	
[876]	1,5—30	На дне океана	Энергетический	Релея	—	
[1393]	0,03—1	На поверхности	»	—	—	
[1394]	0,1—1	На дне океана	»	—	—	
[134]	0,1—1	На поверхности	»	—	—	
[449]	3—20	На поверхности	Энергетический	—	—	

Источник	Диапазон периодов, с	Место наблюдения	Вид спектра	Тип волны	Примечание
[458]	0,3—6	Глубокая скважина и на поверхности	Амплитудный, энергетический, фазовый, когерентности	Релея и объемные	Преобладание объемных волн на более коротких периодах
[839]	0,3—1	Шахта	Энергетический, амплитудный	—	Применение оптимальной винеровской фильтрации
[877]	1—10	Дно океана	Энергии давления	Релея	Эффект интерференции и береговой эффект
[1266]	2—10	На поверхности	Амплитудный, фазовый	*	Изучение дисперсии фазовой скорости при исследовании верхней коры
[15, 16, 18]	0,5—2, 4—6	То же	—	Объемные, Релея и Лава	—
[654, 655, 1383]	0,06—6	Мелкие скважины	Амплитудный	—	—
[875]	5—10	Дно океана	Энергетический	Релея	Подтверждение теории Лонге—Хингиса [910]
[1249]	0,2—0,7	На поверхности (аллювий)	Энергии скорости частиц	*	Микросейсм., возбуждаемые посздами
[86]	5—11	На поверхности (группа)	Энергетический	Релея и Лава	—
[334]	20—40	На поверхности (группа)	Волночисловой, энергетический	Релея (основная гармоника) и некогерентный шум	—
[412]	2—(100)	На поверхности	Энергетический	—	Первичные и вторичные микросейсм
[436]	0,1—10	Глубокая скважина	Энергетический и взаимный энергетический	Релея и Лава	Вертикальная группа
[603]	2—25	На поверхности (группа)	Волночисловой, энергетический	Релея и Лава и объемные	—

[1933]	4—10	На поверхности, дно океана	Амплитудный вертикальный составляющей	Релея	На периодах 5-4—7,0 с микросейсма на дне океана в 6—10 раз сильнее
[277]	0,2—50	В толще воды, на дне океана	Энергетический	Трубные колебания воды	Первичные и вторичные микросейсмы
[823, 824]	3—25	На поверхности	*	—	В основном частотно-волновое представление
[305]	0,2—8	На поверхности (группа)	Амплитудный	—	—
[31]	0,1—5	Дно океана (мелководье)	Энергетический	Релея и др.	Энергия изображалась изолиниями на периодозмучительных диаграммах
[350]	2—60	На поверхности	—	—	Исследован наибольший диапазон периодов; наиболее спокойное место наблюдения
[513]	0,1—2560	Шахта (глубинной 130 м)	Амплитудный, энергетический	—	Увеличенный шум в диапазоне 1—3 Гц над геотермальным резервуаром
[545]	0,05—5	На поверхности	Энергетический	—	Поверхностные волны (3—7 с), объемные (1—2 с, короткопериодные микросейсмы возбуждаются также мамами морскими бассейнами)
[705]	1—7	На поверхности (группа)	*	Поверхностные и объемные	Характерный для всего земного шара спектральный минимум на периоде 30—40 с
[844]	1,2—5	На поверхности	*	—	Четкий спектральный минимум на периоде 30—40 с
[1038]	10—130	То же	*	—	Общий признак — наличие минимума на периодах 30—40 с
[1268]	15—130	Глубокая шахта и на поверхности	3-компонентный амплитудный	—	—
[1269]	10—140	На поверхности	Амплитудный, энергетический	—	—
[1492]	3—9	То же	Амплитудный	Релея	—
[1515]	5—200	*	Энергетический	—	Кварцевый акселерометр; спектральный минимум на периоде 30 с, максимумы — на периодах 18 и 9 с

9.3.2. СРЕДНЕПЕРИОДНЫЕ И ДЛИННОПЕРИОДНЫЕ МИКРОСЕЙСМЫ ($T > 2c$)

Примечательной особенностью спектров в этом диапазоне является наличие двух отчетливых максимумов. Микросейсмные волны океана, иногда называют первичными микросейсмами, в отличие от вторичных микросейсм,

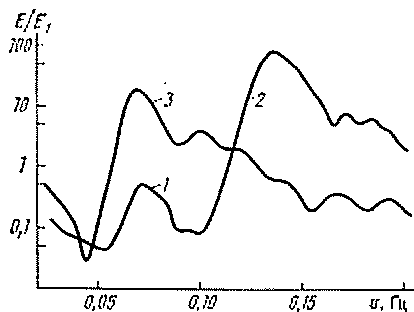


Рис. 93. Сравнение энергетических спектров первичных (1) и вторичных (2) микросейсм со спектром морских волн (3) [645]

которые имеют вдвое меньший период (рис. 93). Двугорбые спектры привлекли большое внимание [415, 622, 624, 645, 823, 824, 1099]. Согласно некоторым наблюдениям эти два максимума происходят практически из одного и того же места (хотя могут быть различны мнения относительно самого места), но остается неясным механизм их возникновения. Можно предположить следующие варианты: а) оба максимума объясняются береговыми эффектами (прибоями) основной и второй гармониками; б) более низкочастотный максимум (совпадающий с максимумом, отвечающим поверхностным волнам океана) может вызываться прибоем, а более высокочастотный максимум — стоячими колебаниями воды, в соответствии с теорией происхождения микросейсм Лонге—Хиггинса [910].

Существует почти единое мнение относительно того, что первичные микросейсм генерируются мелководьем, а вторичные — мелководьем или глубоководьем. Отношение энергетических спектров [645] равно приблизительно 180, а согласно [624] это отношение равно приблизительно 100.

По спектрам микросейсм в Кью и одновременным записям волн океана на побережье Корнуолла найдено, что преобладающие периоды относятся как 1 : 2 [423]. Рекомендуется ознакомиться также с [407, 408, 443]. Это подтверждено теорией Лонге—Хиггинса, согласно которой микросейсм возникают от давления на морское дно, создаваемого стоячими морскими волнами. Теория прибрежного происхождения микросейсм подтверждена также исследованиями связей между микросейсмами и поверхностными волнами океана, проведенными в районе Тихого океана [1345]. Но и в этом случае авторы испытывают затруднения при определении участка возникновения микросейсм. Они считают, что микросейсм могут быть связаны с волнением на вале в зоне действия шторма или вблизи станции. Используя детали

наблюдения и спектральный анализ, вероятно, можно было бы распознать различные районы источников микросейсм. С помощью энергетических спектров микросейсм в полосе частот 0,05—0,5 Гц (см. рис. 93), наблюдаемых в Великобритании, и волн океана найдено хорошее подтверждение теории Лонге—Хиггинса и показано, что микросейсмы состоят из волн Релея и Лява [645].

Исследования микросейсм продвинулись вперед благодаря совместному использованию нескольких способов регистрации. Кроме обычных записей на станциях в последнее время находят применение донные установки и поверхностные группы приемников.

Донные записи. В [1281] сообщается о результатах изучения сейсмических записей, полученных в различных местах на дне Тихого океана (максимальные глубины около 6 км). Обнаружено, что сигналы и помехи на дне океана больше, чем на суше. В результате отношение сигнал/помеха на дне океана в общем меньше, чем на суше. Этот вывод основан на оценках энергетических спектров и функций когерентности. Сходные результаты получены для глубин 1,2 км вблизи Калифорнийского побережья [1280]. В то же время в нескольких глубоководных точках в Атлантическом и Северном Ледовитом океанах получены значения отношений сигнал/помеха, близкие к значениям отношений на суше [1171]. На дне Тихого океана найден значительно больший шум, чем на суше; это указывает на то, что значительная часть микросейсмической энергии генерируется в море (рис. 94) [275, 875]. В последней работе подтверждается теория Лонге—Хиггинса о происхождении микросейсм, а также показано, что наблюдаемые микросейсмы представлены основной гармоникой релеевских волн, распространяющейся от моря к суше (Калифорния). Эти наблюдения микросейсм сопоставлены с рассчитанными теоретически [92].

Подтверждение теории Лонге—Хиггинса получено и в результате вычисления спектров микросейсм по записям донными сейсмометрами, установленными на глубинах до 5 км в Тихом океане на участке, грубо совпадающем с участком [1345], на котором изучалась зыбь [276]. По записям около Бермудских островов на глубине 4,3 км найдено, что среднепериодные микросейсмы (изображенные в виде энергетических спектров) на этой глубине имеют намного большие амплитуды (из-за различного характера слонстости), чем на самих Бермудских островах, но сходные периоды и похожий характер изменения во времени [876]. Эти микросейсмы представляли собой основную гармонику волн Релея, возникшую в результате отражения океанических волн от острова (в согласии с теорией Лонге—Хиггинса). На дне океана отношение сигнал/помеха оказалось больше, по меньшей мере для высокочастотных сигналов от вест-индийских землетрясений.

Групповые записи. Групповые станции дали важный материал, касающийся волнового состава микросейсм. По записям на LASA

в штате Монтана, США [857], получены следующие результаты, которые можно считать типичными для внутренних районов континентов:

Частота, Гц	Волновой состав
0,3	Р-волны от удаленных источников в океане
0,2—0,3	Высшие гармоники волны Релея и Р-волны
0,15	Основные гармоники волны Релея и Лява

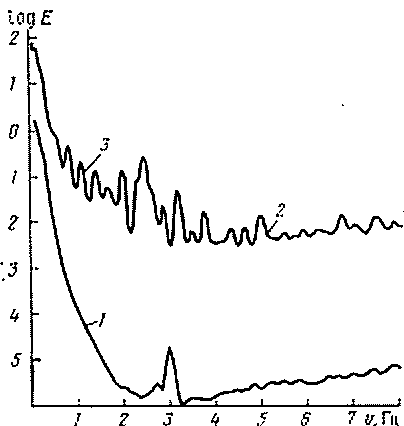
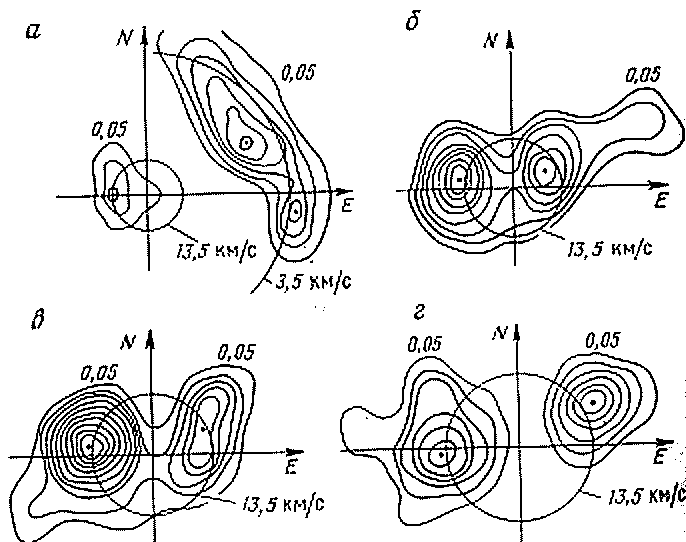


Рис. 94. Энергетические спектры вертикальной составляющей сейсмического фона на суше (1), на дне океана (2) в районе Гавайских островов [276] и стоячих колебаний в водном слое (3)

Рис. 95. Двумерные энергетические волночисловые спектры микросейсм по данным наблюдений на LASA 2 декабря 1965 г. [857].

$a - \nu = 0,3$ Гц; $b - \nu = 0,4$ Гц; $в - \nu = 0,5$ Гц; $г - \nu = 0,6$ Гц



В работе [857] описываются данные в виде спектральной плотности энергии $E(k_x, k_y, \omega)$ как функции двумерного волнового числа (k_x, k_y) и частоты (ω) . Плотность энергии изображается изолиниями на плоскости с осями k_x и k_y , один график для каждой частоты ω (рис. 95). Вектор, проведенный на таком графике из начала координат к любой точке, дает и направление под-

волны, и скорость. В случае объемных волн по наблюдаемой скорости можно приблизительно определить расстояния. Однако, как замечено в разделе 2.5.5, следует воздерживаться от определений скорости по таким графикам. Тот же способ представления данных был использован при изучении микросейсм с помощью норвежской группы NOR SAR [306] и двух групп в СССР [1478]. В результате обработки данных LASA [623] получены зависимости, согласующиеся с [857]; кроме того, в первой работе содержится хорошее описание приложений спектральных способов к записям микросейсм с помощью групп станций.

В одном из последующих анализов записей микросейсм на LASA [705] кроме обычных микросейсм, состоящих из поверхностных волн с периодами 3—7 с, обнаружены микросейсм, представленные объемными волнами с периодами около 1,2 с местного происхождения. Детальное сравнение спектральных характеристик помех, наблюдаемых на поверхности и на глубине, выполнено в [458].

По записям вертикальной составляющей на LASA исследован диапазон частот 0,05—0,025 Гц (периоды 20—40 с) с помощью методики, предложенной в [334]. Показано, что помеха состоит частично из основной гармоники волн Релея, возбуждаемой прибоем, и частично из некогерентного волнового движения, вызываемого местными колебаниями атмосферного давления. В случае поверхностных волн графики функций от волнового числа часто имеют дугообразную форму. Это понятно, поскольку волновое число $k = \omega/c$ постоянно при постоянной ω (для заданной частоты ω по соответствующей дисперсионной кривой получается некоторое значение фазовой скорости c). Отсюда сумма $k_x^2 + k_y^2$ равна постоянной величине, т. е. получаем уравнение окружности.

Аналогичное исследование микросейсм по данным обычной сети станций выполнено в Канаде [350]. В этом случае энергия и когерентность изображались изолиниями на плоскости с координатами период и азимут. Этот способ эквивалентен изображению $E(\omega, \theta)$ для волн океана (см. рис. 89, б). Показано, что главный источник микросейсм располагается в прибрежной части, а сами микросейсм в диапазоне периодов 4—7 с состоят в основном из волн Релея и частично из Р-волн.

Сравнение спектральных характеристик микробарографных и микросейсмических записей в диапазоне периодов 3—20 с [449] показало, что оба явления имеют один и тот же источник, но микробарографные записи отражают атмосферные воздействия на пути распространения.

9.3.3. ФОРМА СПЕКТРОВ

На спектры микросейсм оказывают влияние следующие факторы.

1. Параметры источника: периоды волн океана (согласно теории Лонге—Хиггинса), интенсивность источника (с ростом интенсивности возрастают периоды).

2. Параметры пути пробега: избирательное поглощение, слоистость (включая распространение с многократным отражением) рекомендуется сравнить с гипотезой, предложенной в [1175].

3. Параметры приемника: местоположение (на дневной поверхности или под землей), слоистость верхней части разреза (которая может усилить вследствие резонанса одни периоды и подавить другие).

Эти факторы аналогичны факторам для цунами или для любого вида сейсмических волн. В общем случае все эти параметры оказывают влияние на спектральные характеристики, хотя в зависимости от типа изучаемых волн может изменяться относительная роль перечисленных факторов.

В работе [513] приводится широкополосный спектр микросейсм, построенный по прямым наблюдениям и охватывающий наибольший диапазон периодов (рис. 96). Наряду с общим возрастанием амплитуд с увеличением периода этому спектру свойственны следующие признаки: короткопериодный максимум местного шума *A*, два максимума, соответствующие первичным и вторичным микросейсам *C* и *B* и четко выраженный минимум приблизительно на периоде в 40 с *D*. Из сравнения спектра сигнала от землетрясения магнитудой $M = 7$ со спектром микросейсм видно, что условия приема могут оказаться неблагоприятными в окрестности максимума *B*

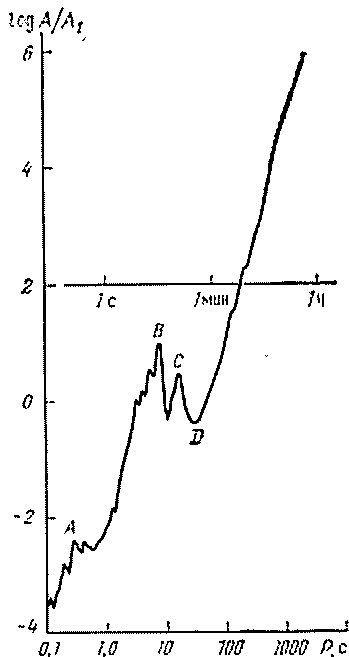


Рис. 96. Спектральная плотность амплитуды горизонтальной составляющей микросейсм [513]

но очень благоприятными около минимума *D*. Имеются два характерных признака у микросейсмического спектра: общий наклон и наложенные максимумы, разделенные минимумами не имеющими физического смысла.

Опыт показывает, что с увеличением периодов амплитуды микросейсм тоже растут (см. раздел 1.2.3). Эта закономерность подтверждается и спектральным анализом. Интересно, что такая зависимость характерна для нескольких геофизических явлений (табл. 51), в том числе и для геомагнитных данных (см. главу 10). Учитывая дифференциальное поглощение, следует ожидать, что наклон спектральных кривых будет зависеть от расстояния. Наблюдения в общем подтверждают этот вывод, хотя желательно было иметь более детальное спектральное исследование таких явлений.

Как следует из глав 7 и 8, спектры сейсмических волн могут содержать последовательность максимумов и минимумов, образующуюся в результате действия источника типа динамической дислокации, распространяющейся с конечной скоростью, или вследствие реверберации. Кроме того, минимумы в спектрах могут возникать случайно, как промежуток между двумя волнами от раз-

Таблица 51

Связь между энергией и частотой $E(\omega) \approx \omega^{\gamma}$

Явление	γ	Ссылка на раздел
Метеорологическая турбулентность	-3, -5/3	9.1.3
Волны поверхности океана	-5	9.2.1
Океанические течения	-5/3	9.2.5
Температуры океана	-5/3	9.2.5
Микросейсмы:		
выше 2 Гц	-4	9.3.3
ниже 2 Гц	-8	
Фоновый шум моря	-2 до -2,7	9.2.5
Геомagnetизм	-2 до -2,3	10.1.1

личных источников. Примеры спектров с двумя пиками и более можно найти среди спектров океанических волн (см. раздел 9.2). Приведем примеры спектров микросейсм, имеющих минимумы.

1. Между короткопериодным местным шумом (период около 0,5 с) и более длиннопериодными микросейсмами от удаленных источников (период 5—6 с). На рисунке из [458] такой минимум выражен очень четко. То же самое демонстрируется в работе [56].

2. Между первичными и вторичными микросейсмами, периоды которых равны соответственно периоду поверхностных волн океана и половине его (см. рис. 93).

3. На расширенных спектрах появляется четкий минимум на периоде в 30—40 с (см. рис. 96), входящий в промежуток между микросейсмами, вызванными зыбью (периоды менее 30 с), и микросейсмами, порождаемыми процессами в атмосфере и волнами-кодами землетрясений (периоды более 40 с). Более подробные данные об этом минимуме приведены в [1268, 1269, 1515]. В результате сопоставления данных по нескольким станциям, расположенным в различных частях земного шара, получены доказательства повсеместного существования этого минимума [1038]. Этот микросейсмический минимум является хорошим интервалом для наблюдений поверхностных и длиннопериодных объемных волн от слабых землетрясений и может, следовательно, использоваться для распознавания взрывов и землетрясений.

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ И ЗЕМНОГО МАГНЕТИЗМА

Сила тяжести и геомагнетизм тесно связаны между собой, так как они имеют производные величины, называемые потенциалами. Благодаря схожести этих двух потенциальных полей очень удобно спектральные методы различать не по виду исследуемого поля, а по типу используемой независимой переменной — частоте или волновому числу. Спектральные исследования силы тяжести и земного магнетизма представляют собой еще одно приложение общих принципов с учетом специфики предмета изучения. В работе [714] обращено внимание на подобие и различие подходов к решению сейсмических и гравиметрических задач. Что касается техники вычислений, то эти задачи имеют много общего, особенно в частотной и волночисловой областях.

Ограничимся рассмотрением спектральных методов; детальное обсуждение существа задач, решаемых гравиметрией и магнитометрией, читатель может найти в специальной литературе [949]. Не будем касаться также ионосферных исследований и электромагнитных спектров, хотя частично изучение геомагнитных полей прямо связано с ними.

10.1. АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Существуют два способа вычисления энергетических спектров с целью поиска периодов магнитных (или других геофизических) данных.

1. Вычисление энергетического спектра заданного временного ряда и проверка максимумов на статистическую значимость.

2. Вычисление взаимных энергетических спектров между заданным временным рядом и последовательностью синусоид с известными амплитудами, частотами и фазами, и проверка максимумов результирующих взаимных энергетических спектров. В вычислительном отношении второй способ более громоздкий, зато его можно с успехом использовать для поиска априорных периодов [1085].

10.1.1. ГЕОМАГНИТНЫЕ ЧАСТОТНЫЕ СПЕКТРЫ

Среди геофизических спектров спектр вариаций геомагнитного поля отличается уникальной шириной, простираясь от частоты 10^4 Гц [632] приблизительно до 10^{-11} Гц, т. е. почти на 50 порядков.

Последняя частота соответствует периоду в несколько тысяч лет и найдена по палеомагнитным данным [1566]. Считается, что она обусловлена, в первую очередь, дрейфом геомагнитного полюса в западном направлении. Для сравнения напомним, что колебания уровня моря занимают диапазон частот приблизительно от 10^{-1} до 10^{-11} Гц (см раздел 1.7).

Т а б л и ц а 52

Длиннопериодные вариации, найденные спектральными методами

Ссылка	Период		
	годы	месяцы	дни
[1494, 1495]	11	6	27, 14, 9, 7, 5,5, 4,5
[477]	—	6	13,5
[402]	1	6	—
[346]	—	—	27
[476, 478]	—	—	27 + гармоники
[235]	1	6	—
[626]	—	—	27, 13, 9, 6

Анализ временных геомагнитных рядов известен уже много лет [356], но энергетические спектры начали применять всего лишь в последние десять—пятнадцать лет. При обзоре результатов спектральных исследований рассмотрим длиннопериодные (периоды равны суткам и более) и короткопериодные (периоды менее одних суток) вариации.

Длиннопериодные вариации. Периоды геомагнитных вариаций, найденные преимущественно спектральным анализом, сведены в табл. 52, к которой необходимо дать следующие пояснения (рис. 97). Выделяются период в 27 сут и его высшие гармоники (14; 9; 7; 5,5; 4,5 сут). В работе [402] содержится несколько полезных замечаний о способах вычисления энергетических спектров магнитных элементов.

В работе [626] для вариаций геомагнитной активности получены периоды в 27 сут и его гармоники, а в [1363] обращается внимание на то, что космические лучи также имеют периоды в 27 сут. Высказывается гипотеза о том, что выявленная периодичность связана с солнечным и межпланетным магнитными полями, но механизм их воздействия остается невыясненным. Одно из возможных объяснений—соответствующие изменения в скорости воздушных потоков приводят к динамо-эффекту в ионосфере.

Геомагнитная активность хорошо коррелируется с пятнами на Солнце, чего нельзя сказать о метеорологических переменных. Большой интерес представляло бы, вероятно, применение спектрального анализа. Однако кажется сомнительной связь земных

явлений с конкретным видом солнечной активности — солнечными пятнами. По результатам изучения энергетических спектров среднемесячных значений солнечных и геомагнитных данных сделано предположение [345] о том, что солнечный ветер имеет более тесную связь с вариациями геомагнитного поля, нежели число солнечных пятен. Для солнечных и магнитных вариаций

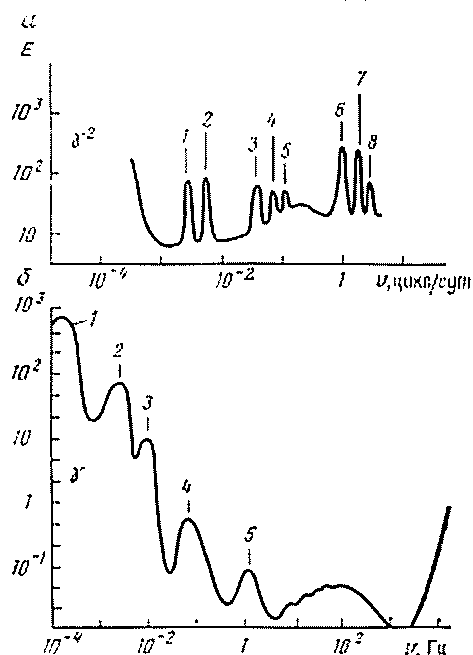


Рис. 97. Частотные спектры геомагнитного поля.

α — периоды энергетических спектров горизонтальной составляющей [174]: 1 — 1 год, 2 — 6 месяцев, 3 — 27 сут, 4 — 13,5 сут, 5 — 9 сут, 6 — 1 сут, 7 — 12 ч, 8 — 8 ч; β — периоды спектров геомагнитных пульсаций [321]: 1 — 0,5—5 ч, 2 — 150—600 с, 3 — 45—150 с, 4 — 5—15 с, 5 — 0,2—5 с

найден период в 27 сут [346], но магнитные вариации обладают большими амплитудами. По-видимому, лунное влияние незначительно [1192, 1295], в то же время в [245] приводятся сведения о лунных и солнечных вариациях магнитного склонения в диапазоне частот 0—4,5 цикла/сут. При анализе этих вариаций энергетические спектры вычислялись с помощью автокорреляционной функции и способом быстрого преобразования Фурье. Причиной лунных и солнечных геомагнитных вариаций считаются приливо-отливные движения в атмосфере. Геомагнитные лунные и солнечные суточные вариации в том же частотном диапазоне изучались с помощью гармонического и спектрального анализов [566], причем получено частично согласие. В результате гармонического анализа амплитуды получились меньше, чем при спектральном анализе, но пиковые значения частот совпали. Эта работа представляет ценность и в методическом отношении. В работах [403, 404] утверждается, что вариации магнитного поля с периодами менее 4 лет вызываются внешними причинами, а вариации с периодами более 4 лет — внутренними причинами (влияние ядра). Для диапазонов периодов 4—40 лет существует следующая зависимость энергетического спектра магнитного поля $E_0(\omega)$, наблюдаемого на поверхности, от энергетического спектра $E_c(\omega)$ на границе ядро—мантия через энергетическую передаточную функцию мантии $|H_1(\omega)|$

$$E_0(\omega) = |H_1(\omega)|^2 E_c(\omega).$$

Эта зависимость использовалась для оценок проводимости нижней мантии.

Что касается магнитных полей внешнего происхождения, то внешние источники, возбуждая в земле электрические токи, создают магнитное поле, зависящее от проводимости внутренних

Т а б л и ц а 53

Короткопериодные вариации (геомагнитные микропульсации), найденные спектральными методами

Ссылка	Период	
	минуты	секунды
[632]	—	0,0001—0,1
[1250]	—	0,2—200
[321, 322]	—	0,2—600
[44]	—	0,3—1
[832, 735]	—	10—200
[1185]	—	10—100
[1251]	6—	—
[860]	~10—30	—
[234]	20—120	—

частей Земли. И в этом случае имеет место уравнение фильтрации, аналогичное (1) [1290]:

$$E_i(\omega) = |H_2(\omega)|^2 E_e(\omega), \quad (2)$$

где $E_i(\omega)$ — выход (магнитная энергия внутреннего происхождения, но вызываемая внешними факторами); $E_e(\omega)$ — вход (магнитная энергия внешнего происхождения); $|H_2(\omega)|^2$ — передаточная функция энергии, зависящая от проводимости внутри Земли. Последняя величина может быть вычислена по двум другим и путем сравнения с теоретическими моделями позволит судить о внутреннем строении Земли [174, 833].

Короткопериодные вариации. Сводка спектральных исследований в короткопериодном диапазоне дана в табл. 53. В [1378] указывается на то, что наблюдатель, движущийся по отношению к Солнцу, будет фиксировать при гармоническом анализе геомагнитной бури сдвиг частот вследствие эффекта Доплера. Эта помеха выражается на энерго-частотных спектрах в виде ряби на фоне общего уменьшения энергии в частотном диапазоне 0,005—5 Гц (диапазон периодов 200—0,2 с). С помощью устранения тренда и спектрального анализа второго порядка можно было бы выделить шум еще лучше. Общее уменьшение энергии 6—7 дБ/октаву с ростом частоты подтверждается в [417, 640, 1290]. Это наблюдается в пределах широкого диапазона периодов — от 0,0001—

0,1 с [632] до 3,7—33 лет [404]. Это явление красного шума напоминает наклоны метеорологических и океанографических спектральных кривых (см. раздел 9.3.3).

К этому же диапазону периодов принадлежат и геомагнитные пульсации, т. е. нерегулярные переходные процессы длительностью в несколько минут в виде затухающих колебаний (наблюдаются преимущественно в ночное время) и более регулярные колебания типа бнений (наблюдаются преимущественно в дневное время). Результаты исследований спектральных амплитудных и фазовых характеристик пульсаций переходного типа приводятся в работах [444, 1183—1185, 1367, 1370, 1371].

Спектральный анализ, как правило, выполняется лишь в пределах длительности импульса. Осредненную форму импульса во временном представлении получают чаще всего путем осреднения спектров по частоте и последующего обратного преобразования осредненного спектра, а не прямым осреднением во временной области. Вследствие нестационарного характера геомагнитных пульсаций их развитие ярче всего проявляется через спектры, зависящие от времени. Такие спектры пульсаций обоих типов получались с помощью узкополосной фильтрации магнитных записей и изображались на графиках с координатами период и время в виде изолиний интенсивности пульсаций [790]. Детальные исследования геомагнитных пульсаций с привлечением энергетических спектров описаны в [479].

Береговой эффект в геомагнитных вариациях с периодами менее 10—15 мин возникает из-за разной проводимости поверхностных слоев на суше и в океане, а с периодами более 30 мин — из-за различий в проводимости верхней мантии [860]. С помощью энергетических спектров геомагнитных элементов для периодов 6 мин и более была сделана попытка найти связь с аномалиями теплового потока [1251]. Аномально низкие Z-компоненты в районе Муулд-Бей в Канаде объяснены наличием проводящего слоя вблизи подошвы земной коры [1512]. Аналогичные наблюдения и столкновения выполнены для некоторых районов Шотландии [1103].

10.1.2. СПЕКТРЫ ПРИЛИВНЫХ ДВИЖЕНИЙ

Земные приливы образуют особый вид гравитационных эффектов; они, подобно океаническим, в течение многих лет были предметом гармонического анализа [972]. Сравнение различных способов гармонического анализа приливов показывает, что они дают хорошую сходимость и различаются только в вычислительном процессе. Характерно, что в этой области простые вычислительные схемы гармонического анализа применялись дольше всего, хотя первые попытки использования спектрального анализа относятся к 1962 г. [730]. Более того, анализ ограничен временными рядами, наблюдаемыми в отдельных точках, а более совершенные

методики (вычисление энергетических и взаимных энергетических спектров) [972] для обработки данных по земным приливам не использовались. Одно из объяснений сложившейся ситуации состоит в том, что гармонический анализ приливных явлений оказался весьма эффективным даже при прогнозировании. Приливно-отливные движения твердой оболочки Земли представляют со-

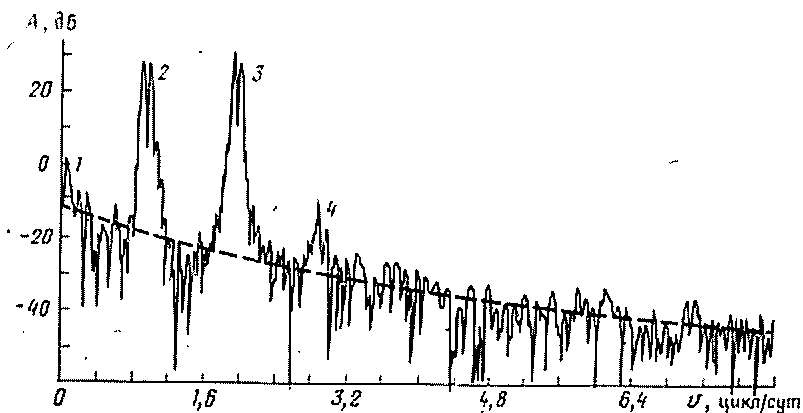


Рис. 98. Амплитудно-частотный спектр земных приливов [1186].
 Приливные пики: 1 — 2 недели, 2 — 1 сут, 3 — 1/2 сут, 4 — 1/3 сут. Штриховой линией показан спектр фонового шума

бой более детерминированные явления, чем атмосферная турбулентность или волнение поверхности океана. При гармоническом анализе данных о приливах оперируют с ограниченным числом определенных частот. Фазы пиков более или менее постоянны, а отношение сигнал/помеха исключительно высокое [1579]. В таких условиях гармонический анализ дает лучшее разрешение, чем энергетический спектральный анализ с присущим ему сглаживанием.

Обширная библиография по земным приливам, их теории, наблюдениям, гармоническому анализу, результатам и связям с другими явлениями приводится в работе [972].

С точки зрения методики спектрального анализа наблюдения за земными приливами несколько работ имеют особую важность. Так, результаты гармонического и спектрального анализов одних и тех же данных о силе тяжести оказались очень близкими [3, 4]. Спектральные методы использовались для выделения длиннопериодных приливных волн (с периодами до 27 сут) по гравитационным записям, надежное устранение длиннопериодного дрейфа с которых является трудной задачей [5]. Результаты спектрального анализа хорошо согласуются и с теоретическими расчетами приливных характеристик [731]. Сделана попытка использовать

статистические методы (функции корреляции, энергетические спектры, фильтрацию и др.) при обработке наблюдений земных приливов в основном с целью исключения погрешностей [1107, 1108]. Множество гравиметровых записей приливов, полученных по программе Международного геофизического года, было обработано с помощью энергетического спектрального анализа и прямого преобразования Фурье [597]. Энергетический спектр вычислялся для определения общего фона помех, а Фурье-анализ позволял находить амплитуды и фазы главных приливных линий.

В работах [846, 243] подчеркивается большое влияние океанических приливов на любые наземные наблюдения. Другие примеры можно найти в [985, 1186]. В работе [1186] приводится амплитудно-частотный спектр приливов, полученный по измерениям с помощью специального высокочувствительного гравиметра (рис. 98).

При интерпретации записей земных приливов более, чем в других областях геофизики, отмечается преимущество способов гармонического анализа перед спектральным анализом. В настоящее же время наблюдается тенденция к более широкому использованию спектральных методов.

10.1.3. ДВИЖЕНИЕ ЗЕМНОЙ КОРЫ

С приливами тесно связано изучение вековых движений земной коры и их связи с силой тяжести. Эти движения тоже подвергались пространственному и временному спектральному анализу. Один из примеров — изучение вековых вертикальных движений и аномалий силы тяжести вдоль инвентарных маршрутов в Японии [1002]. Записи с помощью наклонометра и экстензометра отражают влияние различных факторов, из которых наиболее важными являются следующие.

1. Приливо-отливные явления всех видов: приливы твердой оболочки Земли, воздействие перераспределения нагрузок, вызываемого приливами в прилегающих океанах, и атмосферные приливы.

2. Метеорологические воздействия: атмосферное давление и его изменения, температура, количество дождевых осадков, снежный и ледяной покров и т. д.

3. Сейсмические явления: землетрясения и свободные колебания Земли.

4. Медленные движения земной коры под действием тектонических и других сил.

5. Погрешности измерительных приборов.

Поскольку перечисленные факторы занимают широкую полосу частот, приходится применять цифровую полосовую фильтрацию, чтобы разделить явления. Эффективность подобной фильтрации проиллюстрирована рис. 56 [1396]. По записям наклонометра и экстензометра [1396—1400] или по записям маятниковыми при-

борами, приливомерами и барографами [1569, 1570] с помощью фильтрации и вычисления спектральных характеристик удалось выделить и изучить различные причины движения почвы. Для изучения явлений, происходящих в земной коре, важно обеспечить хороший контакт измерительного прибора с Землей. Это требование необходимо выполнять особо строго при регистрации длиннопериодных колебаний, когда различные посторонние воздействия могут легко исказить записи. Чтобы удостовериться в обеспечении хорошего контакта, нужно сравнить наблюдаемые и теоретические спектры земных приливов [1343].

Выше, в разделе 9.2.4, мы рассмотрели колебания уровня моря, вызываемые метеорологическими причинами. Причиной длиннопериодных колебаний водной поверхности может быть деформация земной коры, поэтому изучать эти деформации можно также путем наблюдения за колебаниями уровня моря.

10.2. АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РЯДОВ

10.2.1. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДВУМЕРНЫХ ПОЛЕЙ

Дискретизация данных. Перед вычислением спектров или корреляционных функций по картам гравитационного или геомагнитного поля эти карты обычно дискретизируют, т. е. находят числовые значения в узлах некоторой сетки, наложенной на карту. Интервал дискретизации следует выбирать так же тщательно, как при дискретизации сейсмических записей. Приходится удовлетворять противоречивым требованиям частоты сетки объема машинной памяти и типам изучаемых структур.

Неравномерная пространственная дискретизация данных может создать определенную трудность для спектральных исследований. Такой проблемы практически не возникает при обработке временных рядов, которые регистрируются обычно в виде непрерывных трасс (аналоговая запись) или равномерных последовательностей чисел (цифровая запись). Напротив, гравитационные и магнитные данные в пространственном представлении распределены, как правило, неравномерно. В таких случаях равномерные распределения получают чаще всего путем интерполяции, причем нередко по кривым, проведенным от руки, что вносит фактор неопределенности.

С целью получения равномерно распределенных в пространстве данных можно выполнять интерполяцию аналитически путем осреднения наблюдений многочисленными. Но и таким процедурам свойственны определенные погрешности [1053]. Поэтому предпочтительнее для спектрального анализа использовать первичные данные, хотя бы и неравномерно распределенные. Неравномерно распределенные данные можно использовать для разложения по сферическим гармоникам [517] и сплайн-функциям шестой степени [242]. Обработка неравномерных временных рядов методом наименьших квадратов рассмотрена в [1582].

Другой проблемой при обработке пространственно распределенных данных является отсутствие информации в пределах изучаемой области зон. Одно из решений этой проблемы (для случая топографии) приводится в [893]. Схема решения следующая: 1) задаются априорные значения, 2) вычисляется преобразование Фурье, 3) осуществляется низкочастотная фильтрация, 4) находится обратное преобразование, 5) найденные значения используются для дальнейшего исследования.

Таблица 54

Примеры пространственного изучения силы тяжести и геомагнетизма

Метод	Сила тяжести	Геомагнетизм
Ряды Фурье	[1445, 1446, 1444, 1017, 1016, 635]	[1048, 1017, 133, 239, 577]
Ряды Фурье—Бесселя Синк-функции	[1444, 1427, 1447, 1098, 1233, 834]	[1098, 1233]
Двойные кубические сплайн-функции	[633, 791—793]	[242, 356, 501, 956, 133, 517, 518, 950, 951, 685, 1568, 934, 1567]
Сферические гармоники Автокорреляционные функции	[1027, 11, 986, 988]	[666, 1027, 987, 988]
Спектры Фурье, энергетические спектры	[1060, 1661, 1091, 1050, 1296, 1299, 163, 767, 893, 1297, 395, 422, 834, 986, 988, 1386]	[666, 1060, 1061, 240, 562, 563, 639, 1351, 325, 68, 1050, 1052, 1054, 767, 862, 1288, 1352, 102, 238, 395, 987, 988, 996, 1428, 552, 1386]
Двумерная фильтрация	[424, 977, 406, 528, 100, 101, 978]	[424, 575, 887, 1286]

Разложение по сферическим гармоникам. Это способ представления в аналитической форме пространственных распределений значений силы тяжести и напряженности магнитного поля на сфере или полусфере (см. разделы 2.5.1 и 2.5.4). Основы теории разложения по сферическим гармоникам гравитационных данных приведены в [633], а данных о магнитном поле — в [356]. Главные проблемы, которые приходится решать при таких разложениях, связаны с очень неравномерным распределением наблюдений и взаимозависимостью наблюдений, даже при больших расстояниях между ними. В последнее время посредством измерения орбит искусственных спутников получены ценные данные для разложения силы тяжести по сферическим гармоникам [809].

Получены выражения для магнитных потенциалов солнечных и лунных суточных вариаций в сферических гармониках с использованием коэффициентов внешней и внутренней систем электрического тока [950, 951]. Измерения полной напряженности маг-

нитного поля с помощью аэромагнитометров вдоль опоясывающих земной шар профилей использованы как для разложения в ряды Фурье по профилям, так и для анализа по сферическим гармоникам [133]. При построении магнитных схем мира с сечением изолиний 1000 гамм достаточная точность обеспечивается разложением по сферическим гармоникам, имеющим порядок и степень не более 10. В профильных спектрах малые длины волн соответствуют источникам в коре, а большие длины волн — источникам в ядре. Мантии соответствует минимум с центром на длине волны, равной приблизительно 900 км.

Разложение по синк-функциям. Для наблюдений в пределах локальных или региональных площадей достаточно плоскостного представления. Известно несколько способов изучения пространственных плоскостных распределений (табл. 54). При обработке наблюдений силы тяжести и магнитного поля применяется разложение в двумерные ряды Фурье. Этот способ обеспечивает высокую точность вычислений вертикальных производных и продолжений магнитного поля в верхнее и нижнее полупространства, если в разложение включены все возможные коэффициенты.

Методы разложения в ряды Фурье—Бесселя и в ряды по синк-функциям имеют то преимущество перед обыкновенными рядами Фурье, что их амплитуды становятся исчезающе малыми на некотором расстоянии за пределами интервала измерений, но в то же время теряется понятие частоты. Разложение гравитационной аномалии $\Delta g(x, y)$ как функции двух пространственных координат на сумму членов, взвешенных произведениями синк-функций, имеет вид

$$\Delta g(x, y) = \sum_{\xi, \eta} \Delta g(\xi, \eta) \frac{\sin(x - \xi)}{x - \xi} \frac{\sin(y - \eta)}{y - \eta}, \quad (3)$$

где точки измерения предполагаются на расстоянии π друг от друга.

Это разложение эквивалентно разложению в ряд Фурье, если взяты достаточно большое количество членов [1447]. Разложения потенциальных полей типа (3) являются удобным средством для выполнения операции продолжения таких полей в нижнее и особенно в верхнее полупространства [1098, 1233].

Уравнение (3) описывает двумерную свертку [274, с.243] в пространственном представлении и соответствует теореме о выборке [1126, с. 51]. Выборка (дискретизация) эквивалентна фильтрации (см. раздел 4.3.1). Свертка согласно (3) соответствует умножению в волноцисловом представлении. Путем вычисления спектров, соответствующих (3), можно расширить этот способ и определять частоту. Функция $(\sin x)/x$ равна функции $\text{sinc}(x/\pi)$, спектр которой есть прямоугольная функция (пример 3, табл. 5):

$$(\sin x)/x = \text{sinc}(x/\pi) \leftrightarrow \pi\Pi(k_x/2). \quad (4)$$

Спектр функции (3) есть соответствующая двумерная функция, и ее можно изобразить изолиниями в системе координат волновое

числоволновое число. Методика вычислений совершенно аналогична той, которая применяется при обработке данных группы станций, распределенных на плоскости.

Разложение по сплайн-функциям. Этот способ пространственного анализа потенциальных полей основан на использовании кусочных разложений наблюдений в ряд по кубическим многочленам [242]. В случае линейного профиля (рис. 99, а) наблюдения $f(x)$ на каждом интервале $x_{i-1} \leq x \leq x_i$ выражаются в виде кубического многочлена:

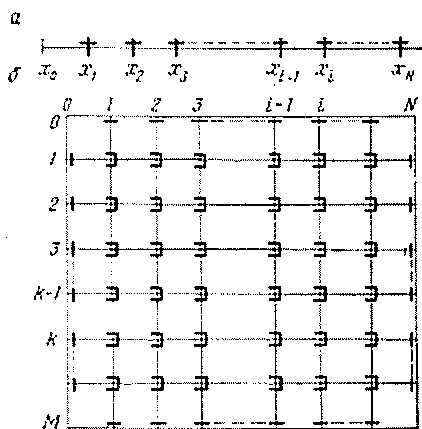


Рис. 99. Схема разложения по кубическим сплайн-функциям. Жирными черточками обозначены места применения условий непрерывности.

а — линейный профиль данных; б — плоская сетка данных

наблюдения $f(x)$ на каждом интервале $x_{i-1} \leq x \leq x_i$ выражаются в виде кубического многочлена:

$$f_i(x) = c_0 + c_1(x - x_{i-1}) + c_2(x - x_{i-1})^2 + c_3(x - x_{i-1})^3 = \sum_{n=0}^3 c_n^{(i)}(x - x_{i-1})^n. \quad (5)$$

Всего разложение включает в себя $4N$ неизвестных, поскольку для каждого интервала нужно определять четыре коэффициента — c_0, c_1, c_2, c_3 . Для их определения мы располагаем $N + 3$ заданными величинами $f(x_0), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_N), f'(x_0), f'(x_N)$ и $3(N - 1)$ условиями непрерывности, по-

скольку во всех внутренних точках $x = 1, 2, \dots, N - 1$ непрерывны три функции $f(x), f'(x), f''(x)$.

Очевидно, что сумма заданных величин и условий равна числу неизвестных. Следовательно, этот способ дает единственное представление данных с помощью (5).

Отсюда следует, что полное множество наблюдений $f(x)$ можно записать в виде суммы интервальных многочленов:

$$f(x) = \sum_{i=0}^N f_i(x) [u(x - x_{i-1}) - u(x - x_i)] = \sum_{i=0}^N \sum_{n=0}^3 c_n^{(i)}(x - x_{i-1})^n [u(x - x_{i-1}) - u(x - x_i)], \quad (6)$$

где $u(x - x_{i-1}) - u(x - x_i)$ — разность двух ступенчатых функций и, следовательно, представляет собой прямоугольную весовую функцию данных.

Этот способ легко распространяется на двумерную сетку (рис. 99, б). Данные в пределах каждого прямоугольника $x_{i-1} \leq$

$\leq x \leq x_i, y_{k-1} \leq y \leq y_k$ можно представить двойным кубическим многочленом:

$$g_{ik}(x, y) = \sum_{m=0}^3 \sum_{n=0}^3 a_{mn}^{(ik)} (x - x_{i-1})^m (y - y_{k-1})^n. \quad (7)$$

В этом уравнении содержится 16 NM неизвестных, по 16 для каждого прямоугольника. Для их определения пойдем путем, аналогичным описанному выше.

1. В каждом углу задаются величины g, g_x, g_y, g_{xy} (индексы обозначают производные), т. е. всего имеем 4 $(N + 1)(M + 1)$ заданных величин.

2. Те же величины непрерывны в соседних углах частично вдоль сторон $2(N - 1) + 2(M - 1)$ и частично во внутренних углах, где каждая величина обусловлена тремя состояниями $3(N - 1)(M - 1)$. Суммируя все условия для четырех величин, получаем общее число условий $8(N - 1) + 8(M - 1) + 12(N - 1)(M - 1)$.

Легко убедиться, что сумма заданных величин и условий равна 16 NM , т. е. общему числу неизвестных. Следовательно, уравнение (7) позволяет получить единственное представление данных.

Как и в случае линейного профиля, полное множество двумерно распределенных данных можно представить в виде суммы вкладов типа (7) каждого прямоугольника с применением соответствующих прямоугольных весовых функций:

$$g(x, y) = \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^M g_{ik}(x, y) [u(x - x_{i-1}) - u(x - x_i)] [u(y - y_{k-1}) - u(y - y_k)]. \quad (8)$$

Преимущества использования двойных кубических сплайн-функций при обработке геомагнитных данных заключаются в следующем.

1. С помощью двойных кубических сплайн-функций можно точно и надежно представлять двумерные данные и с высокой точностью вычислять производные потенциальных полей.

2. Амплитудные и фазовые спектры, найденные Фурье-преобразованием выражения (8), более точны для больших длин волны, чем спектры, вычисленные с помощью рядов Фурье. Это было установлено путем сравнения с теоретическими спектрами, рассчитанными для заданных тел.

3. Сплайн-функции позволяют осуществлять точную интерполяцию неравномерно распределенных двумерных данных.

Метод сплайн-функции, несомненно, имеет более широкую область применения. Он применим практически к любым одно- или двумерным данным. Условия непрерывности можно изменять, сохраняя лишь количество данных достаточным для однозначного определения всех коэффициентов. Можно также распространить этот способ на большие размерности.

10.2.2. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

Представляет интерес использование фильтрации при вычислении производных потенциальных полей (раздел 6.2.1). Зависимость силы тяжести g в точке (x, y) от вертикальной координаты z можно записать в виде преобразования Фурье

$$g(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(k_x, k_y) e^z \sqrt{k_x^2 + k_y^2} e^{i(xk_x + yk_y)} dk_x dk_y, \quad (9)$$

где $e^z \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ — передаточный коэффициент фильтра при вертикальном продолжении поля [406, 424]. В расчетах часто употребляются производные силы тяжести. Взяв N -ю производную силы тяжести по z , получаем выражение

$$\begin{aligned} \frac{\partial^N}{\partial z^N} g(x, y, z) = \\ = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(k_x, k_y) (k_x^2 + k_y^2) e^z \sqrt{k_x^2 + k_y^2} e^{i(xk_x + yk_y)} dk_x dk_y, \quad (10) \end{aligned}$$

из которого, если его интерпретировать как уравнение фильтрации, можно получить выражение для передаточного коэффициента N -й вертикальной производной

$$H_N(k_x, k_y, z) = (k_x^2 + k_y^2)^{N/2} e^z \sqrt{k_x^2 + k_y^2}. \quad (11)$$

Обратное преобразование функции $H_N(k_x, k_y, z)$ есть импульсная реакция $h_N(x, y, z)$:

$$h_N(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H_N(k_x, k_y, z) e^{i(xk_x + yk_y)} dk_x dk_y. \quad (12)$$

Пусть $x \rightarrow m\Delta x$ и $y \rightarrow n\Delta y$, где m и n — целые, и пусть интервалы дискретизации Δx и Δy равны 1. Далее предположим, что

$$H(k_x, k_y, z) = 0 \text{ для } \begin{cases} |k_x| \geq \pi/\Delta x = \pi, \\ |k_y| \geq \pi/\Delta y = \pi. \end{cases} \quad (13)$$

Приняв во внимание, что $H_N(k_x, k_y, z)$ — четная функция волновых чисел Найквиста k_x и k_y , окончательно получаем из (12)

$$h_N(m, n, z) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\pi \int_0^\pi H_N(k_x, k_y, z) \cos mk_x \cos nk_y dk_x dk_y. \quad (14)$$

Это выражение аналогично соотношениям раздела 6.4.2, полученным при рассмотрении общей задачи двумерной фильтрации. Достоинство этого выражения заключается в том, что умножив числовые значения силы тяжести на вычисленные согласно (14) значения, получаем любую вертикальную производную гравитационного поля. Частные случаи получаются без затруднений.

Например, импульсная реакция для нахождения вертикального градиента ($N = 1$) при $z = 1$

$$h_1(m, n, 1) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\pi \int_0^\pi \sqrt{k_x^2 + k_y^2} e^{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}} \cos mk_x \cos nk_y dk_x dk_y. \quad (15)$$

При решении задач численными методами выражение (14) используется в дискретном виде.

На практике вычисляют также взвешенную импульсную реакцию

$$h'(m, n, z) = w(m, n) h(m, n, z). \quad (16)$$

В пространственной области можно использовать те же весовые функции, что были введены в разделе 4.4, только надлежащим образом преобразованные. Например, в двумерной пространственной области весовая функция Ханна примет вид

$$w(m, n) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[1 + \cos \frac{\pi(m^2 + n^2)^{1/2}}{(X^2 + Y^2)^{1/2}} \right] & \text{при } \begin{cases} |m| \leq X \\ |n| \leq Y, \end{cases} \\ 0 & \text{при } \begin{cases} |m| \geq X \\ |n| \geq Y. \end{cases} \end{cases} \quad (17)$$

Пространственные весовые функции служат тем же целям, что и временные весовые функции, рассмотренные в главе 4.

Импульсная функция, взвешенная с помощью весовой функции Ханна, дает значения, близкие к теоретическим, рассчитанным по (14) или его обращению [100]. Для выполнения различных упомянутых выше операций рассчитаны наборы коэффициентов, очень хорошо аппроксимирующие теоретические кривые [101].

Разработаны двумерные с круговой симметрией волночисловые фильтры, пригодные для фильтрации как гравиметрических, так и магнитометрических данных [878]. Фильтрация использовалась для изучения гравитационных эффектов, создаваемых дизъюнктивными нарушениями [422]. Разработаны способы фильтрации наблюдений силы тяжести, которые одинаково применимы и в других областях геофизики [834].

Из теории следует, что в общем случае большие волновые числа связаны с телами, находящимися вблизи дневной поверхности, а меньшие волновые числа — с более глубокозалегающими телами [240]. К такому выводу можно прийти интуитивно или рассмотрением соотношения между энергетическими спектрами на поверхности $E(k, 0)$ и на глубине залегания тела $E(k, z)$ с учетом того, что E -функции являются квадратами функций G в (9):

$$E(k, 0) = E(k, z) e^{-2zk}. \quad (18)$$

Таким образом, спектр любой энергетической функции источника $E(k, z)$ будет тем положе, чем меньше z , т. е. доля больших волновых чисел в этом случае значительно больше, чем в случае больших

з. Это обстоятельство благоприятствует применению фильтрации — высокочастотной и низкочастотной — для изучения соответственно верхних и глубоких частей разреза [241, 424]. Примеры успешной разработки данного направления спектрального анализа можно встретить в [83, 163, 525, 576] (рис. 100). Важно заметить, что размеры и свойства возмущающего тела предполагаются известными. Если свойства и размеры тела иные, то иными будут и соотношения.

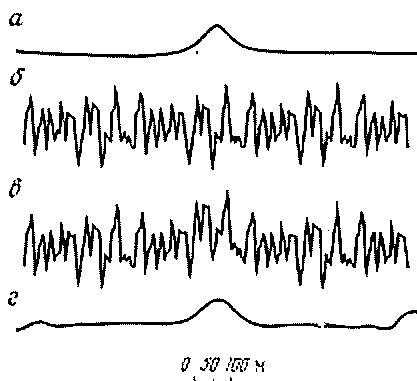


Рис. 100. Пример пространственной фильтрации гравитационной записи по профилю.

а — аномалия силы тяжести, создаваемая сферическим телом, находящимся на глубине 60 м; б — помеха; в — аномалия силы тяжести плюс помеха; г — результат фильтрации.

Аномалия, с трудом различимая на (в), после фильтрации выделяется однозначно [525]

тел, создающих наблюдаемые аномалии. Можно рассчитать теоретически поле, создаваемое на дневной поверхности любым телом. Сравнение наблюдаемых и теоретических полей производится с давних пор. В последнее время уровень таких исследований значительно повысился благодаря использованию волночисловых спектров теоретических и наблюдаемых данных.

В табл. 55 перечислены теоретические модели, для которых рассчитаны волночисловые спектры. Фурье-преобразования пространственных представлений суть волночисловые спектры, поэтому полезны и для спектрального анализа.

Рассмотрим кратко примеры из табл. 54. Спектры потенциальных полей на разных уровнях [1050] связаны простым соотношением, а трехкомпонентные спектры связаны так, что достаточно знать лишь одну из компонент. Одно из практических применений этих выводов — конструирование фильтров, подавляющих случайную составляющую в наблюдениях и облегчающих изучение регулярных факторов. Разработан способ вычисления двумерных энергетических спектров аэромагнитных данных с по-

падают известными. Если свойства и размеры тела иные, то иными будут и соотношения. Следует также иметь в виду, что описанная выше фильтрация будет успешной лишь в том случае, когда нижние слои, проявляющие себя в магнитном или гравитационном поле, достаточно гладкие и не способствуют появлению высоких частот [887]. В противном случае произойдет смешение выходящих частот различного происхождения и эффективная фильтрация станет невозможной.

10.2.3. ВОЛНОЧИСЛОВЫЕ СПЕКТРЫ

Цель гравиметрических и магнитометрических съемок — определение структурных характеристик (глубины, формы)

мощью БПФ и опробован на материалах, полученных в провинции Онтарио в Канаде [1051, 1052]. Показано, что такие спектры могут быть использованы для интерпретации данных геологической съемки. Описание методики получения волночисловых спектров данных магнитных съемок содержится в [552].

Требуется рассчитывать для различных тел не только гравитационные и магнитные поля, но и поля производных (градиентов,

Т а б л и ц а 55

Модельные спектры гравитационного и геомагнитного полей

Источник	Возмущающее тело	Спектр
Сила тяжести [1091] [1296] [1297]	Сфера, цилиндр, вертикальный уступ Наклонное нарушение Дайка	Волночисловые спектры Фурье То же »
Геомагнетизм [1351] [238]	Полосы, диполи, линии полюсов и диполей Вертикальная дайка	Энергетические спектры и корреляционные функции Волночисловой спектр Фурье
Сила тяжести и геомагнетизм [1050] [986, 987] [988]	Случайно распределенные источники Цилиндр, сфера, уступ, горст, грабен, антиклиналь, синклиналь, плита Наклонный слой	Энергетические спектры Волночисловые и энергетические спектры Фурье, функции автокорреляции То же

кривизны и т. п.). Располагая волночисловым спектром, с помощью теоремы о производной (см. раздел 2.3.6) можно непосредственно получить выражение для любой производной в волночисловом представлении. Наряду с двумерными измерениями определенное значение имеют и расчеты по линейным маршрутам.

Задавшись параметрами возмущающего тела (формой, намагниченностью, плотностью), можно по волночисловым спектрам оценить глубину его залегания. Способы оценки базируются на зависимости волновых чисел от глубины залегания (см. раздел 10.2.2). Телам, расположенным ближе к земной поверхности, соответствуют меньшие наклоны кривой энергетического волночислового спектра. Это становится ясным, если продифференцировать логарифм выражения (18)

$$\frac{d \ln E(k, 0)}{dk} = \frac{d \ln E(k, z)}{dk} - 2z, \quad (19)$$

где член в левой части представляет собой угловой коэффициент наблюдаемого спектра, первый член в правой части равен расчетному угловому коэффициенту спектра поля, создаваемого предпологаемым телом, а второй член равен оцениваемой глубине.

Рассматриваемый способ оценки глубины залегания возмущающих тел имеет очевидное сходство со способом отношения частот, используемым для определения поглощения сейсмических волн (раздел 7.4.1). Такие способы определения глубины залегания магнитных тел приведены в [238, 1428]. Для определения глубины залегания аномалиеобразующих тел используются также функции автокорреляции по линейным профилям [1027]. Показано, что автокорреляционные функции, быстро уменьшающиеся за пределами своего максимума, соответствуют меньшим глубинам. Это становится ясным, если учесть, что малой глубине соответствует широкий спектр, который, в свою очередь, соответствует сжатой автокорреляционной функции согласно принципу взаимного обратного соответствия пространственной и волночисловой областей (см. раздел 2.4.4).

Можно отметить несколько работ, в которых для анализа гравитационных и магнитных аномалий использовались спектральные методы. Аэромагнитные данные по одной из площадей в Канаде изучались с помощью линейных энергетических спектров и автокорреляционных функций, а также площадных (двумерных) функций автокорреляции [666]. Примененная методика оказалась особенно эффективной при определении доминирующих простираний структур и их пространственной периодичности. При исследовании геомагнитного поля над японскими вулканами [575] использовалось положение о том, что продолжения геомагнитного поля в верхнее и нижнее полупространства эквивалентны соответственно низкочастотной и высокочастотной двумерной пространственной фильтрациям (см. раздел 6.4.2). В этом случае эмпирические энергетические спектры аэромагнитных данных могут быть связаны с блоковыми структурами различной глубины залегания, различного размера и намагниченности [1352]. В качестве аргумента спектральных функций используется радиальное волновое число. Доминирующие волновые числа и наклоны радиальных спектров зависят от глубины залегания блоков.

Спектральный анализ применяется для обработки наблюдений силы тяжести и магнитной напряженности по профилям на морском дне [1060, 1061]. В данном случае наиболее важной величиной, подлежащей определению, является расстояние между максимумами на получаемых энергетических волночисловых спектрах. Эту задачу можно решить с помощью спектров второго порядка. Спектральные методы позволяют исследовать более сложные геофизические проблемы. Применение пространственных спектров напряженности магнитного поля кажется особенно естественным для изучения линейментов, обнаруженных на дне океана по обе стороны от горных сооружений и связанных с раздвиганием дна

океана и палеомагнетизмом [919]. Опубликован энергетический волночисловой спектр, вычисленный по профилю, пересекающему почти перпендикулярно Средне-Атлантический хребет [305]. Обнаружено увеличение длины волны плотности магнитной амплитуды по направлению к обоим склонам Средне-Атлантического хребта [631]. Между магнитным и топографическим спектрами не было найдено значимой когерентности, хотя оба спектра имеют значимые пики на длине волны, равной 33 км. Наблюдения магнитного поля в пределах Карлсбергского хребта представлены в виде двумерных волночисловых спектров [563].

10.3. СОВМЕСТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Большинство геофизических явлений в большей или меньшей степени взаимосвязаны. Связи простираются через границы различных сфер Земли, охватывая литосферу, океаны, атмосферу и ионосферу. Более того, эти связи могут затрагивать различные виды явлений (механические и электромагнитные). Очевидно, что спектральные методы представляют собой мощное средство изучения и расшифровки таких взаимосвязей. В данном разделе мы рассмотрим спектральные комбинации независимых (время—пространство) и зависимых (сила тяжести — геомагнетизм) переменных как между собой, так и с другими явлениями.

10.3.1. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Совместный анализ двумерных волночисловых представлений гравитационного и геомагнитного полей дан в [767]. По двум видам потенциальных полей вычисляется отношение J/ρ интенсивности намагничения и плотности для случая, когда оба вида аномалий вызываются одним и тем же телом. Для вычислений применяется метод быстрого преобразования Фурье.

Еще один пример совместного анализа пространственных распределений наблюдений магнитной напряженности и силы тяжести описан в [395]. Значения магнитной Δm и гравитационной Δg аномалий заданы в дискретных точках $j_1 = 0, 1, \dots, N_1 - 1$, $j_2 = 0, 1, \dots, N_2 - 1$, распределенных на некоторой плоскости.

Объединим эти две аномалии в каждой точке в величину

$$f_{j_1, j_2} = \Delta m_{j_1, j_2} + i \Delta g_{j_1, j_2} \quad (20)$$

и найдем ее дискретное Фурье-преобразование

$$F_{k_1, k_2} = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{j_1=0}^{N_1-1} \sum_{j_2=0}^{N_2-1} f_{j_1, j_2} \exp \left[-2\pi i \left(\frac{k_1 j_1}{N_1} + \frac{k_2 j_2}{N_2} \right) \right], \quad (21)$$

где $k_1 = 0, 1, \dots, N_1/2$ и $k_2 = 0, 1, \dots, N_2/2$ — волновые числа Найквиста.

Далее показано, что действительную и мнимую части Фурье-членов отдельно для геомагнетизма (F_{k_1, k_2}^m) и силы тяжести (F_{k_1, k_2}^g) можно получить из F_{k_1, k_2} посредством следующего соотношения:

$$2 \begin{bmatrix} \text{Re} \\ \text{Im} \\ \text{Re} \\ \text{Im} \end{bmatrix} \begin{matrix} F_{k_1, k_2}^m \\ F_{k_1, k_2}^g \end{matrix} = \begin{bmatrix} \text{Re} \\ \text{Im} \\ \text{Im} \\ -\text{Re} \end{bmatrix} F_{k_1, k_2} + \begin{bmatrix} \text{Re} \\ -\text{Im} \\ \text{Im} \\ \text{Re} \end{bmatrix} F_{N_1 - k_1, N_2 - k_2} \quad (22)$$

Этот вид анализа обладает тем преимуществом, что оба типа данных обрабатываются одновременно и потребности в машинной памяти сведены к минимуму. В результате совместного анализа геомагнитных и гравитационных данных с использованием БПФ находят намагниченность и плотность. Аналогичная совместная обработка различных геофизических полей, имеющих общее происхождение или связанных каким-либо другим способом, несомненно, окажется плодотворной.

10.3.2. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОЛЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ И РЕЛЬЕФА

Как и ожидалось, сила тяжести и рельеф местности сравнительно тесно связаны между собой. Связь между гравитационными аномалиями и рельефом в общем виде можно выразить через свертку в пространственном представлении или умножение в волночисловом представлении

$$G(k) = \Gamma(k) H(k), \quad (23)$$

где $G(k)$ — аномалия силы тяжести, $\Gamma(k)$ — рельеф, $H(k)$ — передаточная функция, а k — волновое число. В [893] передаточная функция была вычислена по двумерным преобразованиям аномалий силы тяжести и рельефа. При этом было показано, что, судя по вычисленному значению $H(k)$, необходимо предположить наличие скачков плотности до глубин порядка 400 км, чтобы объяснить изостатическую компенсацию.

10.3.3. ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ГЕОМАГНИТНЫХ ДАННЫХ

Пространственные исследования предполагают наличие сети наблюдательных станций. Известно несколько методик совместного пространственно-временного анализа геомагнитных полей. Наиболее важными из них являются следующие эквивалентные способы, существенно отличающиеся только порядком выполнения отдельных операций.

1. *Пространственно-временной анализ.* За пространственным анализом (вычислением волночисловых спектров или разложением по сферическим гармоникам) следует временной анализ (иссле-

дование изменений спектральных компонентов во времени). Эта схема анализа применялась при изучении вековых вариаций коэффициентов сферических гармоник. Такие анализы обычно охватывают большие промежутки времени.

Всемирные вековые вариации геомагнитного поля определяются разностями между коэффициентами разложений по сферическим гармоникам в соседние эпохи [95, 1567]. По вторым разностям можно судить о вековых ускорениях [932]. Коэффициенты разложений по сферическим гармоникам палеомагнитных данных, относящихся к различным эпохам, можно разложить в ряд Фурье [946]. Для трех обсерваторий в южном полушарии построены энергетические спектры вековых вариаций геомагнитного поля в диапазоне периодов от менее 10 лет до 60 лет [1326].

2. *Временно-пространственный анализ.* За временным анализом (вычислением частотных спектров) следует пространственный анализ (составление карт спектральных амплитуды, энергии или фазы для заданных частот). Такие карты фактически представляют собой частные преобразования Фурье. Так, если заданная амплитуда имеет вид $A(t, x, y)$, где x и y — горизонтальные координаты, то на картах изображается функция $A(\omega, x, y)$. Такой способ изображения результатов анализа использован при обработке данных геомагнитной съемки в одном из районов Австралии [896], что позволило изучить влияние береговой полосы и участков повышенного теплового потока, а также на одной из площадей западной приграничной зоны США и Канады [319].

Метод глубинного магнитного зондирования, использующий частотные спектры регистрируемых сетью станций магнитных составляющих, позволяет обнаруживать скачки электрической проводимости в верхней мантии и служит полезным дополнением к методам глубинного сейсмического зондирования [325, 382, 1167, 1197]. В пределах даже маленьких островов (диаметром 10 км) на периодах около 30 мин наблюдается полное обращение магнитного поля между противоположными сторонами. Этот так называемый «островной эффект» объясняется влиянием электрических токов, индуцируемых в окружающей морской воде. В данном случае удобно применить совместный пространственный и временной спектральный анализ [1252]. Для сети станций в Австралии [492] вычислены передаточные функции $H_N(\omega)$ и $H_E(\omega)$ между вертикальной магнитной компонентой $Z(\omega)$ и двумя горизонтальными компонентами $N(\omega)$ и $E(\omega)$:

$$Z(\omega) = H_N(\omega) N(\omega) + H_E(\omega) E(\omega). \quad (24)$$

Существование ненулевой компоненты $Z(\omega)$ объясняется латеральными неоднородностями температурного распределения (электрической проводимости) или строения Земли. Береговой эффект является одним из примеров такой неоднородности.

Помимо упомянутого выше картирования спектральных характеристик, особую ценность при совместном изучении временных и пространственных вариаций геомагнитного поля имеют способы, основанные на использовании площадных наблюдений и вычислении функций когерентности, фазовых и взаимных спектров [418, 464, 469, 862]. В последней работе получено значение когерентности свыше 0,9 для геомагнитных микропульсаций с периодами более 16 с по интервалу в 10 км.

Когда геомагнитные микропульсации отождествляются с распространяющимися волнами, определения относительных фазовых сдвигов между станциями группы методами спектрального анализа позволяют вычислять дисперсию фазовой скорости. Этот способ в применении к распространяющимся волнам рассмотрен в разделе 7.2.1. Он использовался при изучении геомагнитных микропульсаций в диапазоне периодов от 15 с до нескольких сотен секунд [639].

10.3.4. ВРЕМЕННО-ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ГЕОМАГНИТНЫХ И НЕЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Магнитное поле Земли и тесно связанное с ним электрическое поле обычно называются единым магнитотеллурическим полем. Цель магнитотеллурических методов — определение электрической проводимости коры и верхней мантии и использование этих определений для геологической интерпретации. Известно несколько способов измерения:

- 1) одновременное измерение меняющихся во времени магнитного и электрического полей путем регистрации двух горизонтальных компонентов каждого поля [73, 717];
- 2) измерение временных вариаций электрического поля на двух станциях, находящихся на некотором расстоянии одна от другой;
- 3) метод геомагнитного глубинного зондирования с использованием трех компонентов магнитного поля.

Для более надежных структурных исследований рекомендуется комплексировать магнитотеллурические и геомагнитные методы [717]. В каждом из перечисленных выше способов с помощью спектральных методов производятся оценочные измерения. Например, в первом способе по спектрам электрического и магнитного полей, наблюдаемых в одной точке, определяют отношения амплитуд (энергий), разности фаз и функции когерентности между этими полями, по которым судят о проводимости и строении внутренних частей Земли.

Имеется много публикаций по вопросам спектрального анализа магнитотеллурических наблюдений. Обычно отмечается высокая степень подобия между записями электрического и магнитного полей в одной и той же точке. Значение когерентности между электрическими и магнитными сигналами достигает 0,8—0,9 [332]

а энергетические частотные спектры одновременных измерений теллурических токов и магнитного поля обнаруживают тесное подобие [1332, 738].

Подобные магнитотеллурические поля наблюдаются на различных станциях. Например, получены похожие магнитотеллурические энергетические спектры и функции когерентности в Тбилиси и в заливе Тихом в Арктике [657]; установлена тесная связь между энергетическими спектрами теллурических токов, записанных одновременно в точках, отстоящих друг от друга на 80 и 160 км [737].

В ряде случаев результаты спектрального анализа использовались для структурной (геологической) интерпретации. Пики магнитотеллурических энергетических спектров объясняются резонансными явлениями на некоторых частотах [665]. С помощью энергетических частотных спектров магнитотеллурических наблюдений в диапазоне периодов 2—15 000 с обнаружены зоны высокой проводимости приблизительно на глубинах залегания низкоскоростного слоя в верхней мантии [324, 1513]. С помощью спектральных отношений между компонентами на станциях получены свидетельства существования берегового и островного эффектов и различий в проводимости под океаном и под континентом [1358], а также изучены латеральные вариации проводимости на западе Канады [323, 327]. В противоположность ранним теоретическим представлениям с помощью спектрального анализа найдено, что амплитуды и частоты вертикальной компоненты теллурических токов в частотном диапазоне 0,0012—0,12 Гц сравнимы с параметрами горизонтальной компоненты [736]. Для изучения проводимости и температуры в коре и верхней мантии используются также спектры доинных магнитотеллурических измерений [638].

10.3.5. СВЯЗЬ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ С ДРУГИМИ ЯВЛЕНИЯМИ

Характер связи между различными явлениями обычно зависит от их временных или пространственных масштабов. Поэтому для выяснения таких связей особенно эффективен спектральный анализ. В качестве одного из примеров можно привести исследование связи между геомагнитными флуктуациями и крутильными колебаниями Земли, возникшими после чилийского землетрясения 1960 г. [1535], однако наличие такой связи не бесспорно [656, 1360].

Возмущения в ионосфере (особенно в результате ядерных взрывов) регистрируются магнитометрами, обладающими достаточной чувствительностью и временной разрешенностью, в виде резких импульсов. Сравнение наблюдаемых энергетических спектров магнитного поля во время ядерного взрыва в верхних слоях атмосферы

9 июля 1962 г. с теоретическими дает основание предположить, что в волноводе на высоте 300—3000 км возник магнитогидродинамический резонанс [828].

Связь между геомагнитными вариациями и высотным градиентом поверхности в 100 Мбар не обнаружена [908]. В то же время доказано наличие четкой связи между волнами на поверхности океана и вариациями магнитного поля, зарегистрированными донным магнитометром. Энергетические спектры, вычисленные в предположении, что наблюдаемое магнитное поле связано с электрическими токами, индуцируемыми в волнах в результате их движения в магнитном поле Земли, хорошо совпали с наблюдаемыми [524].

1. *Ан В. А.* О возможности применения аналого-цифрового преобразования при регистрации микровариаций электромагнитного поля Земли. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1965, № 9, с. 105—108.
2. *Балакина Л. М., Введенская А. В., Колежников Ю. А.* Исследование внешней границы земного ядра при помощи спектрального анализа сейсмических волн. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1966, № 8, с. 22—35.
3. *Барсенков С. Н.* Спектральный анализ приливных вариаций силы тяжести в Талгаре. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1967, № 3, с. 43—51.
4. *Барсенков С. Н.* Вычисление приливов третьего порядка из гравиметрических наблюдений. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1967, № 5, с. 28—32.
5. *Барсенков С. Н.* Выделение долгопериодических волн из приливных вариаций силы тяжести. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1972, № 6, с. 46—52.
6. *Белотелов В. Л., Кондорская Н. В.* Спектры объемных волн камчатских землетрясений. — Изв. АН СССР. Сер. Геофиз., 1964, № 4, с. 475—482.
7. *Белотелов В. Л., Рыкунов Л. Н.* Устройство для цифрования сейсмограмм. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1963, № 3, с. 473—475.
8. *Берзон И. С.* О некоторых спектральных особенностях волн, отраженных от тонких слоев. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1959, № 5, с. 641—657.
9. *Берзон И. С.* Об определении модели тонкослойной среды при совместном использовании амплитудных и фазовых спектральных характеристик слоя. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1965, № 6, с. 1—9.
10. *Берзон И. С., Ратникова Л. И.* Приближенные расчеты сейсмических отраженных волн в многослойных тонкослойных средах. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1971, № 10, с. 78—93.
11. *Берлянд Н. Г.* О возможностях автокорреляционного анализа при изучении структуры гравитационного поля. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1971, № 1, с. 68—78.
12. *Боярский Э. А., Козан М. Г.* Линейное сглаживание измерений с морскими гравиметрами. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1968, № 10, с. 95—100.
13. *Булах Е. Г.* О выделении регионального фона при интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1970, № 2, с. 95—99.
14. *Винник Л. П.* Пространственно-временная фильтрация сейсмического сигнала. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1963, № 6, с. 850—860.
15. *Винник Л. П.* Структура микросейсм в области частот около 1 Гц. I. Методика анализа. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1967, № 8, с. 14—20.
16. *Винник Л. П.* Структура 4—6-секундных микросейсм. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1967, № 10, с. 25—38.
17. *Винник Л. П., Пручкина Н. М.* Исследование структуры короткопериодных микросейсм. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1964, № 5, с. 688—700.
18. *Винник Л. П., Денисков А. С., Коньков Г. Д.* Структура микросейсм в области частот около 1 Гц. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1967, № 8, с. 21—28.
19. *Голицын Г. С.* О временном спектре микропульсаций атмосферного давления. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1964, № 8, с. 1253—1258.
20. *Гольцман Ф. М.* Применение линейных систем для фильтрации сложных колебаний. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1957, № 5, с. 584—594.

21. *Гольцман Ф. М.* Частотная теория интерференционных систем. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1960, № 1, с. 7—24.
22. *Гольцман Ф. М.* Об экспериментальном анализе помех и надежности результатов группирования сигналов. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1960, № 12, с. 1707—1716.
23. *Гостев М. А., Федотов С. А.* Спектральные характеристики форшоков и афтершоков катастрофического землетрясения 6 ноября 1958 г. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1964, № 5, с. 675—687.
24. *Грацинский В. Г.* О спектре отрезка синусоиды. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1962, № 11, с. 1552—1556.
25. *Грацинский В. Г.* Об искажениях спектров сейсмических импульсов при анализе. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1962, № 3, с. 348—358.
26. *Гурич А. С.* Частотные спектры и функции распределения вероятностей вертикальной компоненты скорости ветра. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1960, № 7, с. 1042—1055.
27. *Гурич А. С.* О спектральном составе турбулентного потока количества движения. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1961, № 10, с. 1578—1579.
28. *Гурич И. И.* Спектры волн от сферического излучателя в однородной поглощающей среде. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1966, № 5, с. 43—51.
29. *Гурич И. И.* Определение спектра сейсмического импульса взрыва вблизи очага по экспериментальным данным. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1966, № 11, с. 36—44.
30. *Гурич И. И.* Зависимость спектров сейсмических волн в поглощающей среде от веса заряда. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1967, № 1, с. 76—85.
31. *Дмитриев В. А.* О спектральном составе подводного сейсмического шума в прибрежных участках моря. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1971, № 4, с. 83—87.
32. *Елагина Л. Г.* Об изменении частотных спектров пульсаций абсолютной влажности в приземном слое атмосферы. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1963, № 12, с. 1859—1865.
33. *Зверев С. М.* Частотные особенности взрывов при ГСЗ на глубоком море. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1962, № 3, с. 359—367.
34. *Зверев С. М., Галкин И. Н.* Способы наблюдения и возможности повышения дальности регистрации при ГСЗ на море. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1966, № 9, с. 12—22.
35. *Зубковский С. Л.* Частотные спектры пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра в приземном слое воздуха. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1962, № 10, с. 1425—1433.
36. *Зубковский С. Л.* Экспериментальное исследование спектров пульсаций вертикальной компоненты скорости ветра в свободной атмосфере. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1963, № 8, с. 1285—1288.
37. *Иванова Т. Г., Васильев Ю. И.* О выборе оптимальных характеристик аппаратуры при регистрации головных волн от кристаллического фундамента. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1964, № 5, с. 636—653.
38. *Кац С. А.* Метод вычисления комплексных спектров импульсных функций при помощи амплитудного анализатора. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1963, № 10, с. 1544—1553.
39. *Кейлио-Борок В. И.* Различия спектра поверхностных волн при землетрясениях и подземных взрывах. — Труды Ин-та физики Земли, № 15 (182), 1960, с. 88—101.
40. *Кейлио-Борок В. И., Яновская Т. Б.* Зависимость спектра поверхностных волн от глубины источника в пределах земной коры. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1962, № 11, с. 1532—1539.
41. *Китайгородский С. А.* Некоторые приложения методов теории подобия при анализе ветрового волнения как вероятностного процесса. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1962, № 1, с. 105—117.
42. *Китайгородский С. А., Стрекалов С. С.* К анализу спектров ветрового волнения. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1962, № 9, с. 1221—1229.
43. *Китайгородский С. А., Стрекалов С. С.* К анализу спектров ветрового волнения. II. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1963, № 8, с. 1240—1250.

44. *Клейменова Н. Г.* Некоторые результаты наблюдений естественного электромагнитного поля в полосе 1—20 Гц на полярных станциях Тикси и Ловозеро. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1965, № 3, с. 97—102.
45. *Коган С. Д.* Исследование динамики продольной волны, отраженной от ядра Земли. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1972, № 6, с. 3—20.
46. *Кондорская Н. В., Павлова Л. Н., Пустовитенко А. Н.* Некоторые результаты изучения спектров продольных волн дальневосточных землетрясений. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1967, № 1, с. 60—75.
47. *Косарев Г. Л.* Изучение строения земной коры под сейсмической станцией по спектрам продольных сейсмических волн. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1971, № 7, с. 31—39.
48. *Косминская И. П.* Метод глубинного сейсмического зондирования земной коры и верхов мантии. Развитие основ метода. М., Наука, 1968. 227 с.
49. *Косминская И. П., Зверев С. М.* Основные черты строения земной коры Охотского моря и Курило-Камчатской зоны Тихого океана по данным глубинного сейсмического зондирования. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1963, № 1, с. 20—41.
50. *Лоссовский Е. К.* Синтетические сейсмограммы и возможности спектрального ослабления многократных отраженных волн. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1968, № 6, с. 62—69.
51. *Михайлова Н. Г., Парицкий Б. С., Сакс М. В.* Спектральные характеристики пачек слоев. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1966, № 1, с. 13—23.
52. *Михота Г. Г.* Спектры глубинных волн и оптимальные характеристики аппаратуры ГСЗ для условий западного Узбекистана. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1968, № 1, с. 79—87.
53. *Молотова Л. В.* О зависимости частотных спектров сейсмических колебаний от условий взрыва. I. Результаты экспериментальных исследований. II. Сопоставление результатов эксперимента с теорией. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1964, № 12, с. 1753—1773.
54. *Молотова Л. В.* О дисперсии скоростей объемных волн в терригенных породах. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1966, № 8, с. 36—46.
55. *Москаина А. Г.* К возможности определения некоторых характеристик очага землетрясения по спектрам объемных удаленных волн. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1971, № 11, с. 7—19.
56. *Москаина А. Г., Шебалин Н. В.* Частотные характеристики сейсмографов станции «Пулков». — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1958, № 11, с. 1389—1393.
57. *Нахамкин С. А.* О верной фильтрации. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1969, № 11, с. 24—35.
58. *Озмидов Р. В.* Некоторые данные о крупномасштабных характеристиках поля горизонтальных компонент скорости в океане. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1964, № 11, с. 1708—1720.
59. *Пильник Г. П.* Астрономические наблюдения земных приливов. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1970, № 3, с. 3—14.
60. *Пинус Н. Э.* Статистические характеристики горизонтальной компоненты скорости ветра на высотах 6—12 км. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1963, № 1, с. 177—182.
61. *Попов В. В.* О температурных деформациях земной поверхности. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1960, № 7, с. 913—921.
62. *Ратникова Л. И., Левшин А. Л.* Расчет спектральных характеристик тонкослоистых сред. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1967, № 2, с. 41—53.
63. *Ризвищенко Ю. В.* Проблемы сейсмической опасности на новом рубеже. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1970, № 4, с. 33—48.
64. *Рыкунов Л. Н.* Корреляционный способ определения скоростей микросейсм. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1961, № 7, с. 1037—1039.
65. *Рыкунов Л. Н., Седов В. В.* Сейсмический шум в диапазоне частот 2—15 Гц на дне Черного моря. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1965, № 7, с. 30—39.

66. Саваренский Е. Ф., Федоров С. А., Гозичаишвили Б. В. Определение истинного движения почвы и его спектра по сейсмограмме. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1963, № 9, с. 1340—1347.
67. Сейдузова С. С. Частотный анализ и вопросы изучения записей близких землетрясений. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1970, № 6, с. 16—26.
68. Симоненко Т. И., Розе Е. Н. О структуре магнитного поля Земли. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1967, № 8, с. 64—73.
69. Скорик Л. А. Спектры приведенных сейсмических ускорений при ощутимых землетрясениях. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1969, № 4, с. 78—85.
70. Соловьева С. Л., Пустовитенко А. Н. О возможном уменьшении периода продольной волны с глубиной очага землетрясения. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1964, № 6, с. 839—846.
71. Стародворская С. П. Физические предпосылки использования динамических характеристик продольных отраженных волн для прослеживания слоев переменной мощности. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1964, № 12, с. 1737—1752.
72. Федотов С. А., Болдырев С. А. О зависимости поглощения объемных волн от частоты в коре и верхней мантии Курильской островной дуги. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1969, № 9, с. 17—33.
73. Фролов Б. К. Некоторые свойства корреляционной и автокорреляционной функции магнитотеллурического процесса и опыты по определению импеданса. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1970, № 8, с. 105—110.
74. Харкевич А. А. Спектры и анализ. М., ГИИТЛ, 1957.
75. Худзинский Л. Л. Об определении некоторых параметров слоев промежуточной мощности по спектрам отраженных волн. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1961, № 5, с. 676—685.
76. Худзинский Л. Л. Об определении некоторых параметров однородных слоев по их фазовым спектральным характеристикам. — Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1966, № 5, с. 68—77.
77. Худзинский Л. Л., Меламуд А. Я. Станция частотного анализа сейсмических колебаний. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1957, № 9, с. 1099—1117.
78. Худзинский Л. Л. Об определении некоторых спектральных особенностей слоистых сред. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1962, № 3, с. 281—298.
79. Цванг Л. Р. Измерения частотных спектров температурных пульсаций в приземном слое атмосферы. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1960, № 8, с. 1252—1263.
80. Цванг Л. Р. Измерения спектров температурных пульсаций в свободной атмосфере. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1960, № 11, с. 1674—1678.
81. Цванг Л. Р. Некоторые характерные особенности спектров температурных пульсаций в пограничном слое атмосферы. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1963, № 10, с. 1594—1600.
82. Цванг Л. Р., Зубковский С. Л., Иванов В. Н. Измерения некоторых характеристик турбулентности в нижнем 300-метровом слое атмосферы. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1963, № 5, с. 769—783.
83. Шауб Ю. Б. Выделение геофизических аномалий на фоне интенсивных помех. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1961, № 6, с. 769—783.
84. Шауб Ю. Б. Применение корреляционного анализа для обработки геофизических данных. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1963, № 4, с. 573—589.
85. Япозольский А. Д. О применении гармонического анализа для обработки материалов гидрологических наблюдений. — Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1960, № 7, с. 1069—1071.

REFERENCES

Note. Depending upon the transliteration system used, some Russian author names appear with different spelling in different papers: Berson = Berzon, Gol'tsman = Holzmann, Gratsinskii = Gratsinsky, Gurvich = Gurwitsch, Khud-

zinski = Khudzinskii = Khudzinsky, Kitaigorodski = Kitaigordskii, Savarenski = Savarensky, Schaub = Shaur, Shur = Sur, Tsvang = Zwang. Also, Bhattacharyya = Bhattacharya, Korkman = Kogeus.

86. *Abbas M. J.*, 1969. Beobachtung der langperiodischen Mikroseismen an den Stationen Moxa, Collin und Berggiesshübel. Gerlands Beitr. Geophys., 78: 353—368.
87. *Abe K.*, 1972a. Focal process of the South Sandwich Islands earthquake of May 26, 1964. Phys. Earth Planet. Inter., 5: 110—122.
88. *Abe K.* 1972b. Lithospheric normal faulting beneath the Aleutian trench. Phys. Earth Planet. Inter., 5: 190—198.
89. *Abe K.*, 1972c. Mechanisms and tectonic implications of the 1966 and 1970 Peru earthquakes. Phys. Earth Planet. Inter., 5: 367—379.
90. *Abe K.*, 1972d. Group velocities of oceanic Payleigh and Love waves. Phys. Earth Planet. Inter., 6: 391—396.
91. *Abe K., Sato Y. and Frez J.*, 1970. Free oscillations of the earth excited by the Kurile Islands earthquake 1963. Bull. Earthquake Res. Inst., 48: 87—114.
92. *Abramovici F.*, 1968. Diagnostic diagrams and transfer functions for oceanic wave-guides. Bull. Seismol. Soc. Am., 58: 427—456.
93. *Abramovici F.*, 1973. Numerical application of a technique for recovering the spectrum of a time function. Geophys. J. R. Astron. Soc., 32: 65—78.
94. *Ackerman B.*, 1967. The nature of the meteorological fluctuations in clouds. J. Appl. Meteorol., 6: 61—71.
95. *Adam N. V., Ben'kova N. P., Orlov V. P., Osipov N. K. and Tyurmina L. O.*, 1963. Spherical analysis of the main geomagnetic field and secular variations. Geomagn. Aeron., 3: 271—285.
96. *Adams W. M. and Allen D. C.*, 1961a. Reading seismograms with digital computers. Bull. Seismol. Soc. Am., 51: 61—67.
97. *Adams W. M. and Allen D. C.*, 1961b. Seismic decoupling for explosions in spherical underground cavities. Geophysics, 26: 772—799.
98. *Adams W. M. and Carder D. S.*, 1960. Seismic decoupling for explosions in spherical cavities. Geofis. Pura Appl., 47: 17—29.
99. *Adel A. and Epstein E. S.*, 1959. Power-spectrum analysis of atmospheric ozone parameters. J. Meteorol., 16: 548—555.
100. *Agarwal B. N. P. and Lal T.*, 1972a. Calculation of the vertical gradient of the gravity field using the Fourier transform. Geophys. Prospect., 20: 448—458.
101. *Agarwal B. N. P. and Lal T.*, 1972b. Application of frequency analysis in two-dimensional gravity interpretation. Geoprospection, 10: 91—100.
102. *Agarwal R. G. and Kanasevich E. R.*, 1971. Automatic trend analysis and interpretation of potential field data. Geophysics, 36: 339—348.
103. *Agterberg F. P. and Banerjee I.*, 1969. Stochastic model for the deposition of varves in glacial Lake Barlow-Ojibway, Ont., Canada. Can. J. Earth Sci., 6: 625—652.
104. *Aida I.*, 1967. Water level oscillations on the continental shelf in the vicinity of Miyagi-Enoshima. Bull. Earthquake Res. Inst., 45: 61—78.
105. *Aida I.*, 1969. On the edge waves of the Iturup tsunami. Bull. Earthquake Res. Inst., 47: 43—54.
106. *Aitken A. C.*, 1962. Statistical Mathematics. Oliver and Boyd. 8th ed., 153 pp.
107. *Akamatsu K.*, 1961. On microseisms in frequency range from 1 c/s to 200 c/s. Bull. Earthquake Res. Inst., 39: 23—75.
108. *Aki K.*, 1956. Correlogram analyses of seismograms by means of a simple automatic computer. J. Phys. Earth, 4/71—79.
109. *Aki K.*, 1957. Space and time spectra of stationary stochastic waves, with special reference to microtremors. Bull. Earthquake Res. Inst., 35: 415—456.
110. *Aki K.*, 1960a. The use of Love waves for the study of earthquake mechanism. J. Geophys. Res., 65: 323—331.
111. *Aki K.*, 1960b. Study of earthquake mechanism by a method of phase equalization applied to Rayleigh and Love waves. J. Geophys. Res., 65: 729—740.

112. Aki K., 1960c. Interpretation of source functions of circum-Pacific earthquakes obtained from long-period Rayleigh waves. *J. Geophys. Res.*, 65: 2405—2417.
113. Aki K., 1960d. Further study of the mechanism of circum-Pacific earthquakes from Rayleigh waves. *J. Geophys. Res.*, 65: 4165—4172.
114. Aki K., 1962. Accuracy of the Rayleigh wave method for studying the earthquake mechanism. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 40: 91—105.
115. Aki K., 1964a. Study of Love and Rayleigh waves from earthquakes with fault plane solutions of with known faulting (three parts). *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 511—570.
116. Aki K., 1964b. A note on surface waves from the Hardhat nuclear explosion. *J. Geophys. Res.*, 69: 1131—1134.
117. Aki K., 1966a. Generation and propagation of G-waves from the Niigata earthquake of June 16, 1964. Part 1. A statistical analysis. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 44: 23—72.
118. Aki K., 1966b. Generation and propagation of G-waves from the Niigata earthquake of June 16, 1964. Part 2. Estimation of earthquake moment, released energy, and stress-strain drop from the G-wave spectrum. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 44: 73—88.
119. Aki K., 1967. Scaling law of seismic spectrum. *J. Geophys. Res.*, 72: 1217—1231.
120. Aki K., 1968. Seismic displacements near a fault. *J. Geophys. Res.*, 73: 5359—5376.
121. Aki K., 1969. Analysis of the seismic coda of local earthquakes as scattered waves. *J. Geophys. Res.*, 74: 615—631.
122. Aki K., 1972. Scaling law of earthquake source time-function. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 31: 3—25.
123. Aki K. and Kaminuma K., 1963. Phase velocity of Love waves in Japan. Part 1. Love waves from the Aleutian shock of March 9, 1957. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 41: 243—259.
124. Aki K. and Nordquist J. M., 1961. Automatic computation of impulse response seismograms of Rayleigh waves from mixed paths. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 51: 29—34.
125. Aki K. and Tsai Y.-B., 1972. Mechanism of Love-wave excitation by explosive sources. *J. Geophys. Res.*, 77: 1452—1475.
126. Aki K. and Tsujiura M., 1959. Correlational study of near earthquake waves. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 37: 207—232.
127. Aki K., Tsujiura M., Hori M. and Goto K., 1958. Spectral study of near earthquake waves (1). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 36: 71—98.
128. Aki K., Matumoto H., Tsujiura M. and Maruyama T., 1965. A digital, tele-recorded, longperiod seismograph system. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 43: 381—397.
129. Alavi A. S. and Jenkins G. M., 1965. An example of digital filtering. *Appl. Stat., R. Stat. Soc., C* 14: 70—74.
130. Alexander S. S. and Phinney R. A., 1966. A study of the core-mantle boundary using P-waves diffracted by the earth's core. *J. Geophys. Res.*, 71: 5943—5958.
131. Allam A. M., 1970. An investigation into the nature of microtremors through experimental studies of seismic waves. *Bull. Int. Inst. Seismol. Earthquake Eng.*, 7: 1—59.
132. Allam A. and Shima E., 1967. An investigation into the nature of microtremors. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 45: 43—59.
133. Alldredge L. R., Van Voorhis G. D. and Davis T. M., 1963. A magnetic profile around the world. *J. Geophys. Res.*, 68: 3679—3692.
134. Allsopp D. F., Burke M. D. and Cumming G. L., 1972. A digital seismic recording system. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62: 1641—1647.
135. Al-Sadi H. N., 1973. Dependence of the P-wave amplitude spectrum on focal depth. *Pure Appl. Geophys.*, 104: 439—452.
136. Alsop L. E., 1964a. Spheroidal free periods of the earth observed at eight stations around the world. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 755—776.

137. *Alsop L. E.*, 1964b. Excitation of free oscillations of the earth by the Kurile Islands earthquake of 13 October 1963. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 1341—1348.
138. *Alsop L. E. and Brune J. N.*, 1965. Observation of free oscillations excited by a deep earthquake. *J. Geophys. Res.*, 70: 6165—6174.
139. *Alsop L. E., Sutton G. H. and Ewing M.*, 1961a. Free oscillations of the earth observed on strain and pendulum seismographs. *J. Geophys. Res.*, 66: 631—641.
140. *Alsop L. E., Sutton G. H. and Ewing M.*, 1961b. Measurement of Q for very long period free oscillations. *J. Geophys. Res.*, 66: 2911—2915.
141. *Alterman Z. and Loewenthal D.*, 1972. Computer generated seismograms. In: *B. A. Bolt (Editor), Methods in Computational Physics, Vol. 12.* Acad. Press, pp. 35—164.
142. *Alterman Z., Jarosch H. and Pekeris C. L.*, 1959. Oscillations of the earth. *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 252: 80—95.
143. *Amelung U.*, 1964. Das quadratische Spektrum des Luftdruckjahresganges über Europa. *Meteorol. Rundsch.*, 17: 49—54.
144. *Anderson D. L.*, 1967. The anelasticity of the mantle. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 14: 135—164.
145. *Anderson D. L. and Kovach R. L.*, 1964. Attenuation in the mantle and rigidity of the core from multiply reflected cone phases. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, 51: 168—172.
146. *Anderson R. Y.*, 1961. Solar-terrestrial climatic patterns in varved sediments. *Ann. N. Y. Acad. Sci.*, 95: 424—439.
147. *Anderson R. Y. and Koopmans L. H.*, 1963. Harmonic analysis of varve time series. *J. Geophys. Res.*, 68: 877—893.
148. *Angell J. K.*, 1958. Lagrangian wind fluctuations at 300 mbar derived from transosonde data. *J. Meteorol.*, 15: 522—630.
149. *Angell J. K.*, 1964. Correlations in the vertical component of the wind at heights of 600, 1600 and 2600 ft. at Cardington. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 90: 307—312.
150. *Anstey N. A.*, 1964. Correlation techniques — a review. *Geophys. Prospect.*, 12: 355—382.
151. *Anstey N. A.*, 1966. The sectional auto-correlogram and the sectional retro-correlogram. Part I: The sectional auto-correlogram. *Geophys. Prospect.*, 14: 389—411.
152. *Anstey N. A. and Newman P.*, 1966. The sectional auto-correlogram and the sectional retro-correlogram. Part II: The sectional retro-correlogram. *Geophys. Prospect.*, 14: 411—426.
153. *Archambeau C. B.*, 1972. The theory of stress wave radiation from explosions in prestressed media. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 29: 329—366.
154. *Archambeau C. B. and Flinn E. A.*, 1965. Automated analysis of seismic radiation for source characteristics. *Proc. IEEE*, 63: 1876—1864.
155. *Archambeau C. B., Flinn E. A. and Lambert D. G.*, 1966. Detection, analysis, and interpretation of teleseismic signals. 1. Compressional phases from the Salmon event. *J. Geophys. Res.*, 71: 3483—3501.
156. *Archambeau C. B., Flinn E. A. and Lambert D. G.*, 1969. Fine structure of the upper mantle. *J. Geophys. Res.*, 74: 5825—5865.
157. *Arkani-Hamed J. and Toksoz M. N.*, 1968. Analysis and correlation of geophysical data. *Suppl. Nuovo Cimento, Ser. 1*, 6: 22—66.
158. *Armendariz M. and Rachele H.*, 1967. Determination of a representative wind profile from balloon data. *J. Geophys. Res.*, 72: 2997—3006.
159. *Arsac J.*, 1966. *Fourier Transforms and the Theory of Distributions.* Prentice-Hall, 318 pp.
160. *Asada T. and Takano K.*, 1963. Attenuation of short period P-waves in the mantle. *J. Phys. Earth*, 11: 25—34. Also in *VESIAC Spec. Rep.*, 4410-52-X, 1964: 41—53.
161. *Askew R., Miyata M. and Groves G. W.*, 1969. On the observed low coherence between sealevel records on the opposite sides of Aahu Island. *J. Geophys. Res.*, 74: 7058—7062.

162. *Atlas D., Srivastava R. C. and Sekhon R. S., 1973. Doppler radar characteristics of precipitation at vertical incidence. Rev. Geophys. Space Phys., 11: 1—35.*
163. *Avasthi D. N. and Satyanarayana M., 1970. Inferences regarding the upper mantle from the gravity data in Punjab and Ganga plains. Proc. 2nd Symp. UMP, Geophys. Res. Board and Natl. Geophys. Res. Inst. (Hyderabad), 11: 25—37.*
164. *Axford D. M., 1971. Spectral Analysis of an aircraft observation of gravity waves. Q. J. R. Meteorol. Soc., 97: 313—321.*
165. *Axford D. N., 1972. A case study of a high-level Canberra flight on 11 September 1968. Q. J. R. Meteorol. Soc., 98: 420—430.*
166. *Bachus G. and Gilbert F., 1961. The rotational splitting of the free oscillations of the earth. Proc. Natl. Acad. Sci., 47: 362—371.*
167. *Bachus M. M., 1959. Water reverberations — their nature and elimination. Geophysics, 24: 233—261.*
168. *Bachus M. M., 1966. Teleseismic signal extraction. Proc. R. Soc. London, Ser. A, 290—343—367.*
169. *Baer L. and Withee G. W., 1971. A methodology for defining an operational synoptic temporal oceanic sampling system. J. Appl. Meteorol., 10: 1053—1065.*
170. *Bakun W. H., 1971. Crustal model parameters from P-wave spectra. Bull. Seismol. Soc. Am., 61: 913—935.*
171. *Bakun W. H. and Eisenberg A., 1970. Fourier integrals and quadrature introduced aliasing. Bull. Seismol. Soc. Am., 60: 1291—1296.*
172. *Bakun W. H. and Johnson L. R., 1971. Short-period spectral discriminants for explosions. Geophys. J. R. Astron. Soc., 22: 139—152.*
173. *Bancroft A. M., 1966. Seismic spectra and detection probabilities from explosions in Lake Superior. Am. Geophys. Union, Geophys. Monogr., 10: 234—240.*
174. *Banks R. J., 1969. Geomagnetic variations and the electrical conductivity of the upper mantle. Geophys. J. R. Astron. Soc., 17: 457—487.*
175. *Barazangi M. and Isaacs B., 1971. Lateral variations of seismic-wave attenuation in the upper mantle above the inclined earthquake zone of the Tonga Island arc: deep anomaly in the upper mantle. J. Geophys. Res., 76: 8493—8516.*
176. *Barber N. F., 1958. Optimum arrays for direction finding. N. Z. J. Sci., 1: 35—51.*
177. *Barber N. F., 1961. Experimental Correlograms and Fourier Transforms. Pergamon Press, 136 pp.*
178. *Barber N. F., 1963. The directional resolving power of an array of wave detectors. In: R. C. Vetter and C. L. Bretschneider (Editors), Ocean Wave Spectra, Prentice-Hall, pp. 137—150.*
179. *Barber N. F., 1966. Fourier methods in geophysics. In: S. K. Runcorn (Editor), Methods and Techniques in Geophysics, Vol. 2. Interscience, pp. 123—204.*
180. *Barnett T. P., 1968. On the generation, dissipation, and prediction of ocean wind waves. J. Geophys. Res., 73: 513—529.*
181. *Barnett T. P. and Wilkerson J. C., 1967. On the generation of ocean wind waves as inferred from airborne radar measurements of fetch-limited spectra. J. Mar. Res., 25: 292—328.*
182. *Barrett E. W., 1961a. Some applications of harmonic analysis to the study of the general circulation. I. Harmonic analysis of some daily and five-day mean hemispheric contour charts. Beitr. Phys. Atmos., 33: 280—332.*
183. *Barrett E. W., 1961b. Some applications of harmonic analysis to the study of the general circulation. II. Calculations of some product-spectra and related quantities. Beitr. Phys. Atmos., 33: 333—355.*
184. *Basham P. W. and Ellis R. M., 1969. The composition of P-codas using magnetic tape seismograms. Bull. Seismol. Soc. Am., 59: 473—486.*
185. *Basham P. W. and Whitham K., 1966. Microseismic noise on Canadian seismograph records in 1962 and station capabilities. Publ. Dom. Obs. Ottawa, 32: 123—135.*
186. *Basham P. W., Weichert D. H. and Anglin F. M., 1970. An analysis of the «Benham» aftershock sequence using Canadian recordings. J. Geophys. Res., 75: 1545—1556.*

187. *Bassanini P., Riccucci A. and Todaro C.*, 1968. Analisi delle serie temporali del geopotenziale a 500 mb su Roma. Atti Conv. Ann., Assoc. Geofis. Ital., 17: 335—343.
188. *Bath M.*, 1949. An Investigation of the Uppsala Microseisms. Thesis Uppsala Univ., Almqvist and Wiksell, 168 pp.
189. *Bath M.*, 1953. Microseismic period spectra and related problems in the Scandinavian area. Natl. Res. Council (Wash.), Publ., 306: 56—64.
190. *Bath M.*, 1962. Seismic records of explosions — especially nuclear explosions. Part III. Res. Inst. Natl. Def. (Stockh.), Rep. A 4270—4721, 116 pp.
191. *Bath M.*, 1966a. Underground measurements of short-period noise Am. Geofis., 19: 107—117.
192. *Bath M.*, 1966b. Earthquake energy and magnitude. In: L. H. Ahrens, F. Press S. K. Runcorn and H. C. Urey (Editors), Physics and Chemistry of the Earth, Vol. 7, Pergamon Press, pp. 115—165.
193. *Bath M.*, 1968. Mathematical Aspects of Seismology. Elsevier, 415 pp.
194. *Bath M. and Burman S.*, 1972. Walsh spectroscopy of Rayleigh waves caused by underground detonations. In: R. W. Zeek and A. E. Showalter (Editors). Applications of Walsh Functions. 1972 Proc., Naval Res. Lab., AD-744 650: 48—63.
195. *Bath M. and Crampin S.*, 1965. Higher modes of seismic surface waves — relations to channel waves. Geophys. J. R. Astron. Soc., 9: 309—321.
196. *Bath M. and López Arroyo, A.*, 1962. Attenuation and dispersion of G-waves. J. Geophys. Res., 67: 1933—1942.
197. *Bath M. and Shahidi M.*, 1971. T-phases from Atlantic earthquakes. Pure. Appl. Geophys., 92: 74—114.
198. *Battan J. L. and Theiss J. B.*, 1972. Observed Doppler spectra of hail. J. Appl. Meteorol., 11: 1001—1007.
199. *Beaudet P. R.*, 1970. Synthesis of nonstationary seismic signals. Bull. Seismol. Soc. Am., 60: 1615—1624.
200. *Beaudet P. R. and Wolfson S. J.*, 1970. Digital filters for response spectra. Bull. Seismol. Soc. Am., 60: 1001—1013.
201. *Behrens J., Dresen L. and Hinz E.*, 1969. Modellseismische Untersuchungen der dynamischen Parameter von Kopfwellen und Reflexion im überkritischen Bereich. Z. Geophys., 35: 43—68.
202. *Belmont A. D. and Dartt D. G.*, 1970. The variability of tropical stratospheric winds. J. Geophys. Res., 75: 3133—3145.
203. *Bendat J. S.*, 1958. Principles and Applications of Random Noise Theory. Wiley, 431 pp.
204. *Bendat J. S. and Piersol A. G.*, 1971. Random Data: Analysis and Measurement Procedures. Wiley-Interscience, 407 pp.
205. *Benioff H., Harrison J. C., LaCoste L., Munk W. H. and Slichter L. B.*, 1959. Searching for the earth's free oscillations. J. Geophys. Res., 64: 1334—1337.
206. *Benioff H., Press F. and Smith S.*, 1961. Excitation of the free oscillations of the earth by earthquakes. J. Geophys. Res., 66: 605—619.
207. *Ben-Menahem A.*, 1961. Radiation of seismic surface-waves from finite moving sources. Bull. Seismol. Soc. Am., 51: 401—435.
208. *Ben-Menahem A.*, 1962. Radiation of seismic body waves from a finite moving source in the earth. J. Geophys. Res., 67: 345—350.
209. *Ben-Menahem A.*, 1964. Spectral response of an elastic sphere to dipolar point-sources. Bull. Seismol. Soc. Am., 54: 1323—1340.
210. *Ben-Menahem A.*, 1965. Observed attenuation and Q-values of seismic surface waves in the upper mantle. J. Geophys. Res., 70: 4641—4651.
211. *Ben-Menahem A.*, 1971. The force system of the Chilean earthquake of 1960 May 22. Geophys. J. R. Astron. Soc., 25: 407—417.
212. *Ben-Menahem A. and Aboodi E.*, 1971. Tectonic patterns in the northern Red Sea region. J. Geophys. Res., 76: 2674—2689.
213. *Ben-Menahem A. and Harkrider D. G.*, 1964. Radiation patterns of seismic surface waves for buried dipolar point sources in a flat stratified earth. J. Geophys. Res., 69: 2605—2620.

214. *Ben-Menahem A. and Rosenman M.*, 1972. Amplitude patterns of tsunami waves from submarine earthquakes. *J. Geophys. Res.*, 77: 3097—3128.
215. *Ben-Menahem A. and Singh S. J.*, 1972. Computation of models of elastic dislocations in the earth. In: B. A. Bolt (Editor), *Methods in Computational Physics*, Vol. 12. Academic Press, pp. 299—375.
216. *Ben-Menahem A. and Toksöz M. N.*, 1962. Source mechanism from spectra of long-period seismic surface waves. I. The Mongolian earthquake of December 4, 1957. *J. Geophys. Res.*, 67: 1943—1955.
217. *Ben-Menahem A. and Toksöz M. N.*, 1963a. Source mechanism from spectra of long-period seismic surface waves. 2. The Kamchatka earthquake of November 4, 1952. *J. Geophys. Res.*, 68: 5207—5222.
218. *Ben-Menahem A. and Toksöz M. N.*, 1963b. Source mechanism from spectra of long-period seismic surface waves. 3. The Alaska earthquake of July 10, 1958. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 53: 905—919.
219. *Ben-Menahem A., Smith S. W. and Teng T.-L.*, 1965. A procedure for source studies from spectrums of long-period seismic body waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 55: 203—235.
220. *Ben-Menahem A., Jarosch H. and Rosenman M.*, 1968. Large-scale processing of seismic data in search of regional and global stress patterns. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58: 1899—1932.
221. *Ben-Menahem A., Rosenman M. and Harkrider D. G.*, 1970. Fast evaluation of source parameters from isolated surface-wave signals. Part I. Universal tables. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 1337—1387.
222. *Ben-Menahem A., Israel M. and Levité, U.*, 1971. Theory and computation of amplitudes of terrestrial line spectra. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 25: 307—406.
223. *Ben-Menahem A., Rosenman M. and Israel M.*, 1972. Source mechanism of the Alaskan earthquake of 1964 from amplitudes of free oscillations and surface waves. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 5: 1—29.
224. *Benton G. S. and Kahn A. B.*, 1958. Spectra of large-scale atmospheric flow at 300 millibars. *J. Meteorol.*, 15: 404—410.
225. *Berckhemer H.*, 1962. Die Ausdehnung der Bruchfläche im Erdbebenherd und ihr Einfluss auf das seismische Wellenspektrum. *Gerlands Beitr. Geophys.*, 71: 5—26.
226. *Berckhemer H.*, 1971. The concept of wide band seismometry. *Obs. R. Belg. Comm.*, A13, Sér. Géophys., 101: 214—220.
227. *Berckhemer H. and Skasche B.*, 1966. Seismic ground noise and wind. *Ber. Inst. Meteorol. Geophys. Univ. Frankfurt/Main*, 12: 1—26.
228. *Berckhemer H. and Jacob K. H.*, 1968. Investigation of the dynamical process in earthquake foci by analyzing the pulse shape of body waves. *Ber. Inst. Meteorol. Geophys. Univ. Frankfurt/Main*, 13: 1—85.
229. *Berckhemer H., Müller St. and Sellevoll M.*, 1961. Die Krustenstruktur in Südwestdeutschland aus Phasen-Geschwindigkeitsmessungen an Rayleigh-Wellen. *Z. Geophys.*, 27: 151—163.
230. *Berg J. W., Jr. and Papageorge G. E.*, 1964. Elastic displacement of primary waves from explosive sources. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 947—959.
231. *Bergsten F.*, 1926. Seiches of Lake Vetter. *Geogr. Ann. (Stoskh.)*, 8: 1—73.
232. *Berman S.*, 1965. Estimating the longitudinal wind spectrum near the ground. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 91: 302—317.
233. *Berzon I. S.*, Methods and some results of interpretation of data of seismic waves' spectrum analysis. *Int. Assoc. Seismol. Phys. Earth's Inter.*, A 21: 65—77.
234. *Best A.*, 1968. Eine Analyse quasiperiodischer Variationen des Magnetfeldes während geomagnetischer Stürme. *Pure Appl. Geophys.*, 69: 193—204.
235. *Bhargava B. N.*, 1962. A two-component model of the annual line in the spectrum of the geomagnetic field. *Ann. Géophys.*, 28: 357—361.
236. *Bhartendu*, 1969. Audio-frequency pressure variations from lightning discharges. *J. Atmos. Terr. Phys.*, 31: 743—747.
237. *Bhartendu*, 1971. Relation of the atmospheric potential gradient with meteorological elements — cross-power spectral analysis. *Pure Appl. Geophys.*, 88: 210—227.

238. *Bhattacharya B.*, 1971. Analysis of a vertical dike, infinitely deep, striking north by Fourier transform. *Pure Appl. Geophys.*, 89: 134—138.
239. *Bhattacharyya B. K.*, 1965. Two-dimensional harmonic analysis as a tool for magnetic interpretation. *Geophysics*, 30: 829—857.
240. *Bhattacharyya B. K.*, 1966. Continuous spectrum of the total-magnetic-field anomaly due to a rectangular prismatic body. *Geophysics*, 31: 97—121.
241. *Bhattacharyya B. K.*, 1967. Some general properties of potential fields in space and frequency domain: a review. *Geoexploration*, 5: 127—143.
242. *Bhattacharyya B. K.*, 1969. Bicubic spline interpolation as a method for treatment of potential field data. *Geophysics*, 34: 402—423.
243. *Bilham R., Evans R., King G., Lawson A. and McKenzie D.*, 1972. Earth strain tides observed in Yorkshire, England with a simple wire strainmeter. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 29: 473—485.
244. *Bingham Ch., Godfrey M. D. and Tukey J. W.*, 1967. Modern techniques of power spectrum estimation. *IEEE Trans. Audio Electroacoustics*, AU-15: 56—66.
245. *Black D. I.*, 1970. Lunar and solar magnetic variations at Abinger: their detection and estimation by spectral analysis via Fourier transforms. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A*, 268: 233—263.
246. *Black D. I. and Scollar I.*, 1969. Spatial filtering in the wave-vector domain. *Geophysics*, 34: 916—923.
247. *Blackman R. B. and Tukey J. W.*, 1959. *The Measurement of Power Spectra*. Dover Publications, 190 pp.
248. *Bloch S. and Hales A. L.*, 1968. New techniques for the determination of surface wave phase velocities. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58: 1021—1034.
249. *Bloch S., Hales A. L. and Landisman M.*, 1969. Velocities in the crust and upper mantle of southern Africa from multi-mode surface wave dispersion. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 1599—1629.
250. *Bloch B. and Dratler J.*, 1972. A review of tidal earth normal mode and seismic data obtained with quartz torsion accelerometers. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 31: 239—269.
251. *Blum P. A. and Gaulton R.*, 1971. Detection et traitement des ondes sismiques de très basses fréquences. *Ann. Géophys.*, 27: 123—140.
252. *Blum P. A. and Hatzfeld D.*, 1970. Étude régionale de l'influence océanique sur l'inclinaison — Premiers résultats à la station De Moulis. *Obs. R. Belg. Comm. (Géophys.)*, A9: 102—105.
253. *Blume J. A.*, 1970. An engineering intensity scale for earthquakes and other ground motion. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 217—229.
254. *Bodoky T., Korvin G., Liptai I. and Sipos J.*, 1972. An analysis of the initial seismic pulse near underground explosions. *Geofiz. Köül. (Budapest)*, 20, 3—4: 7—27.
255. *Bogert B. P.*, 1961a. Seismic data collection, reduction, and digitization. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 51: 515—525.
256. *Bogert B. P.*, 1961b. An observation of free oscillations of the earth. *J. Geophys. Res.*, 66: 643—646.
257. *Bogert B. P., Healy M. J. R. and Tukey J. W.*, 1963. The quefrency analysis of time series for echoes: cepstrum, pseudo-autocovariance, cross-cepstrum and saphe cracking. In: M. Rosenblatt (Editor), *Time Series Analysis*. Wiley, pp. 209—243.
258. *Bois P.*, 1972. Analyse sequentielle. *Geophys. Prospect.*, 20: 497—513.
259. *Bollinger G. A.*, 1968. Determination of earthquake fault parameters from long-period P-waves. *J. Geophys. Res.*, 73: 785—807.
260. *Bollinger G. A.*, 1970. Fault length and fracture velocity for the Kyushu, Japan, earthquake of October 3, 1963. *J. Geophys. Res.*, 75: 955—964.
261. *Bolt B. A.*, 1964. Recent information on the earth's interior from studies of mantle waves and eigenvibrations. In: L. H. Ahrens, F. Press, S. K. Runcom and H. C. Urey (Editors), *Physics and Chemistry of the Earth*, Vol. 5. Pergamon Press, pp. 55—119.
262. *Bolt B. A. and Marussi A.*, 1962. Eigenvibrations of the earth observed at Trieste. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 6: 299—311. Revised (1963) in *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 7: 510—512.

263. *Bolt B. A., Niazi M. and Sommerville M. R.*, 1970. Diffracted ScS and the shear velocity at the core boundary. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 19: 299—305.
264. *Bonjer K.-P. and Fuchs K.*, 1970. Crustal structure in southwest Germany from spectral transfer ratios of longperiod bodywaves. *Int. Upper Mantle Prof., Sci. Rep.* 27: 198—202.
265. *Bonjer K.-P., Fuchs K. and Wohlenberg J.*, 1970. Crustal structure of the East African rift system from spectral response ratios of long-period body waves. *Z. Geophys.*, 36: 287—297.
266. *Boore D. M. and Toksöz M. N.*, 1969. Rayleigh wave particle motion and crustal structure. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 331—346.
267. *Boore D. M., Lerner K. L. and Aki K.*, 1971. Comparison of two independent methods for the solution of wave-scattering problems: of a sedimentary basin to vertically incident SH waves. *J. Geophys. Res.*, 76: 558—569.
268. *Borcherdt R. D.*, 1970. Effects of local geology on ground motion near San Francisco Bay. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 29—61.
269. *Bowden K. F.*, 1962a. Turbulence. In: M. N. Hill (Editor), *The Sea*, Vol. 1. Interscience, pp. 802—825.
270. *Bowden K. F.*, 1962b. Measurements of turbulence near the sea bed in a tidal current. *J. Geophys. Res.*, 67: 3181—3186.
271. *Bowden K. F. and White R. A.*, 1966. Measurements of the orbital velocities of sea waves and their use in determining the directional spectrum. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 12: 33—54.
272. *Bowne N. E. and Ball J. T.* 1970. Observational comparison of rural and urban boundary layer turbulence. *J. Appl. Meteorol.*, 9: 862—873.
273. *Bozhko G. N. and Starovoit O. E.*, 1968. Phase velocities of Rayleigh waves on the Russian platform. In: E. Bisztricsány (Editor), *Proc. 8th Assem. Eur. Seismol. Comm. Akad. Kiadó, Budapest*, pp. 339—343.
274. *Bracewell R.*, 1965. *The Fourier Transform and Its Applications*. McGraw-Hill, 381 pp.
275. *Bradner H. and Dodds J. G.*, 1964. Comparative seismic noise on the ocean bottom and on land. *J. Geophys. Res.*, 69: 4339—4348.
276. *Bradner H., Dodds J. G. and Foulks R. E.*, 1965. Investigation of microseism sources with ocean-bottom seismometers. *Geophysics*, 30: 511—526.
277. *Bradner H., De Jerphanion L. G. and Langlois R.*, 1970. Ocean microseism measurements with a neutral buoyancy free-floating midwater seismometer. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 1139—1150.
278. *Brekhovskikh L. M., Fedorov K. N., Fomin L. M., Koshyakov M. N. and Yampolsky A. D.*, 1971. Large-scale multi-buoy experiments in the tropical Atlantic. *Deep-Sea Res.*, 18: 1189—1206.
279. *Bretherton F. P.*, 1969. Momentum transport by gravity waves. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 95: 213—243.
280. *Brier G. W.*, 1961. Some statistical aspects of long-term fluctuations in solar and atmospheric phenomena. *Ann. N. Y. Acad. Sci.*, 95: 173—187.
281. *Brier G. W.*, 1968. Long range prediction of the zonal westerlies and some problems in data analysis. *Rev. Geophys.*, 6: 525—551.
282. *Brillinger D. R.*, 1968. Estimation of the cross-spectrum of a stationary bivariate Gaussian process from its zeros. *J. R. Stat. Soc. B* 30: 145—159.
283. *Briscoe M. G.*, 1972. A note internal gravity wave spectra. *J. Geophys. Res.*, 77: 3278—3280.
284. *Brock H. W.*, 1969a. Determination of the aliasing band corresponding to each spectrum peak in ocean-bottom temperature spectra. *J. Geophys. Res.* 74: 5439—5448.
285. *Brock H. W.*, 1969b. Fluctuations in bottom temperature at 2000 meter depth off the Blake Plateau. *J. Geophys. Res.* 74: 5449—5452.
286. *Brook R. R.*, 1972. The measurement of turbulence in a city environment. *J. Appl. Meteorol.*, 11: 443—450.
287. *Brooks J. A.*, 1969. Rayleigh waves in southern New Guinea. I. Higher mode group velocities. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 945—958.
288. *Brown R. J.*, 1973. Slowness and azimuth at the Uppsala array. Part 1: array calibration and event location. *Pure Appl. Geophys.*, 105: 759—769.

289. *Brune J. N.*, 1960. Radiation pattern of Rayleigh waves from the southeast Alaska earthquake of July 10, 1958. *Publ. Dom. Obs. Ottawa*, 24: 373—383.
290. *Brune J. N.*, 1962. Attenuation of dispersed wave trains. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 52: 109—112.
291. *Brune J. N.*, 1965. The sa phase from the Hindu Kush earthquake of July 6, 1962. *Pure Appl. Geophys.*, 62: 81—95.
292. *Brune J. N.*, 1970. Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes. *J. Geophys. Res.*, 75: 4997—5009.
293. *Brune J. N.*, 1971. Correction to «Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes». *J. Geophys. Res.*, 76: 5502.
294. *Brune J. N.* and *King C.-Y.*, 1967. Excitation of mantle Rayleigh waves of period 100 seconds as a function of magnitude. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 1355—1365.
295. *Brune J. N.* and *Pomeroy P. W.*, 1963. Surface wave radiation patterns for underground nuclear explosions and small-magnitude earthquakes. *J. Geophys. Res.*, 68: 5005—5028.
296. *Brune J. N.*, *Nafe J. E.* and *Oliver J.*, 1960. A simplified method for the analysis and synthesis of dispersed wave trains. *J. Geophys. Res.*, 65: 287—304.
297. *Brune J. N.*, *Nafe J. E.* and *Alsop L. W.*, 1961a. The polar phase shift of surface waves on a sphere. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 51: 247—257.
298. *Brune J. N.*, *Benioff H.* and *Ewing M.*, 1961b. Long-period surface waves from the Chilean earthquake of May 22, 1960, recorded on linear strain seismographs. *J. Geophys. Res.*, 66: 2895—2910.
299. *Bryson R. A.* and *Dutton J. A.*, 1961. Some aspects of the variance spectra of tree rings and varves. *Ann. N. Y. Acad. Sci.*, 95: 580—604.
300. *Buchbinder G. G. R.*, 1968. Amplitude spectra of PcP and P phases. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58: 1797—1819.
301. *Buchheim W.* and *Smith S. W.*, 1961. The earth's free oscillations observed on earth tide instruments at Tiefenort, East Germany. *J. Geophys. Res.*, 66: 3608—3610.
302. *Bufe C. G.* and *Willis D. E.*, 1969. High frequency teleseismic energy from Aleutian sources. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 2061—2070.
303. *Bull G.* and *Neisser J.*, 1968. Untersuchungen der atmosphärischen Feinstruktur mit Hilfe von Ausbreitungsmessungen im Mikrowellenbereich. *Gerlands Beitr. Geophys.*, 77: 394—410.
304. *Bullard E. C.*, 1967. The removal of trend from magnetic surveys Earth Planet. Sci. Lett., 2: 293—300.
305. *Bullard E. C.* and *Mason R. G.*, 1963. The magnetic field over the oceans. In: M. N. Hill (Editor), *The Sea*, Vol. 3, Interscience, pp. 175—217.
306. *Bungum H.*, *Rygg E.* and *Bruland L.*, 1971. Short-period seismic noise structure at the Norwegian seismic array. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 61: 357—373.
307. *Bunting D. C.*, 1970. Evaluating forecasts of ocean-wave spectra. *J. Geophys. Res.*, 75: 4131—4143.
308. *Burke M. D.*, *Kanasevich E. R.*, *Malinsky J. D.* and *Montalbetti J. F.*, 1970. A wide-band digital seismograph system. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 1417—1426.
309. *Burkhardt H.*, 1964. Some physical aspects of seismic scaling laws for underwater explosions. *Geophys. Prospect.*, 12: 192—214.
310. *Burkhardt H.*, *Rosenbach O.* and *Vees R.*, 1968. Der seismische Impuls bei Unterwassersprengungen in verschiedenen Registrierentfernungen. In: E. Bisztricsány (Editor), *Proc. 8th Assen. Eur. Sei. ol. Comm. Akad. Kiadó, Budapest*, pp. 33—42.
311. *Burling R. W.*, 1959. The spectrum of waves at short fetches. *Dtsche Hydrog. Z.*, 12: 45—64 and 96—117.
312. *Busch N. E.* and *Panofsky H. A.*, 1968. Resent spectra of atmospheric turbulence. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 94: 132—148.
313. *Bushnell R. H.* and *Huss P. O.*, 1958. A power spectrum of surface winds. *J. Meteorol.*, 15: 180—183.
314. *Businger J. A.* and *Suomi V. E.*, 1958. Variance spectra of the vertical wind component derived from observations with the sonic anemometer at O'Neill, Nebraska in 1953. *Arch. Meteorol. Geophys. Bioklimatol.*, A 10: 415—425.

315. *Bustamante J. I.*, 1964. Response spectra of earthquakes on very soft clay. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 855—866.
316. *Cagnetti P.* and *Giudici G.*, 1966. Determinazione dello spettro della componente verticale del vento in località Casaccia. *Atti Conv. Ann., Assoc. Geofis. Ital.*, 15: 147—165.
317. *Cairns J. L.*, 1968. Thermocline strength fluctuations in coastal waters. *J. Geophys. Res.*, 73: 2591—2595.
318. *Cairns J. L.* and *LaFond E. C.*, 1966. Periodic motions of the seasonal thermocline along the southern California coast. *J. Geophys. Res.*, 71: 3903—3915.
319. *Camfield P. A.*, *Gough. D. I.* and *Porath H.*, 1971. Magnetometer array studies in the northwestern United States and southwestern Canada. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 22: 201—221.
320. *Campbell G. A.* and *Foster R. M.*, 1948. *Fourier Integrals for Practical Applications*. Van Nostrand 177 pp.
321. *Campbell W. H.*, 1966. A review of the equatorial studies of rapid fluctuations in the earth's magnetic field. *Ann. Geophys.*, 22: 492—501.
322. *Campbell W. H.*, 1967. Geomagnetic pulsations. In: S. Matsushita and W. H. Campbell (Editors), *Physics of Geomagnetic Phenomena*. Acad. Press, Int. Geophys. Ser., 11: 821—909.
323. *Caner B.*, 1971. Quantitative interpretation of geomagnetic depth-sounding data in western Canada. *J. Geophys. Res.*, 76: 7202—7216.
324. *Caner B.* and *Auld D. R.*, 1968. Magneto-telluric determination of upper-mantle conductivity structure at Victoria, British Columbia. *Can. J. Earth Sci.*, 5: 1209—1220.
325. *Caner B.*, *Cannon W. H.* and *Livingstone C. E.*, 1967. Geomagnetic depth sounding and uppermantle structure in the Cordillera region of western North America. *J. Geophys. Res.*, 72: 6335—6351.
326. *Caner B.*, *Camfield P. A.*, *Andersen F.* and *Niblett E. R.*, 1969. A large-scale magnetotelluric survey in Western Canada. *Can. J. Earth Sci.*, 6: 1245—1261.
327. *Caner B.*, *Auld D. R.*, *Dragert H.* and *Camfield P. A.*, 1971. Geomagnetic depth-sounding and crustal structure in western Canada. *J. Geophys. Res.*, 76: 7181—7201.
328. *Canitez N.*, 1972. Source mechanism and rupture propagation in the Mudurnu Valley, Turkey, earthquake of July 22, 1967. *Pure Appl. Geophys.* 93: 116—124.
329. *Canitez N.* and *Toksöz M. N.*, 1971. Focal mechanism and source depth of earthquakes from body- and surface-wave data. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 61: 1369—1379.
330. *Canitez N.* and *Toksöz M. N.*, 1972. Static and dynamic study of earthquake source mechanism: San Fernando earthquake. *J. Geophys. Res.*, 77: 2583—2594.
331. *Cannon G. A.*, 1971. Statistical characteristics of velocity fluctuations at intermediate scales in a coastal plain estuary. *J. Geophys. Res.*, 76: 5852—5858.
332. *Cantwell T.* and *Madden T. R.*, 1960. Preliminary report on crustal magnetotelluric measurements. *J. Geophys. Res.*, 65: 4202—4205.
333. *Capon J.*, 1969a. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proc. IEEE*, 57: 1408—1418.
334. *Capon J.*, 1969b. Investigation of long-period noise at the Large Aperture Seismic Array. *J. Geophys. Res.*, 74: 3182—3194.
335. *Capon J.*, 1970. Analysis of Rayleigh-wave multipath propagation at LASA. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 1701—1731.
336. *Capon J.*, 1972. Long-period signal processing results for LASA, NORSAR and ALPA. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 31: 279—296.
337. *Capon J.* and *Evernden J. F.*, 1971. Detection of interfering Rayleigh waves at LASA. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 61: 807—849.
338. *Capon J.*, *Greenfield R. J.* and *Kolher R. J.*, 1967. Multidimensional maximum-likelihood processing of a Large Aperture Seismic Array. *Proc. IEEE*, 55: 192—211.
339. *Capon J.*, *Greenfield R. J.* and *Lacoss R. T.*, 1969. Long-period signal processing results for the Large Aperture Seismic Array. *Geophysics*, 34: 305—329.

340. Caputo M., Pieri L. and Rossi Testi F., 1972. Land subsidence in Venice and Porto Corsini. *Ann. Geofis.*, 25: 55—61.
341. Carozzo M. T. and Mosetti F., 1966. Coefficients and tables for two-dimensional periodical analysis. *Boll. Geofis. Teor. Appl.*, 8: 264—285.
342. Cartwright D. E., 1962. Waves, analysis and statistics. In: M. N. Hill (Editor), *The Sea*, Vol. 1. Interscience, pp. 567—589.
343. Cartwright D. E. and Tayler R. J., 1971. New Computations of the tide-generating potential. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 23: 45—73.
344. Caslen U., Choudhury K. R. and Gutdeutsch R., 1969. Anlage, Durchführung und Analyse von Hydrophon- und Geophonregistrierungen bei seismischen Messungen im Okerstausee. *Hamb. Geophys. Einzelschriften*, H. 12, 137 pp.
345. Cehak K. and Pichler H., 1969a. Die Persistenz der solaren und geomagnetischen Aktivität (I. Mitteilung). *Arch. Meteorol. Geophys. Bioklimatol.*, A 18: 147—165.
346. Cehak K. and Pichler H., 1969b. Die Persistenz der solaren und geomagnetischen Aktivität (II. Mitteilung). *Arch. Meteorol. Geophys. Bioklimatol.*, A 18: 365—376.
347. Chan S. H. and Leong L. S., 1972. Analysis of least-squares smoothing operators in the frequency domain. *Geophys. Prospect.*, 20: 892—900.
348. Chander R. and Brune J. N., 1965. Radiation pattern of mantle Rayleigh waves and the source mechanism of the Hindu Kush earthquake of July 6, 1962. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 55: 805—819.
349. Chander R., Alsop L. E. and Oliver J., 1968. On the synthesis of shear-coupled PL-waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58: 1849—1877.
350. Chandra N. N. and Cumming G. L., 1972. Rotated power spectra of microseisms. *Can. J. Earth Sci.*, 9: 325—338.
351. Chandra U., 1970a. Analysis of body-wave spectra for earthquake energy determination. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 539—563.
352. Chandra U., 1970b. Comparison of focal mechanism solutions obtained from P- and S-wave data. *J. Geophys. Res.*, 75: 3411—3420.
353. Chandra U., 1970c. Stationary phase approximation in focal mechanism determination. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 1221—1229.
354. Chang C.-P., Morris V. F. and Wallace J. M., 1970. A statistical study of easterly waves in the western Pacific: July—December 1964. *J. Atmos. Sci.*, 27: 195—201.
355. Chang M. S., 1969. Mass transport in deep-water long-crested random gravity waves. *J. Geophys. Res.*, 74: 1515—1536.
356. Chapman S. and Bartels J., 1940, 1951. *Geomagnetism*, Vol. 2. Clarendon Press, pp. 543—1049.
357. Chapman S. and Malin S. R. C., 1970. Atmospheric tides, thermal and gravitational: nomenclature, notation and new results. *J. Atmos. Sci.*, 27: 707—710.
358. Charnock H., 1957. Notes on the specification of atmospheric turbulence. *J. R. Stat. Soc.*, A 120: 398—408.
359. Chattopadhyay J., 1970. Power spectrum analysis of atmospheric ozone content over north India. *Pure Appl. Geophys.*, 83: 111—119.
360. Chattopadhyay J. and Rathor H. S., 1972. Power spectrum analysis of atmospheric ozone during the summer. *Pure Appl. Geophys.*, 95: 186—193.
361. Chernikov A. A., Mel' nichuk Yu. V., Pinus N. Z., Shmeter S. M. and Vinnichenko N. K., 1969. Investigations of the turbulence in convective atmosphere using radar and aircraft. *Radio Sci.*, 4: 1257—1259.
362. Chiu W., 1960. The spectra of large-scale turbulent transfer of momentum and heat. *J. Meteorol.*, 17: 435—441.
363. Chiu W.-C., 1967. On the interpretation of the energy spectrum. *Am. J. Phys.*, 35: 642—648.
364. Chiu W.-C., 1970. On the spectral equations and the statistical energy spectrum of atmospheric motions in the frequency domain. *Tellus*, 22: 608—619.
365. Chiu W.-C., and Crutcher H. L., 1966. The spectrums of angular momentum transfer in the atmosphere. *J. Geophys. Res.*, 71: 1017—1032.

366. *Chiu W.-C. and Rib L. N.*, 1956. The rate of dissipation of energy and the energy spectrum in a low-speed turbulent jet. *Trans. Am. Geophys. Union*, 37: 13—26.
367. *Shopra A. K.*, 1966. The importance of the vertical component of earthquake motions. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 56: 1163—1175.
368. *Choudhury M. A.*, 1972. P-wave attenuation in the mantle. *Z. Geophys.*, 38: 447—453.
369. *Choudhury M. A. and Dorel J.*, 1973. Spectral ratio of short-period ScP and ScS phases in relation to the a tenuous in the mantle beneath the Tasman Sea and the Antarctic region. *J. Geophys. Res.*, 78: 462—469.
370. *Cisneros A.*, 1961. Crustal structure of the Andes from Rayleigh wave dispersion. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 51: 381—388.
371. *Clarke G. K. C.*, 1969. Optimum second-derivative and downward-continuation filters. *Geophysics*, 34: 424—437.
372. *Cleary J. R. and Peaslee D. C.*, 1962. Amplitude perturbations in Rayleigh waves. *J. Geophys. Res.*, 67: 4741—4749.
373. *Clewell D. H. and Simon R. F.*, 1950. Seismic wave propagation. *Geophysics*, 15: 51—60.
374. *Cloud W. K. and Carder D. S.*, 1969. Ground effects from the Boxcar and Benham nuclear explosions. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 2371—2381.
375. *Cloud W. K. and Hudson D. E.*, 1961. A simplified instrument for recording strong motion earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 51: 159—174.
376. *Cloud W. K. and Perez V.*, 1967. Accelerograms — Parkfield earthquake. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 1179—1192.
377. *Clough R. W.*, 1962. Earthquake analysis by response spectrum superposition. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 52: 647—660.
378. *Clowes R. M. and Kanasewich E. R.*, 1970. Seismic attenuation and the nature of reflecting horizons within the crust. *J. Geophys. Res.*, 75: 6693—6705.
379. *Clowes R. M., Kanasewich E. R. and Cumming G. L.*, 1968. Deep crustal seismic reflections at near-vertical incidence. *Geophysics*, 33: 441—451.
380. *Coantic M. and Leducq D.*, 1969. Turbulent fluctuations of humidity and their measurement. *Radio Sci.*, 4: 1169—1174.
381. *Cochran W. T., Cooley J. W., Favon D. L., Helms H. D., Kaenel R. A., Lang W. W., Maling G. C., Jr., Nelson D. E., Rader C. M. and Welch P. D.*, 1967. What is the Fast Fourier Transform? *IEEE Trans. Audio Electroacoustics*, AU-15: 45—55.
382. *Cochrane N. A. and Hyndman R. D.*, 1970. A new analysis of geomagnetic depth-sounding data from western Canada. *Can. J. Earth Sci.*, 7: 1208—1218.
383. *Cohen T. J.*, 1970. Source-depth determinations using spectral, pseudo-autocorrelation and cepstral analysis. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 20: 223—231.
384. *Coleman P. J., Jr. and Smith E. J.*, 1966. An interpretation of the subsidiary peaks at periods near 27 days in the power spectra of CI and Kp. *J. Geophys. Res.*, 71: 4685—4686.
385. *Collins J. L.*, 1972. Prediction of shallow-water spectra. *J. Geophys. Res.*, 77: 2693—2707.
386. *Connes J., Blum P. A. and Jobert G. and N.*, 1962. Observations des oscillations propres de la terre. *Ann. Geophys.*, 18: 260—288.
387. *Conrad V. and Pollak L. W.*, 1950. *Methods in Climatology*. Harvard Univ. Press, 2nd ed., 459 pp.
388. *Console R. and Peronaci F.*, 1971. Studio degli accelerogrammi ottenuti nei recenti eventi sismici dell'Italia centrale. *Ann. Geofis.*, 24: 497—514.
389. *Coode A. M.*, 1966. An analysis of major tectonic features. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 12: 55—66.
390. *Coode A. M.*, 1967. The spherical harmonic analysis of major tectonic features. In: S. K. Runcorn (Editor), *Mantles of the Earth and Terrestrial Planets*. Interscience, pp. 489—498.
391. *Cook E. E. and Taner M. T.*, 1969. Velocity spectra and their use in stratigraphic and lithologic differentiation. *Geophys. Prospect.*, 17: 433—448.
392. *Cooley J. W. and Tukey J. W.*, 1965. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Math. Comput.*, 19: 297—301.

393. *Cooley J. W., Lewis P. A. W. and Welch P. D., 1967a.* Historical notes on the Fast Fourier Transform. *IEEE Trans. Audio Electroacoustics*, AU-15: 76—79.
394. *Cooley J. W., Lewis P. A. W. and Welch P. D., 1967b.* Application of the Fast Fourier Transform to computation of Fourier integrals, Fourier series, and convolution integrals. *IEEE Trans. Audio Electroacoustics*, AU-15: 79—84.
395. *Cordell L. and Taylor P. T., 1971.* Investigation of magnetization and density of a North Atlantic seamount using Poisson's theorem. *Geophysics*, 36: 919—937.
396. *Cornett J. S. and Brundidge K. C., 1970.* A comparison of the wind spectra calculated from data obtained by independent sampling methods. *Mon. Weather Rev.*, 98: 233—237.
397. *Cox C. S., 1962.* Internal waves, Part II. In: M. N. Hill (Editor), *The Sea*, Vol. 1. Interscience, pp. 752—763.
398. *Craddock J. M., 1957.* An analysis of the slower temperature variations at Kew Observatory by means of mutually exclusive band pass filters. *J. R. Stat. Soc.*, A 120: 387—397.
399. *Cramer H. E., 1959.* Measurements of turbulence structure near the ground within the frequency range from 0.5 to 0.01 cycles sec⁻¹. *Adv. Geophys.*, 6: 75—96.
400. *Crampin S. and Bath M., 1965.* Higher modes of seismic surface waves: Mode separation. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 10: 81—92.
401. *Crawford F. S., Jr., 1965.* *Waves*. Berkeley Physics Course, Vol. 3, McGraw-Hill, 600 pp.
402. *Currie R. G., 1966.* The geomagnetic spectrum — 40 days to 5.5 years. *J. Geophys. Res.*, 71: 4579—4598.
403. *Currie R. G., 1967.* Magnetic shielding properties of the earth's mantle. *J. Geophys. Res.*, 72: 2623—2633.
404. *Currie R. G., 1968.* Geomagnetic spectrum of internal origin and lower mantle conductivity. *J. Geophys. Res.*, 73: 2779—2786.
405. *Czepa O. and Schellenberger G., 1960.* Methoden und Ergebnisse der statistischen Seegangsanalyse. *Gerlands Beitr. Geophys.*, 69: 206—239.
406. *Darby E. K. and Davies E. B., 1967.* The analysis and design of two-dimensional filters for two-dimensional data. *Geophys. Prospect.*, 15: 383—406.
407. *Darbyshire J., 1950.* Identification of microseismic activity with sea waves. *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 202: 439—448.
408. *Darbyshire J., 1962.* Microseisms. In: M. N. Hill (Editor), *The Sea*, vol. 1. Interscience, pp. 700—719.
409. *Darbyshire J., 1961.* A study of microseisms in South Africa. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 8: 165—175.
410. *Darbyshire J., 1970a.* Wave measurements with a radar altimeter over the Irish Sea. *Deep-Sea Res.*, 17: 893—901.
411. *Darbyshire J., 1970b.* Time variation of the depth of a high salinity layer in the Celtic Sea. *Deep-Sea Res.*, 17: 903—911.
412. *Darbyshire J. and Okeke E. O., 1969.* A study of primary and secondary microseisms recorded in Anglesey. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 17: 63—92.
413. *Dartl D. G. and Belmont A. D., 1964.* Periodic features of the 50-millibar zonal winds in the tropics. *J. Geophys. Res.*, 69: 2887—2893.
414. *Dash B. P. and Obaidullah K. A., 1970.* Determination of signal and noise statistics using correlation theory. *Geophysics*, 35: 24—32.
415. *Davenport A. G., 1961.* The spectrum of horizontal gustiness near the ground in high winds. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 87: 194—211.
416. *Davenport W. B., Jr. and Root W. L., 1958.* *An Introduction to the Theory of Random Signals and Noise*. McGraw-Hill, 393 pp.
417. *Davidson M. J., 1964.* Average diurnal characteristics of geomagnetic power spectrums in the period range 4.5 to 1000 seconds. *J. Geophys. Res.*, 69: 5116—5119.
418. *Davidson M. J. and Heirtzler J. R., 1968.* Spatial coherence of geomagnetic rapid variations. *J. Geophys. Res.*, 73: 2143—2162.
419. *Davies D., Kelly E. J. and Filson J. R., 1971.* Vespa process for analysis of seismic signals. *Nature, Phys. Sci.*, 232 (26): 8—13.

420. *Davies J. B.* and *Smith S. W.*, 1968. Source parameters of earthquakes, and discrimination between earthquakes and nuclear explosions. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58: 1503—1517.
421. *Davis L. L.* and *West L. R.*, 1973. Observed effects of topography on ground motion. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 63: 283—298.
422. *Davis T. M.*, 1971. A filtering technique for interpreting the gravity anomaly generated by a two-dimensional fault. *Geophysics*, 36: 554—570.
423. *Deacon G. E. R.*, 1949. Recent studies of waves and swell. *Ann. N. Y. Acad. Sci.*, 51: 475—482.
424. *Dean W. C.*, 1958. Frequency analysis for gravity and magnetic interpretation. *Geophysics*, 23: 97—127.
425. *Dean W. C.*, 1964. Seismological applications of Laguerre expansions. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 395—407.
426. *De Bremaecker J. Cl.*, 1964. Detection of small arrivals. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 2141—2163.
427. *De Bremaecker J. Cl.*, 1965. Microseisms from hurricane «Hilda». *Science*, 148: 1725—1727.
428. *De Bremaecker J. Cl.*, *Donoho, P.* and *Michel J. G.* A direct digitizing seismograph. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 52: 661—672.
429. *De Bremaecker J. Cl.*, *Sitton G. A.*, *Rust S. K.*, *Graham M. H.* and *Schutz, T. C.*, 1963. The Rice digital seismograph system. *J. Geophys. Res.*, 68: 5029—5034.
430. *DeLeonibus P. S.*, 1971. Momentum flux and wave spectra observations from an ocean tower. *J. Geophys. Res.*, 76: 6506—6527.
431. *DeLeonibus P. S.* and *Simpson L. S.*, 1972. Case study of duration-limited wave spectra observed at an open ocean tower. *J. Geophys. Res.*, 77: 4555—4569.
432. *Denham D.*, 1968. Thickness of the earth's crust in Papua New Guinea and the British Solomon Islands. *Aust. J. Sci.*, 30: 277.
433. *DeNoyer J.*, 1964. High-frequency microearthquakes recorded at Quetta, Pakistan. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 2133—2139.
434. *DeNoyer J.*, *Willis D. E.* and *Wilson J. T.*, 1962. Observed asymmetry of amplitudes from a high explosive source. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 52: 133—137.
435. *DeNoyer J. M.*, *Franliti G. E.* and *Willis D. E.*, 1966. Short note on underwater sound measurements from the Lake Superior experiment. *Am. Geophys. Union, Geophys. Monogr.*, 10: 241—248.
436. *Der Z. A.*, 1969. Surface wave components in microseisms. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 665—672.
437. *Der Z.*, *Massé R.* and *Landisman M.*, 1970. Effects of observational errors on the resolution of surface waves at intermediate distances. *J. Geophys. Res.*, 75: 3399—3409.
438. *Derr J. S.*, 1969a. Free oscillation observations through 1968. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 2079—2099.
439. *Derr J. S.*, 1969b. Internal structure of the earth inferred from free oscillations. *J. Geophys. Res.*, 74: 5202—5220.
440. *Derr J. S.*, 1970. Discrimination of earthquakes and explosions by the Rayleigh-wave spectral ratio. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 1653—1668.
441. *Dewart G.* and *Tohsöz M. N.*, 1965. Crustal structure in east Antarctica from surface wave dispersion. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 10: 127—139.
442. *Dickson R. R.*, 1971. On the relationship of variance spectra of temperature to the large-scale atmospheric circulation. *J. Appl. Meteorol.*, 10: 186—193.
443. *Dinger J. E.*, 1963. Comparison of ocean-wave and microseism spectrums as recorded at Barbados, West Indies. *J. Geophys. Res.*, 68: 3465—3471.
444. *Dobes K.*, *Prikner K.* and *Strestik J.*, 1970. Processings of records of rapid variations of the geomagnetic field by computer. *Trav. Inst. Geophys. Acad. Tchecoslov. Sci.*, 18: 335—348.
445. *Dobes K.*, *Strestik J.* and *Prikner K.*, 1971. Numerical calculation of frequency-time displays using amplitude-time records. *Studie Geophys. Geodaet.*, 15: 331—339.

446. *Dobrin M. B., Ingalls A. L. and Long J. A.*, 1965. Velocity and frequency filtering of seismic data using laser light. *Geophysics*, 30: 1144—1178.
447. *Dobson E. B.*, 1970. Measurement of the fine-scale structure of the sea. *J. Geophys. Res.*, 75: 2853—2856.
448. *Dohler G. C. and Ku L. F.*, 1970. Presentation and assessment of tides and water level records for geophysical investigations. *Can. J. Earth Sci.*, 7: 607—625.
449. *Donn W. L. and Posmentier E. S.*, 1967. Infrasonic waves from the marine storm of April 7, 1956. *J. Geophys. Res.*, 72: 2053—2061.
450. *Donn W. L., Pattullo J. G. and Shaw D. M.*, 1964. Sea-level fluctuations and long waves. In: H. Odishaw (Editor), *Research in Geophysics Vol. 2*. M. I. T. Press, pp. 243—269.
451. *Dorman L.-R. M.*, 1968. Anelasticity and the spectra of body waves. *J. Geophys. Res.*, 73: 3877—3883.
452. *Douglas A., Hudson J. A. and Blamey C.*, 1972. A quantitative evaluation of seismic signals at teleseismic distances. III. Computed P- and Rayleigh wave seismograms. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 28: 385—410.
453. *Douglas B. M. and Ryall A.*, 1972. Spectral characteristics and stress drop for microearthquakes near Fairview Peak, Nevada. *J. Geophys. Res.*, 77: 351—359.
454. *Douglas B. M., Ryall A. and Williams R.*, 1970. Spectral characteristics of central Nevada microearthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 1547—1559.
455. *Douze E. J.*, 1964a. Signal and noise in deep wells. *Geophysics*, 29: 721—732.
456. *Douze E. J.*, 1964b. Rayleigh waves in short-period seismic noise. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 1197—1212.
457. *Douze E. J.*, 1966. Noise attenuation in shallow holes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 56: 619—632.
458. *Douze E. J.*, 1967. Short-period seismic noise. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 55—81.
459. *Dragasevic T.*, 1970. On some characteristics of waves generated by explosion and earthquake. *Bull. Geofis. Teor. Appl.*, 12: 208—224.
460. *Drattler J., Farrell W. E., Block B. and Gilbert F.*, 1971. High-Q overtone modes of the earth. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 23: 208—410.
461. *Duclaux F.*, 1971. Etude des spectres du signal sismique initial lors d'un tir nucléaire souterrain. Détermination du coefficient d'atténuation dans le granite. *Pure Appl. Geophys.*, 85: 75—89.
462. *Duclaux F., Albaret A., Ferrieux H. and Perrier M.*, 1969. Etudes sismiques effectuées à l'occasion des tirs nucléaires souterrains français. *Ann. Geophys.*, 25: 681—692.
463. *Duda S. J.*, 1965. Secular seismic energy release in the circum-Pacific belt. *Tectonophysics*, 2: 409—452.
464. *Duffus H. J., Shand J. A., and Wright C. S.*, 1962a. Short-range spatial coherence of geomagnetic micropulsations. *Can. J. Phys.*, 40: 218—225.
465. *Duffus H. J., Kinnear J. K., Shand J. A., and Wright C. S.*, 1962b. Spatial variations in geomagnetic micropulsations. *Can. J. Phys.*, 40: 1133—1152.
466. *Duke C. M., Luco J. E., Carriveau A. R., Hradilek P. J., Lastrico R. and Ostrom D.*, 1970. Strong earthquake motion and site conditions: Hollywood. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 1271—1289.
467. *Dutton J. A.*, 1962. Space and time response of airborne radiation sensors for the measurement of ground variables. *J. Geophys. Res.*, 67: 195—205.
468. *Dutton J. A.*, 1963. The rate of change of the kinetic energy spectrum of flow in a compressible fluid. *J. Atmos. Sci.*, 20: 107—114.
469. *Dutton J. A.*, 1971. Clear-air turbulence, aviation, and atmospheric science. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 9: 613—657.
470. *Dyer R. M.*, 1970. Persistence in snowfall intensities measured at the ground. *J. Appl. Meteorol.*, 9: 29—34.
471. *Dziewonski A. M. and Hales A. L.*, 1972. Numerical analysis of dispersed seismic waves. In: B. A. Bolt (Editor), *Methods in Computational Physics*, Vol. 11. Academic Press, pp. 39—85.

472. *Dziewonski A. and Landisman M.*, 1970. Great circle Rayleigh and Love wave dispersion from 100 to 900 seconds. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 19: 37—91.
473. *Dziewonski A., Landisman M., Bloch S., Sato, Y. and Asano S.*, 1968. Progress report on recent improvements in the analysis of surface wave observations. *J. Phys. Earth*, 16 (Spec. Issue); 1—26.
474. *Dziewonski A., Bloch S. and Landisman M.*, 1969. A technique for the analysis of transient seismic signals. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 427—444.
475. *Dziewonski A., Mills J. and Bloch S.*, 1972. Residual dispersion measurement — a new method of surface-wave analysis. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62: 129—139.
476. *Dzodencuková A.*, 1972. Spectrum of the geomagnetic field in central Europe. *Studia Geophys. Res.*, 68: 6279—6286.
477. *Eckhardt D., Larner K., and Madden T.*, 1963. Long-period magnetic fluctuations and mantle electrical conductivity estimates. *J. Geophys. Res.*, 68: 6279—6286.
478. *Edwards R. N. and Kurtz R. D.*, 1971. 27-day recurrence phenomena in the geomagnetic field at Alert, Can. *J. Earth Sci.*, 8: 1382—1387.
479. *Eleman F.*, 1967. Studies of giant pulsations, continuous pulsations, and pulsation trains in the geomagnetic field. *Ark. Geofys. (Stockh)*, 5: 231—282.
480. *Eliassen E. and Machenhauer B.*, 1965. A study of the fluctuations of the atmospheric planetary flow patterns represented by spherical harmonics. *Tellus*, 17: 220—238.
481. *Eliassen E. and Machenhauer B.*, 1969. On the observed large-scale atmospheric wave motions. *Tellus*, 21: 149—166.
482. *Ellis R. M. and Basham P. W.*, 1968. Crustal characteristics from short-period P-waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58: 1681—1700.
483. *Ellsaesser H. W.*, 1966. Expansion of hemispheric meteorological data in anti-symmetric surface spherical harmonic (Laplace) series. *J. Appl. Meteorol.*, 5: 263—276.
484. *Ely R. P., Jr.*, 1958. Spectral analysis of the u-component of wind velocity at three meters. *J. Meteorol.*, 15: 196—201.
485. *Embrec P., Burg J. P. and Backus M. M.*, 1963. Wide-band velocity filtering — the Pie-Slice process. *Geophysics*, 28: 948—974.
486. *Endlich R. M., Singleton R. C. and Kaufman J. W.*, 1969. Spectral analysis of detailed vertical wind speed profiles. *J. Atmos. Sci.*, 26: 1030—1041.
487. *Erdelyi A.* (Editor), 1954. *Tables of Integral Transforms*, Vol. 1. *Bate-man Manuscript Project*, McGraw—Hill, 391 pp.
488. *Espinosa A. F.*, 1969. Ground amplification study at two sites near Bakersfield, California. *Earthquake Notes*, 40 (3): 3—20.
489. *Espinosa A. F., Sutton G. H. and Miller H. J.*, 1962. A transient technique for seismograph calibration. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 52: 767—779.
490. *Essenwanger O. and Reiter E. R.*, 1969. Power spectrum, structure function, vertical wind shear, and turbulence in troposphere and stratosphere. *Arch. Meteorol. Geophys. Bioklimatol.*, A 18: 17—24.
491. *Estoque M. A.*, 1955. The spectrum of large-scale turbulent transfer of momentum and heat. *Tellus*, 7: 177—185.
492. *Everett J. E. and Hyndman R. D.*, 1967. Geomagnetic variations and electrical conductivity structure in southwestern Australia. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 1: 24—34.
493. *Evernden J. F., Best W. J., Pomeroy P. W., McEvilly T. V., Savino J. M. and Sykes L. R.*, 1971. Discrimination between small-magnitude earthquakes and explosions. *J. Geophys. Res.*, 76: 8042—8055.
494. *Ewing J. A.*, 1969. Some measurements of the directional wave spectrum. *J. Mar. Res.*, 27: 163—171.
495. *Ewing J. A.*, 1971. A numerical wave prediction method for the North Atlantic Ocean. *Dtsche Hydrogr. Z.*, 24: 241—261.
496. *Ewing M., Mueller S., Landisman M. and Sató Y.*, 1959. Transient analysis of earthquake and explosion arrivals. *Geofis. Pura Appl.*, 44: 83—118.
497. *Ewing M., Mueller S., Landisman M. and Sató Y.*, 1961a. Transient phenomena in explosive sound. In: L. Cremer (Editor), *Proc. 3rd. Int Congr. Acoustics*, 1959, 1: 274—276.

498. Ewing M., Mueller S., Landisman M. and Sató Y., 1961b. Dispersive transients in earthquake signals. In: L. Cremer (Editor), Proc. 3rd Int. Congr. Acoustics, 1959. I: 426—428.
499. Fail J. P. and Grau G., 1963. Les filtres en éventail. Geophys. Prospect., 11: 131—163.
500. Fairbridge R. W. (Editor), 1961. Solar variations, climatic change, and related geophysical problems. Ann. N. Y. Acad. Sci., 95: 1—740.
501. Fansclau G. and Kautzleben H., 1958. Die analytische Darstellung des geomagnetischen Feldes. Geofis. Pura Appl., 41: 33—72.
502. Fara H. D. and Scheidegger A. E., 1961. Statistical geometry of porous media. J. Geophys. Res., 66: 3279—3284.
503. Fernandez L. M., S. J., 1967. Master curves for the response of layered systems to compressional seismic waves. Bull. Seismol. Soc. Am., 57: 515—543.
504. Fernandez L. M. and Careaga J., 1968. The thickness of the crust in central United States and La Paz, Bolivia, from the spectrum of longitudinal seismic waves. Bull. Seismol. Soc. Am., 58: 711—741.
505. Fes A. A., 1969. Power spectrum of thunder. J. Geophys. Res., 74: 6926—6934.
506. Fichtl G. H., 1968. Characteristics of turbulence observed at the NASA 150-m meteorological tower. J. Appl. Meteorol., 7: 838—844.
507. Fichtl G. H. and McVehil G. E., 1970. Longitudinal and lateral spectra of turbulence in the atmospheric boundary layer at the Kennedy Space Center. J. Appl. Meteorol., 9: 51—63.
508. Fiedler F. and Panofsky H. A., 1970. Atmospheric scales and spectral gaps. Bull. Am. Meteorol. Soc., 51: 1114—1119.
509. Filson J. and Frasier C. W., 1972. Multisite estimation of explosive source parameters. J. Geophys. Res., 77: 2045—2061.
510. Filson J. and McEvilly T. V., 1967. Love wave spectra and the mechanism of the 1966 Parkfield sequence. Bull. Seismol. Soc. Am., 57: 1245—1258.
511. Finetti I., Nicolich R. and Sancin S., 1971. Review on the basic theoretical assumptions in seismic digital filtering. Geophys. Prospect., 19: 292—320.
512. Fisher R. A., 1929. Test of significance in harmonic analysis. Proc. R. Soc. London, Ser. A, 125: 54—59.
513. Fix J. E., 1972. Ambient earth motion in the period range from 0.1 to 2560 sec. Bull. Seismol. Soc. Am., 62: 1753—1760.
514. Fofonoff N. P., 1969. Spectral characteristics of internal waves in the ocean. Deep-Sea Res., 16 (Suppl.): 59—71.
515. Foote G. B., 1968. Variance spectrum analysis of Doppler radar observations in continuous precipitation. J. Appl. Meteorol., 7: 459—464.
516. Foster M. R. and Guinzy N. J., 1967. The coefficient of coherence: its estimation and use in geophysical data processing. Geophysics, 32: 602—616.
517. Fougere P. F., 1963. Spherical harmonic analysis. 1. A new method and its verification. J. Geophys. Res., 68: 1131—1139.
518. Fougere P. F., 1965. Spherical harmonic analysis. 2. A new model derived from magnetic observatory data for epoch 1960.0. J. Geophys. Res., 70: 2171—2179.
519. Frantti G. E., 1963a. The nature of high-frequency earth noise spectra. Geophysics, 28: 547—562.
520. Frantti G. E., 1963b. Spectral energy density for quarry explosions. Bull. Seismol. Soc. Am., 53: 989—996.
521. Frantti G. E., 1963c. Energy spectra for underground explosions. Bull. Seismol. Soc. Am., 53: 997—1005.
522. Frantti G. E., 1965. Attenuation of Pn from offshore Maine explosions. Bull. Seismol. Soc. Am., 55: 417—423.
523. Frantti G. E., Willis D. E. and Wilson J. T., 1962. The spectrum of seismic noise. Bull. Seismol. Soc. Am., 52: 113—121.
524. Fraser D. C., 1956. The magnetic fields of ocean waves. Geophys. J. R. Astron. Soc., 11: 507—517.
525. Fraser D. C., Fuller B. D. and Ward S. H., 1966. Some numerical techniques for application in mining exploration. Geophysics, 31: 1066—1077.

526. *Frasier C. W. and Filson J.*, 1972. A direct measurement of the earth's short-period attenuation along a teleseismic ray path. *J. Geophys. Res.*, 77: 3782—3787.

527. *Fukao Y.*, 1972. Source process of a large deep-focus earthquake and its tectonic implications — the western Brazil earthquake of 1963. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 5: 61—76.

528. *Fuller B. D.*, 1967. Two-dimensional frequency analysis and design of grid operators. *Mining Geophys., Soc. Explor. Geophys.*, 2: 658—708.

529. *Furumoto A. S.*, 1972. Source mechanism study by Rayleigh wave analysis. In: *Comm. Alaska Earthquake, Div. Earth Sci., Natl. Res. Council (Editors), The Great Alaska Earthquake of 1964. Seismology and Geodesy. Natl. Acad. Sci.*, pp. 259—264.

530. *Garner D. M.*, 1969. Vertical surface acceleration in a wind-generated sea. *Dische Hydrogr. Z.*, 22: 163—168.

531. *Garratt J. R.*, 1972. Studies of turbulence in the surface layer over water (Lough Neagh). Part II. Production and dissipation of velocity and temperature fluctuations. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 98: 642—657.

532. *Garrett J.*, 1969. Some new observations on the equilibrium region of the wind-wave spectrum. *J. Mar. Res.*, 27: 273—277.

533. *Gauton R.*, 1971. Observations des oscillations propres sphéroïdales et toroïdales. I. Mode fondamentale pour des ordres compris entre 2 et 51. *Ann. Geophys.*, 27: 141—149.

534. *Gauton R.*, 1972a. Observations des vibrations propres sphéroïdales et toroïdales. II. Ordres supérieurs à 51. *Ann. Geophys.*, 28: 225—239.

535. *Gauton R.*, 1972b. Observations des vibrations propres sphéroïdales et toroïdales. III. Observations des harmoniques. *Ann. Geophys.*, 28: 241—246.

536. *Gentleman W. M. and Sande G.*, 1966. Fast Fourier transforms — for fun and profit. *Proc. Fall Joint Comput. Conf. AFIPS, Washington, D. C., Spartan*, 29: 563—578.

537. *Ghosh A. K. and Scheidegger A. E.*, 1971. A study of natural wiggly lines in hydrology. *J. Hydrol.*, 13: 101—126.

538. *Gilbert F. and Backus G.*, 1965. The rotational splitting of the free oscillations of the earth. 2. *Rev. Geophys.*, 3: 1—9.

539. *Gilbert F. and MacDonald G. J. F.*, 1960. Free oscillations of the earth. I. Toroidal oscillations. *J. Geophys. Res.*, 65: 675—693.

540. *Glassman J. A.*, 1970. A generalization of the Fast Fourier Transform. *IEEE Trans. Comput.*, C-19: 105—116.

541. *Glover P. and Alexander S. S.*, 1969. Lateral variations in crustal structure beneath the Montana LASA. *J. Geophys. Res.*, 74: 505—531.

542. *Godfrey M. D.*, 1965. An exploratory study of the bi-spectrum of economic time series. *Appl. Stat., R. Stat. Soc.*, C 14: 48—69.

543. *Godin G.*, 1967. The analysis of current observations. *Int. Hydrogr. Rev.*, 44: 149—165.

544. *Goertzel G.*, 1960. Fourier analysis. In: *A. Ralston and H. S. Wiff (Editors), Mathematical Methods for Digital Computers. Wiley*, pp. 258—262.

545. *Goforth T. T., Douze E. J. and Sorrells G. G.*, 1972. Seismic noise measurements in a geothermal area. *Geophys. Prospect.*, 20: 76—82.

546. *Gold B. and Rader C. M.*, 1969. *Digital Processing of Signals. McGraw-Hill*, 269 pp.

547. *Gold L. W.*, 1964. Analysis of annual variations in ground temperature at an Ottawa site. *Can. J. Earth Sci.*, 1: 146—157.

548. *Goodman N. R.*, 1961. Some comments on spectral analysis of time series. *Technometrics*, 3: 221—228.

549. *Goodman N. R. and Dubman M. R.*, 1969. Theory of time-varying spectral analysis and complex Wishart matrix processes. In: *P. R. Krishnaiah (Editor), Multivariate Analysis, II. Acad. Press*, pp. 351—366.

550. *Gossard E. E.*, 1960. Spectra of atmospheric scalars. *J. Geophys. Res.*, 65: 3339—3351.

551. *Grau G. (Editor)*, 1966. *Le fillrage en sismique. I. L'Institut Français du Pétrole. Technip*, 234 pp.

552. *Green A. G.*, 1972. Magnetic profile analysis. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 30: 393—403.
553. *Green P. E., Jr., Kelly E. J., Jr. and Levin M. J.*, 1966. A comparison of seismic array processing methods. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 11: 67—84.
554. *Griffith H. L., Panofsky H. A. and Van der Hoven I.*, 1956. Power spectrum analysis over large ranges of frequency. *J. Meteorol.*, 13: 279—282.
555. *Grossling B. F.*, 1959. Seismic waves from the underground atomic explosion in Nevada. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 49: 11—32.
556. *Groves G. W.*, 1955. Numerical filters for discrimination against tidal periodicities. *Trans. Am. Geophys. Union*, 36: 1073—1084.
557. *Groves G. W.*, 1956. Periodic variation of sea level induced by equatorial waves in the easterlies. *Deep-Sea Res.*, 3: 248—252.
558. *Groves G. W. and Hannan E. J.*, 1968. Time series regression of sea level on weather. *Rev. Geophys.*, 6: 129—174.
559. *Groves G. W. and Miyata, M.*, 1967. On weather-induced long waves in the equatorial Pacific. *J. Mar. Res.*, 25: 115—128.
560. *Groves G. W. and Zetter B. D.*, 1964. The cross-spectrum of sea level at San Francisco and Honolulu. *J. Mar. Res.*, 22: 269—275.
561. *Gubbins D., Scollar I. and Wiskirchen P.*, 1971. Two-dimensional digital filtering with Haar and Walsh transforms. *Ann. Geophys.*, 27: 85—104.
562. *Gudmundsson G.*, 1966. Interpretation of one-dimensional magnetic anomalies by use of the Fourier—transform. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 12: 87—97.
563. *Gudmundsson G.*, 1967. Spectral analysis of magnetic surveys. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 13: 325—337.
564. *Guha S. K.*, 1970. The effect of focal depth on the spectra of P-waves. I. Theoretical formulation. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 1437—1456.
565. *Guha S. K. and Stauder W.*, 1970. The effect of focal depth on the spectra of P-waves. II. Observational studies. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 1457—1477.
566. *Gupta J. C. and Chapman S.*, 1969. Lunar daily harmonic geomagnetic variation as indicated by spectral analysis. *J. Atmos. Terr. Phys.*, 31: 233—252.
567. *Gurbuz B. M.*, 1970. A study of the earth's crust and upper mantle using travel times and spectrum characteristics of body waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 1921—1935.
568. *Gurwitsch I. I.*, 1970. Seismische Erkundung. Geest and Portig, 699 pp.
569. *Gutenberg B.*, 1957. Spectrum of P and S in records of distant earthquakes. *Z. Geophys.*, 23: 316—319.
570. *Gutenberg B.*, 1958. Attenuation of seismic waves in the earth's mantle. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 48: 269—282.
571. *Gutenberg B. and Richter C. F.*, 1954. *Seismicity of the Earth*. Princeton Univ. Press, 310 pp.
572. *Gutenberg B. and Richter C. F.*, 1956. Earthquake magnitude, intensity, energy, and acceleration, 2. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 46: 105—145.
573. *Haase K. H.*, 1961. Eine neue Methode der Fourier-Analyse und-Synthese. In: L. Cremer (Editor). *Proc. 3rd Int. Congr. Acoustics*, 1959, II: 727—729.
574. *Haddon R. A. W. and Bullen K. E.*, 1969. An earth model incorporating free earth oscillation data. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 2: 35—49.
575. *Hagiwara Y.*, 1965. Analysis of the results of the aeromagnetic surveys over volcanoes in Japan (I). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 43: 529—547.
576. *Hagiwara Y.*, 1967. Analyses of gravity values in Japan. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 45: 1091—1228.
577. *Hahn A.*, 1965. Two applications of Fourier's analysis for the interpretation of geomagnetic anomalies. *J. Geomagn. Geoelectr.*, 17: 195—225.
578. *Hales A. L. and Roberts J. L.*, 1970. The travel times of S and SKS. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 461—489.
579. *Hall F.*, 1950. Communication theory applied to meteorological measurements. *J. Meteorol.*, 7: 121—129.
580. *Halpern D.*, 1971. Semidiurnal internal tides in Massachusetts Bay. *J. Geophys. Res.*, 76: 6573—6584.
581. *Hamming R. W.*, 1962. *Numerical Methods for Scientists and Engineers*. McGraw-Hill, 411 pp.

582. *Hamon B. V.*, 1962. The spectrums of mean sea level at Sydney, Coff's Harbour, and Lord Howe Island. *J. Geophys. Res.*, 67: 5147—5155.
583. *Hamon B. V.*, 1966. Continental shelf waves and the effects of atmospheric pressure and wind stress on sea level. *J. Geophys. Res.*, 71: 2883—2893.
584. *Hamon B. V.*, 1968. Spectrum of sea level at Lord Howe Island in relation to circulation. *J. Geophys. Res.*, 73: 6925—6927.
585. *Hamon B. V.* and *Hannan E. J.*, 1963. Estimating relations between time series. *J. Geophys. Res.*, 68: 6033—6041.
586. *Hanks T. C.* and *Thatcher W.*, 1972. A graphical representation of seismic source parameters. *J. Geophys. Res.*, 77: 4393—4405.
587. *Hanks T. C.* and *Wyss M.*, 1972. The use of body-wave spectra in the determination of seismic source parameters. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62: 561—589.
588. *Hannan E. J.*, 1966. Spectral analysis for geophysical data. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 11: 225—236.
589. *Hannon W. J.*, 1964. An application of the Haskell-Thomson matrix method to the synthesis of the surface motion due to dilatational waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 2067—2079.
590. *Hannon W. J.* and *Kowach R. L.*, 1956. Velocity filtering of seismic core phases. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 56: 441—454.
591. *Harkrider D. G.*, 1964. Theoretical and observed acoustic-gravity waves from explosive sources in the atmosphere. *J. Geophys. Res.*, 69: 5295—5321.
592. *Harkrider D. G.*, 1970. Surface waves in multilayered elastic media. Part II. Higher mode spectra and spectral ratios from point sources in plane layered earth models. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 1937—1987.
593. *Harkrider D. G.* and *Anderson D. L.*, 1966. Surface wave energy from point sources in plane layered earth models. *J. Geophys. Res.*, 71: 2967—2980.
594. *Harmuth H. F.*, 1972. *Transmission of Information by Orthogonal Functions*. Springer Verlag, 2nd ed., 393 pp.
595. *Harper B. P.*, 1961. Energy spectra of 500-mbar meridional circulation indices. *J. Meteorol.*, 18: 487—493.
596. *Harris B.* (Editor), 1967. *Spectral Analysis of Time Series*. Wiley, 319 pp.
597. *Harrison J. C.*, *Ness N. F.*, *Longman I. M.*, *Forbes R. F. S.*, *Kraut E. A.* and *Slichter L. B.*, 1963. Earth-tide observations made during the International Geophysical Year. *J. Geophys. Res.*, 68: 1497—1516.
598. *Hasegawa H. S.*, 1969. A study of the effects of the Yellowknife crustal structure upon the P-coda of teleseismic events. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 18: 159—175.
599. *Hasegawa H. S.*, 1970. Short-period P-coda characteristics in the eastern Canadian shield. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 839—858.
600. *Hasegawa H. S.*, 1971a. Analysis of teleseismic signals from underground nuclear explosions originating in four geological environments. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 24: 365—381.
601. *Hasegawa H. S.*, 1971b. Crustal transfer ratios of short- and long-period body waves recorded at Yellowknife. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 61: 1303—1320.
602. *Hasegawa H. S.*, 1972. Analysis of amplitude spectra of P-waves from earthquakes and underground explosions. *J. Geophys. Res.*, 77: 3081—3096.
603. *Haskell N. A.*, 1953. The dispersion of surface waves on multilayered media. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 43: 17—34.
604. *Haskell N. A.*, 1960. Crustal reflection of plane SH-waves. *J. Geophys. Res.*, 65: 4147—4150.
605. *Haskell N. A.*, 1962. Crustal reflection of plane P- and SV-waves. *J. Geophys. Res.*, 67: 4751—4767.
606. *Haskell N. A.*, 1964. Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 1811—1841.
607. *Haskell N. A.*, 1966a. Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults. Part II. A statistical source model. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 56: 125—140.
608. *Haskell N. A.*, 1966b. The leakage attenuation of continental crustal P-waves. *J. Geophys. Res.*, 71: 3955—3967.

609. Hasselmann K. and Collins J. I., 1968. Spectral dissipation of finite-depth gravity waves due to turbulent bottom friction. *J. Mar. Res.*, 26: 1—12.
610. Hasselmann K., Munk W. and MacDonald G., 1963. Bispectra of ocean waves. In: M. Rosenblatt (Editor), *Time Series Analysis*. Wiley, pp. 125—139.
611. Hatherton T., 1960. Microseisms at Scott Base. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 3: 381—405.
612. Hatori T., 1967. The wave form of tsunami on the continental shelf. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 45: 79—90.
613. Hatori T., 1968. Study on distant tsunamis along the coast of Japan. Part 2, Tsunamis of South American origin. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 46: 345—359.
614. Hatori T., 1969a. A study of the wave sources of the Hiuganada tsunamis. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 47: 55—53.
615. Hatori T., 1969b. Analyses of oceanic long-period waves at Hachijo Island. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 863—874.
616. Hatori T., 1971. Tsunami sources in Hokkaido and southern Kuril regions. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 49: 63—75.
617. Hattori S., 1972. Investigation of seismic waves generated by small explosions. *Bull. Int. Inst. Seismol. Earthquake Eng.*, 9: 27—105.
618. Haubrich R. A., 1965. Earth noise, 5 to 500 millicycles per second. 1. Spectral stationarity, normality, and nonlinearity. *J. Geophys. Res.*, 70: 1415—1427.
619. Haubrich R. A., 1968. Array design. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58: 977—991.
620. Haubrich R. A., 1969. Spectra of earthquake time series. *EOS, Trans. Am. Geophys. Union*, 50: 409—410.
621. Haubrich R. A. and Iyer H. M., 1962. A digital seismograph system for measuring earth noise. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 52: 87—93.
622. Haubrich R. A. and MacKenzie G. S., 1965. Earth noise 5 to 500 millicycles per second. 2. Reaction of the earth to oceans and atmosphere. *J. Geophys. Res.*, 70: 1429—1440.
623. Haubrich R. A. and McCamy K., 1969. Microseisms: Coastal and pelagic sources. *Rev. Geophys.*, 7: 539—571.
624. Haubrich R. A., Munk W. H. and Snodgrass F. E., 1963. Comparative spectra of microseisms and swell. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 53: 27—37.
625. Haubrich R., Jr. and Munk W., 1959. The pole tide. *J. Geophys. Res.*, 64: 2373—2388.
626. Hauska H., 1972. Geomagnetic activity—Periodic variations and connection to solar and interplanetary magnetic fields. *Acta Univ. Ups.*, Abstr. Upps. Diss. Fac. Sci., No 216: 9 pp.
627. Hays W. W., 1969. Amplitude and frequency characteristics of elastic wave types generated by the underground nuclear detonation, Boxcar. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 2283—2293.
628. Healy J. H., King C.-Y. and O'Neill M. E., 1971. Source parameters of the Salmon and Sterling nuclear explosions from seismic measurements. *J. Geophys. Res.*, 76: 3344—3355.
629. Hecht A. and Hughes P., 1971. Observations of temperature fluctuations in the upper layers of the Bay of Biscay. *Deep-Sea Res.*, 18: 663—684.
630. Hecht A. and White R. A., 1968. Temperature fluctuations in the upper layer of the ocean. *Deep-Sea Res.*, 15: 339—353.
631. Heirtzler J. R. and Le Pichon X., 1965. Crustal structure of the mid-ocean ridges. 3. Magnetic anomalies over the mid-Atlantic ridge. *J. Geophys. Res.*, 70: 4013—4033.
632. Heirtzler J. R., Nichols D. L. and Santirocco R. A., 1960. Some observations of the geomagnetic fluctuation spectrum at audio frequencies. *J. Geophys. Res.*, 65: 2345—2347.
633. Heiskanen W. A. and Vening Meinesz F. A., 1958. *The Earth and Its Gravity Field*. McGraw-Hill, 470 pp.
634. Helmberger D. and Wiggins R. A., 1971. Upper-mantle structure of mid-western United States. *J. Geophys. Res.*, 76: 3229—3245.

635. *Henderson R. G. and Cordell L.*, 1971. Reduction of unevenly spaced potential field data to a horizontal plane by means of finite harmonic series. *Geophys. Res.*, 36: 856—866.
636. *Henry R. M. and Hess S. L.*, 1958. A study of the large-scale spectra of some meteorological parameters. *J. Meteorol.*, 15: 397—403.
637. *Herbst R. F., Werth G. C. and Springer D. L.*, 1961. Use of large cavities to reduce seismic waves from underground explosions. *J. Geophys. Res.*, 66: 959—978.
638. *Hermance J. F.*, 1969. Resolution of ocean floor magnetotelluric data. *J. Geophys. Res.*, 74: 5527—5532.
639. *Herron T. J.*, 1966. Phase characteristics of geomagnetic micropulsations. *J. Geophys. Res.*, 71: 871—889.
640. *Herron T. J.*, 1967. An average geomagnetic power spectrum for the period range 4.5 to 12900 seconds. *J. Geophys. Res.*, 72: 759—761.
641. *Herron T. J., Tolstoy I. and Kraft D. W.*, 1969. Atmospheric pressure background fluctuations in the mesoscale range. *J. Geophys. Res.*, 74: 1321—1329.
642. *Hess G. D. and Clarke R. H.*, 1973. Time spectra and cross-spectra of kinetic energy in the planetary boundary layer. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 99: 130—153.
643. *Higuchi H.*, 1963. On the behavior of Chilean tsunamis in the Seto inland sea. *Geophys. Pap.* dedicated to Prof. K. Sassa (Kyoto). Publ. Office, Geophys. Inst., Kyoto, pp. 49—57.
644. *Hill M. N.* (Editor), 1962. *The Sea*. Vol. 1, *Physical Oceanography*. Interscience, 864 pp.
645. *Hinde B. J. and Gaunt D. I.*, 1966. Some new techniques for recording and analysing microseisms. *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 290: 297—317.
646. *Hinich M. J.*, 1967. Estimation of exponential power spectra. *J. Acoust. Soc. Am.*, 42: 422—427.
647. *Hinich M. J. and Clay C. S.*, 1968. The application of the discrete Fourier transform in the estimation of power spectra, coherence, and bispectra of geophysical data. *Rev. Geophys.*, 6: 347—363.
648. *Hinze J. O.*, 1959. *Turbulence*. McGraw-Hill, 586 pp.
649. *Hirasawa T.*, 1965. Source mechanism of the Niigata earthquake of June 16, 1964, as derived from body waves. *J. Phys. Earth*, 13: 35—66.
650. *Hirasawa T. and Berry M. J.*, 1971. Reflected and head waves from a linear transition layer in a fluid medium. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 61: 1—25.
651. *Hirasawa T. and Nagata T.*, 1966. Spectral analysis of geomagnetic pulsations from 0.5 to 100 sec in period for the quiet sun condition. *Pure Appl. Geophys.*, 65: 102—124.
652. *Hirasawa T. and Stauder W., S. J.*, 1964. Spectral analysis of body waves from the earthquake of February 18, 1956. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 2017—2055.
653. *Hirasawa T. and Stauder W., S. J.*, 1965. On the seismic body waves from a finite moving source. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 55: 237—262.
654. *Hirono T., Sugehiro S., Furuta M. and Koide K.*, 1968. Noise attenuation in shallow holes (I). *Pap. Meteorol. Geophys.*, 19: 323—339.
655. *Hirono T., Sugehiro S., Furuta M. and Sato K.*, 1969. Noise attenuation in shallow holes (II). Improvement of signal to noise ratio. *Pap. Meteorol. Geophys.*, 20: 189—206.
656. *Hirshberg J., Currie R. G. and Breiner S.*, 1972. Long-period geomagnetic fluctuations after the earthquake. In: *Comm. Alaska Earthquake*, Div. Earth Sci., Natl. Council (Editors), *The Great Alaska Earthquake of 1964*. Seismology and Geodesy. Natl. Acad. Sci., pp. 520—522.
657. *Hoffman A. A. J. and Horton C. W.*, 1966. An analysis of some magnetotelluric records from Tikhaya Bay, U. S. S. R. *J. Geophys. Res.*, 71: 4047—4052.
658. *Hollan E.*, 1966. Das Spektrum der internen Bewegungsvorgänge der westlichen Ostsee im Periodenbereich von 0.3 bis 60 Minuten. *Dtsche Hydrogr. Z.*, 19: 193—218 and 285—298.
659. *Holloway J. L., Jr.*, 1958. Smoothing and filtering of time series and space fields. *Adv. Geophys.*, 4: 351—389.

660. *Holmes C. R., Brook M., Krehbiel P. and McCrory R.*, 1971. On the power spectrum and mechanism of thunder. *J. Geophys. Res.*, 76: 2106—2115.
661. *Horai K.-J. and Simmons G.*, 1968. Seismic travel time anomaly due to anomalous heat flow and density. *J. Geophys. Res.*, 73: 7577—7588.
662. *Horai K. and Simmons G.*, 1969. Spherical harmonic analysis of terrestrial heat flow. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 6: 386—394.
663. *Horn L. H. and Bryson R. A.*, 1963. An analysis of the geostrophic kinetic energy spectrum of large-scale atmospheric turbulence. *J. Geophys. Res.*, 68: 1059—1064.
664. *Horn W.*, 1960. The harmonic analysis, according to the least-square rule, of tide observations upon which an unknown drift is superposed. *Boll. Geofis. Teor. Appl.* 2: 218—222.
665. *Horton C. W. and Hoffman A. A. J.*, 1962. Power spectrum analysis of the telluric field at Tbilisi, U. S. S. R., for periods from 2.4 to 60 minutes. *J. Geophys. Res.*, 67: 3369—3371.
666. *Horton C. W., Hemphins W. B. and Hoffman A. A. J.*, 1964. A statistical analysis of some aeromagnetic maps from the northwestern Canadian shield. *Geophysics*, 29: 582—601.
667. *Housner G. W.*, 1955. Properties of strong ground motion earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 45: 197—218.
668. *Housner G. W. and Trifunac M. P.*, 1967. Analysis of Accelerograms—Parkfield earthquake. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 1193—1220.
669. *Housner G. W., Martel R. R. and Alford J. L.*, 1953. Spectrum analysis of strong-motion earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 43: 97—119.
670. *Howell B. F., Jr.*, 1966a. Simple digitizer for paper seismograms. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 56: 605—608.
671. *Howell B. F., Jr.*, 1966b. Lake Superior seismic experiment: frequency spectra and absorption. *Am. Geophys. Union, Geophys. Monogr.*, 10: 227—233.
672. *Howell B. F., Jr. and Baybrook T. G.*, 1967. Scale-model study of refraction along an irregular interface. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 443—446.
673. *Howell B. F., Andrews, A. B. and Huber R. E.*, 1959. Photomechanical method of frequency analysis of seismic pulses. *Geophysics*, 24: 692—705.
674. *Howell B. F., Jr., Lavin P. M., Watson R. J., Cheng Y. Y. and Lin J. L.*, 1967. Method for recognizing repeated pulse sequences in a seismogram. *J. Geophys. Res.*, 72: 3225—3232.
675. *Howell B. F., Jr., Lundquist G. M. and Yiu S. K.*, 1970. Integrated and frequency-band magnitude, two alternative measures of the size of an earthquake. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 917—937.
676. *Hsueh Y.*, 1968. Mesoscale turbulence spectra over the Indian Ocean. *J. Atmos. Sci.*, 25: 1052—1057.
677. *Huang Y. T.*, 1966. Spectral analysis of digitized seismic data. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 56: 425—440.
678. *Hudleston P. J.*, 1973. Fold morphology and some geometrical implications of theories of fold development. *Tectonophysics*, 16: 1—46.
679. *Hudson D. E.*, 1962. Some problems in the application of spectrum techniques to strong-motion earthquake analysis. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 52: 417—430.
680. *Hudson D. E.*, 1972. Local distribution of strong earthquake ground motions. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62: 1765—1786.
681. *Hudson D. E. and Housner G. W.*, 1956. An analysis of strong-motion accelerometer data from the San Francisco earthquake of March 22, 1957. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 48: 253—268.
682. *Hudson D. E., Alford J. L. and Iwan W. D.*, 1961. Ground accelerations caused by large quarry blasts. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 51: 191—202.
683. *Hunkins K.*, 1962. Waves on the Arctic Ocean. *J. Geophys. Res.*, 67: 2477—2489.
684. *Hunkins K.*, 1967. Inertial oscillations of Fletcher's ice island (T-3). *J. Geophys. Res.*, 72: 1165—1174.
685. *Hurwitz L., Knapp D. G., Nelson J. H. and Watson D. E.*, 1966. Mathematical model of the geomagnetic field for 1965. *J. Geophys. Res.*, 71: 2373—2383.

686. *Husebye E. S. and Jansson B.*, 1966. Application of array data processing techniques to the Swedish seismograph stations. *Pure Appl. Geophys.*, 63: 82—104.
687. *Hwang H. J.*, 1970. Power density spectrum of surface wind speed on Pahnrya Island. *Mon. Weather Rev.*, 98: 70—74.
688. *Ibrahim A. K.*, 1969. Determination of crustal thickness from spectral behavior of SH-waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 1247—1258.
689. *Ibrahim A. K.*, 1971a. Effects of a rigid core on the reflection and transmission coefficients from a multi-layered core-mantle boundary. *Pure Appl. Geophys.*, 91: 95—113.
690. *Ibrahim A. K.*, 1971b. The amplitude ratio PcP/P and the core-mantle boundary. *Pure Appl. Geophys.*, 91: 114—133.
691. *Ichikawa M. and Basham P. W.*, 1965. Variations in short-period records from Canadian seismograph stations. *Can. J. Earth Sci.*, 2: 510—542.
692. *Ichihye T.*, 1967. Upper ocean boundary-layer flow determined by dye diffusion. In: K. F. Bowden, F. N. Frenkiel and I. Tani (Editors), *Boundary Layers and Turbulence. The Physics of Fluids Suppl.* American Institute of Physics, pp. 270—277.
693. *Ichihye T.*, 1972. Power spectra of temperature and salinity fluctuations in the slope water off Cape Hatteras. *Pure Appl. Geophys.*, 96: 205—216.
694. *Imasato N.*, 1971. Study of seiche in Lake Biwa-ko (II) — On a numerical experiment by nonlinear two - dimensional model. *Contrib. Geophys. Inst., Kyoto Univ.*, 11: 77—90.
695. *Inman D., Munk W. and Balay M.*, 1961. Spectra of low-frequency ocean waves along the Argentine shelf. *Deep-Sea Res.*, 8: 155—164.
696. *Inston H. H., Marshall P. D. and Blamey C.*, 1971. Optimization of filter bandwidth in spectral analysis of wavetrains. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 23: 243—250.
697. *Irikura K., Matsuo K. and Yoshikawa S.*, 1971. An analysis of strong motion accelerograms near the epicenter. *Bull. Disaster Prev. Res. Inst. (Kyoto)*, 20 (4): 267—288.
698. *Isacks B. and Oliver J.*, 1964. Seismic waves with frequencies from 1 to 100 cycles per second recorded in a deep mine northern New Jersey. *Bull. Seismol. Soc., Am.*, 54: 1941—1979.
699. *Isozaki I.*, 1968. An investigation on the variations of sea level due to meteorological disturbances on the coast of the Japanese islands (I). On the accuracy of tide predictions. *Pap. Meteorol. Geophys.*, 19: 401—426.
700. *Israelson H.*, 1971. Spectral content of teleseismic P-waves recorded at the Hagfors Observatory. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 25: 89—95.
701. *Iyengar R. N. and Iyengar K. T. S. R.*, 1969. A nonstationary random process model for earthquake accelerograms. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 1163—1188.
702. *Iyer H. M.*, 1964. A frequency-velocity-energy diagram for the study of dispersive surface waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 183—190.
703. *Iyer H. M.*, 1968. Determination of frequency-wavenumber spectra using seismic arrays. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 16: 97—117.
704. *Iyer H. M.*, 1971. Variation of apparent velocity of teleseismic P-waves across the Large-Aperture Seismic Array, Montana. *J. Geophys. Res.*, 76: 8554—8567.
705. *Iyer H. M. and Healy J. H.*, 1972. Evidence for the existence of locally-generated body waves in the short-period noise at the Large Aperture Seismic Array, Montana. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62: 13—29.
706. *Izawa T.*, 1972a. Some considerations on the continuous space-time spectral analysis of atmospheric disturbances. *Par. Meteorol. Geophys.*, 23: 33—71.
707. *Izawa T.*, 1972b. Statistical aspects of lower atmospheric disturbances delineated from conventional and satellite data over the tropical Pacific. *Pap. Meteorol. Geophys.*, 23: 73—120.
708. *Jackson D. D. and Anderson D. L.*, 1970. Physical mechanisms of seismic-wave attenuation. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 8: 1—63.

709. *Jackson P. L.*, 1964. Time-varying spectra through optical diffraction scanning. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 485—500.
710. *Jackson P. L.*, 1965. Analysis of variable-density seismograms by means of optical diffraction. *Geophysics*, 30: 5—23.
711. *Jackson P. L.*, 1967. Truncations and phase relationships of sinusoids. *J. Geophys. Res.*, 72: 1400—1403.
712. *Jackson P. L.*, 1968. Sectional correlograms and convolutions by a simple optical method. *Geophysics*, 33: 747—754.
713. *Jacob K. H.* and *Hamada K.*, 1972. The upper mantle beneath the Aleutian Island arc from purepath Rayleigh-wave dispersion data. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62: 1439—1453.
714. *Jacqmin A.* and *Pekar L.*, 1969. Reflexions sur les applications de la transformée de Fourier en sismique et en gravimétrie. *Geophys. Prospect.*, 17: 294—326.
715. *Jaeger R. M.* and *Schuring D. J.*, 1966. Spectrum analysis of terrain of Mare Cognitum. *J. Geophys. Res.*, 71: 2023—2028.
716. *James D. E.* and *Linde A. T.*, 1971. A source of major error in the digital analysis of World Wide Standard Station seismograms. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 61: 723—728.
717. *Jankowski J.* and *Pawliszyn J.*, 1970. Combined utilization of natural variations in the earth's electromagnetic field for investigation of the deep structure. *Publ. Inst. Geophys. Polish Acad. Sci.*, 34: 121—128.
718. *Jansson B.* and *Husebye E. S.*, 1968. Application of array data processing techniques to a network of ordinary seismograph stations. *Pure Appl. Geophys.*, 69: 80—99.
719. *Jans J. H.*, 1923. The propagation of earthquake waves. *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 102: 554—574.
720. *Jeffreys H.*, 1964. Note on Fourier analysis of spectra. *Teshnometrics*, 3: 133—166.
721. *Jenkins G. M.*, 1961a. General considerations in the analysis of spectra. *Technometrics*, 3: 133—166.
722. *Jenkins G. M.*, 1961b. Comments on the discussions of Messrs. Tukey and Goodman. *Technometrics*, 3: 229—232.
723. *Jenkins G. M.*, 1965. A survey of spectral analysis. *Appl. Stat., R. Stat. Soc., C* 14: 2—32.
724. *Jenkins G. M.* and *Watts D. G.*, 1968. *Spectral Analysis and Its Applications*. Holden-Day, 525 pp.
725. *Jennison R. C.*, 1961. *Fourier Transforms and Convolutions for the Experimentalist*. Pergamon Press, 120 pp.
726. *Jenschke V. A.* and *Penzien J.*, 1964. Ground motion accelerogram analysis including dynamical instrumental correction. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 2087—2098.
727. *Jensen O. G.* and *Ellis R. M.*, 1970. Wave propagation in a horizontally-layered crust in terms of linear system theory. *Can. J. Earth Sci.*, 7: 1185—1193.
728. *Jensen O. G.* and *Ellis R. M.*, 1971. Generation of synthetic seismograms using linear systems theory. *Can. J. Earth Sci.*, 8: 1409—1422.
729. *Jeske H.*, 1969. Die Feinstruktur des Brechungsindexfeldes in Höhen zwischen 50 und 2400 m über See. *Z. Geophys.*, 35: 529—550.
730. *Jobert G.*, 1962. Remarques sur l'analyse spectrale des variations de la pesanteur. *Marées Terr.*, *Bull. d'Inform.*, 30: 740—742.
731. *Jobert G.*, 1953. Comparaison des résultats de l'analyse spectrale des marées terrestres avec les résultats théoriques. *Marées Terr.*, *Bull. d'Inform.*, 33: 4013—1016.
732. *Johnson G. G.* and *Vand V.*, 1967. Application of a Fourier data smoothing technique to the meteoritic crater Ries Kessel. *J. Geophys. Res.*, 72: 1741—1750.
733. *Johnson L. R.*, 1969. Array measurements of P-velocities in the lower mantle. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 973—1008.
734. *Johnson R. H.* and *Norris R. A.*, 1972. Significance of spectral banding in hydroacoustic signals from submarine volcanic eruptions: Myojin 1970. *J. Geophys. Res.*, 77: 4461—4469.

735. Jones F. W., 1969. Periodic variations in micropulsation dominant period. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 2: 50—54.
736. Jones F. W. and Geldart L. P., 1967. Vertical telluric currents. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 2: 69—74.
737. Jones F. W. and Geldart L. P., 1968. Spectral analysis of vertical and horizontal earth current components at separated locations. *Can. J. Earth Sci.*, 5: 1512—1517.
738. Jones F. W., Ku C. C. and Geldart L. P., 1969. Earth currents and magnetic field variations in the period range 10—200 s. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 17: 15—38.
739. Jones R. H., 1965. A reappraisal of the periodogram in spectral analysis. *Technometrics*, 7: 531—542.
740. Jones R. H., 1972. Aliasing with unequally spaced observations. *J. Appl. Meteorol.*, 11: 245—254.
741. Julian P. R., Washington W. M., Hembree L. and Ridley C., 1970. On the spectral distribution of large-scale atmospheric kinetic energy. *J. Atmos. Sci.*, 27: 376—387.
742. Kahn A. B., 1957. A generalization of average-correlation methods of spectrum analysis. *J. Meteorol.*, 14: 9—17.
743. Kahn A. B., 1962. Large-scale atmospheric spectra at 200 mbar. *J. Atmos. Sci.*, 19: 150—158.
744. Kaimal J. C. and Izumi Y., 1965. Vertical velocity fluctuations in a nocturnal low-level jet. *J. Appl. Meteorol.*, 4: 576—584.
745. Kaimal J. C., Wyngaard J. C., Izumi Y. and Coté O. R., 1972. Spectral characteristics of surface-layer turbulence Q. *J. R. Meteorol. Soc.*, 98: 563—589.
746. Kampé de Fériet J. and Frenkiel F. N., 1962. Correlations and spectra for non-stationary random functions. *Math. Comput.*, 16: 1—21.
747. Kanai K., 1957. Semi-empirical formula for the seismic characteristics of the ground. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 35: 309—325.
748. Kanai K., 1958. A study of strong earthquake motions. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 36: 295—309.
749. Kanai K., 1961. An empirical formula for the spectrum of strong earthquake motions. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 39: 85—95.
750. Kanai K., 1962a. On the spectrum of strong earthquake motions. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 40: 71—90.
751. Kanai K., 1962b. On the predominant period of earthquake motions. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 40: 855—860.
752. Kanai K. and Yoshizawa S., 1958. The amplitude and the period of earthquake motions (II). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 36: 275—293.
753. Kanai K., Tanaka T. and Yoshizawa S., 1959. Comparative studies of earthquake motions on the ground and underground. (Multiple reflection problem). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 37: 53—87.
754. Kanai K., Yoshizawa S. and Suzuki T., 1963. An empirical formula for the spectrum of strong earthquake motions. II. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 41: 261—270.
755. Kanai K., Tanaka T. and Yoshizawa S., 1965. On microtremors. IX. (Multiple reflection problem). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 43: 577—588.
756. Kanai K., Tanaka T., Yoshizawa S., Morishita T., Osada K. and Suzuki T., 1966a. Comparative studies of earthquake motions on the ground and underground. II. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 44: 609—643.
757. Kanai K., Tanaka T., Morishita T. and Osada K., 1966b. Observation of microtremors. XI. (Matsushiro earthquake swarm area). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 44: 1297—1333.
758. Kanamori H., 1967a. Spectrum of P and PcP in relation to the mantle-core boundary and attenuation in the mantle. *J. Geophys. Res.*, 72: 559—571.
759. Kanamori H., 1967b. Spectrum of short-period core phases in relation to the attenuation in the mantle. *J. Geophys. Res.*, 72: 2181—2186.
760. Kanamori H., 1970a. Synthesis of long-period surface waves and its applications to earthquake source studies — Kurile Islands earthquake of October 13, 1963. *J. Geophys. Res.*, 75: 5011—5027.

761. *Kanamori H.*, 1970b. The Alaska earthquake of 1964: Radiation on long-period surface waves and source mechanism. *J. Geophys. Res.*, 75: 5029—5040.
762. *Kanamori H.*, 1970c. Velocity and Q of mantle waves. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 2: 259—275.
763. *Kanamori H.*, 1971a. Focal mechanism of the Tokachi—Oki earthquake of May 16, 1968: Contortion of the lithosphere at a junction of two trenches. *Tectonophysics*, 12: 1—13.
764. *Kanamori H.*, 1971b. Seismological evidence for a lithosphere normal faulting—the Sanriku earthquake of 1933. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 4: 289—300.
765. *Kanamori H.* and *Abe K.*, 1968. Deep structure of island arcs as revealed by surface waves. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 46: 1001—1025.
766. *Kanari S.*, 1970. Internal waves in Lake Biwa (I). *Bull. Disaster Prev. Res. Inst. (Kyoto)*, 19 (3): 19—26.
767. *Kanasewich E. R.* and *Agarwal R. G.*, 1970. Analysis of combined gravity and magnetic fields in wave number domain. *J. Geophys. Res.*, 75: 5702—5712.
768. *Kao S.-K.*, 1965. Some aspects of the large-scale turbulence and diffusion in the atmosphere. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 91: 10—17.
769. *Kao S.-K.*, 1968. Governing equations and spectra for atmospheric motion and transports in frequency, wave-number space. *J. Atmos. Sci.*, 25: 32—38.
770. *Kao S.-K.*, 1970. Wavenumber—frequency spectra of temperature in the free atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, 27: 1000—1007.
771. *Kao S.-K.*, and *Al-Gain A. A.*, 1968. Large-scale dispersion of clusters of particles in the atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, 25: 214—221.
772. *Kao S.-K.*, and *Bullock W. S.*, 1964. Lagrangian and Eulerian correlations and energy spectra of geostrophic velocities. *Q. J.—R. Meteorol. Soc.*, 90: 166—174.
773. *Kao S.-K.* and *Gebhard J. B.*, 1971. An analysis of heat-, momentum- transports, and spectra for clear air turbulence in mid-stratosphere. *Pure Appl. Geophys.*, 88: 180—185.
774. *Kao S.-K.* and *Henderson D.*, 1970. Large-scale dispersion of clusters of particles in various flow patterns. *J. Geophys. Res.*, 75: 3104—3113.
775. *Kao S.-K.* and *Hill W. R.*, 1970. Characteristics of the large-scale dispersion of particles in the southern hemisphere. *J. Atmos. Sci.*, 27: 126—132.
776. *Kao S.-K.* and *Powell D. C.*, 1969. Large-scale dispersion of clusters of particles in the atmosphere. II. Stratosphere. *J. Atmos. Sci.*, 26: 734—740.
777. *Kao S.-K.* and *Sagendorf J. E.*, 1970. The large-scale meridional transport of sensible heat in wavenumber-frequency space *Tellus*, 22: 172—185.
778. *Kao S.-K.* and *Sands E. E.*, 1966. Energy spectrums, mean and eddy kinetic energies of the atmosphere between surface and 50 kilometers. *J. Geophys. Res.*, 71: 5213—5219.
779. *Kao S.-K.* and *Wendell L. L.*, 1970. The kinetic energy of the large-scale atmospheric motion in wavenumber-frequency space: I. Northern hemisphere. *J. Atmos. Sci.*, 27: 359—375.
780. *Kao S.-K.* and *Woods H. D.* 1964. Energy spectra of meso—scale turbulence along and across the jet stream. *J. Atmos. Sci.*, 21: 513—519.
781. *Kao S.-K.*, *Tsay C. Y.* and *Wendell L. L.*, 1970a. The meridional transport of angular momentum in wavenumber-frequency space. *J. Atmos. Sci.*, 27: 614—626.
782. *Kao S.-K.*, *Jenne R. L.* and *Sagendorf J. F.*, 1970b. The kinetic energy of large-scale atmospheric motion in wavenumber-frequency space: II. Mid-troposphere of the southern hemisphere. *J. Atmos. Sci.*, 27: 1008—1020.
783. *Kao S.-K.*, *Jenne R. L.* and *Sagendorf J. F.*, 1971a. Wavenumber-frequency spectra of the meridional transport of sensible heat in the mid-troposphere of the southern hemisphere. *Pure Appl. Geophys.*, 86: 159—170.
784. *Kao S.-K.*, *Jenne R. L.* and *Sagendorf J. F.*, 1971b. Spectral characteristics of the meridional transport of angular momentum in the mid-troposphere of the southern hemisphere. *Pure Appl. Geophys.*, 86: 171—183.
785. *Karapetian N. K.* 1964. The determination of the energy of earthquakes with an account of the frequency spectrum of seismic vibrations. *Publ. Bur. Cent. Int. Seism.*, A23: 55—61.

786. Karnik V. and Tobyas V., 1961. Underground measurements seismic noise level. *Studia Geophys. Geodaet.*, 5: 231—236.

787. Kasahara K., 1957. The nature of seismic origins as inferred from seismological and geodetic observations (1). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 35: 473—532.

788. Kasahara K., 1958. The nature of seismic origins as inferred from seismological and geodetic observations (2). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 36: 21—53.

789. Kasahara K., 1960. An attempt to detect azimuth effect on spectral structures of seismic waves (The Alaskan earthquake of April 7, 1958). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 38: 207—218.

790. Kato Y., Aoyama I., Toyama F. and Morioka A., 1966. Frequency analysis of the geomagnetic pulsations. *Sci. Rep. Tôhoku Univ., Geophys.*, 18: 65—76.

791. Kaula W. M., 1959. Statistical and harmonic analysis of gravity. *J. Geophys. Res.*, 64: 2401—2421.

792. Kaula W. M., 1966a. Tests and combination of satellite determinations of the gravity field with gravimetry. *J. Geophys. Res.*, 71: 5303—5314.

793. Kaula W. M., 1966b. Global harmonic and statistical analysis of gravimetry. *Am. Geophys. Union. Geophys. Monogr.*, 9: 58—67.

794. Kaula W. M., 1967. Theory of statistical analysis of data distributed over a sphere. *Rev. Geophys.*, 5: 83—107.

795. Kawamura M., 1970. Short-period geomagnetic micropulsations with period of about 1 second in the middle and low latitudes. *Geophys. Mag.*, 35: 1—54.

796. Keay C. S. L., Ellyett C. D. and Brown T. A., 1966. Absence of unusual periodicities in radar meteor rates. *J. Geophys. Res.*, 71: 1409—1411.

797. Kemp W. C. and Eger D. T., 1967. The relationships among sequences with applications to geological data. *J. Geophys. Res.*, 72: 739—751.

798. Kenyon K. E., 1968. Wave-wave interactions of surface and internal waves. *J. Mar. Res.*, 26: 208—231.

799. Kersta L. G., 1948. Amplitude cross-section representation with the sound spectrograph. *J. Acoust. Soc. Am.*, 20: 796—801.

800. Kertz W., 1966. Filterverfahren in der Geophysik. *Gerlands Beitr. Geophys.*, 75: 1—33.

801. Key F. A., 1967. Signal-generated noise recorded at the Eskdalemuir seismometer array station. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 27—37.

802. Key F. A., 1968. Some observations and analyses of signal-generated noise. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 15: 377—392.

803. Khattri K., 1972. Body wave directivity functions for tow-dimensional fault model and kinematic parameters of a deep focus earthquake. *J. Geophys. Res.*, 77: 2062—2071.

804. Khattri K., 1973. Earthquake focal mechanism studies — a review. *Earth Sci. Rev.*, 9: 19—63.

805. Khattri K. N., 1969a. Determination of earthquake fault plane, fault area, and rupture velocity from the spectra of long period P-waves and the amplitude of SH-waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 615—630.

806. Khattri K. N., 1969b. Focal mechanisms of the Brazil deep focus earthquake of November 3, 1965, from the amplitude spectra of isolated P-waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 691—704.

807. Kimball B. A. and Lemon E. R., 1970. Spectra of air pressure fluctuations at the soil surface. *J. Geophys. Res.*, 75: 6771—6777.

808. King C.-Y., Bakuh W. H. and Murdock J. N., 1972. Source parameters of nuclear explosions MILROW and LONGSHOT from teleseismic P-waves. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 31: 27—44.

809. King-Hele D. G., Cook G. E. and Rees J. M., 1963. Determination of the even harmonics in the earth's gravitational potential. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 8: 119—145.

810. Kinsman B., 1961. Some evidence on the effect of nonlinearity on the position of the equilibrium range in wind-wave spectra. *J. Geophys. Res.*, 66: 2411—2415.

811. Kinsman B., 1965. *Wind Waves* Prentice-Hall, 676 pp.

812. Kishimoto Y., 1964. Investigation on the origin mechanism of earthquakes by the Fourier analysis of seismic body waves (I). *Bull. Disaster Prev. Res. Inst. (Kyoto)*, 13: 1—37.

813. *Kisslinger C.*, 1980. Motion at an explosive source as deduced from surface waves. *Earthquake Notes.*, 31 (1—2): 5—17.
814. *Knopoff L.* and *Gilbert F.*, 1959. Radiation from a strike-slip fault. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 49: 163—178.
815. *Knopoff L.* and *Pilant W. L.*, 1966. A proposal for a seismological study of the Gulf of California. *Geofis. Inter.* (Mexico), 6: 1—21.
816. *Knopoff L.*, *Mueller S.* and *Pilant W. L.*, 1966. Structure of the crust and upper mantle in the Alps from the phase velocity of Rayleigh waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 56: 1009—1044.
817. *Knopoff L.*, *Berry M. J.* and *Schwab F. A.*, 1967. Tripartite phase velocity observations in laterally heterogeneous regions. *J. Geophys. Res.*, 72: 2595—2601.
818. *Ko H.-Y.* and *Scott R. F.*, 1967. Deconvolution techniques for linear systems. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 1393—1408.
819. *Koenig W.* and *Ruppel A. E.*, 1948. Quantitative amplitude representation in sound spectrograms. *J. Acoust. Soc. Am.*, 20: 787—795.
820. *Koenig W.*, *Dunn H. K.* and *Lacy L. Y.*, 1946. The sound spectrograph. *J. Acoust. Soc. Am.*, 18: 19—49.
821. *Kogeus (Korkman) K.*, 1968. A synthesis of short-period P-wave records from distant explosion sources. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58: 663—680.
822. *Kolsky H.*, 1953. *Stress Waves in Solids.* Clarendon Press, 211 pp.
823. *Korhonen H.*, 1970. Spectral composition of microseisms recorded at seismograph station Oulu. *UGGI, Monogr.*, 31: 33—52.
824. *Korhonen H.*, 1971. Types of storm microseism spectra at Oulu. *Nordia*, No. 3: 71 pp.
825. *Korkman K.*, 1968. Aftershock P-wave spectra and dynamic features of the Aleutian Islands earthquake sequence of February 4, 1965. *Tectonophysics*, 5: 245—266.
826. *Kovach R. L.*, 1967. Attenuation of seismic body waves in the mantle. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 14: 165—170.
827. *Kovach R. L.* and *Anderson D. L.*, 1964. Attenuation of shear waves in the upper and lower mantle. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 1855—1864.
828. *Kovach R. L.* and *Ben-Menahem A.*, 1966. Analysis of geomagnetic micropulsations due to high-altitude nuclear explosions. *J. Geophys. Res.*, 71: 1427—1433.
829. *Kovach R. L.*, *Lehner F.* and *Miller R.*, 1963. Experimental ground amplitudes from small surface explosions. *Geophysics*, 28: 793—798.
830. *Krauss W.*, 1969. Typical features of internal wave spectra. In: *M. Sears (Editor), Progress in Oceanography*, Vol. 5, Pergamon Press, pp. 95—101.
831. *Krishna J.*, *Chandrasekaran A. R.* and *Saini S. S.*, 1969. Analysis of Koyna accelerogram of December 11, 1967. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 1719—1731.
832. *Ku C. C.*, *Jones F. W.* and *Geldart L. P.*, 1967. Analogue spectral analysis of geomagnetic micropulsations in the range 10 to 200 seconds. *Can. J. Phys.*, 45: 3743—3751.
833. *Ku C. C.*, *Geldart L. P.* and *Jones F. W.*, 1970. The response method for the analysis of geomagnetic micropulsations. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 2: 294—299.
834. *Ku C. C.*, *Telford W. M.* and *Lim S. H.*, 1971. The use of linear filtering in gravity problems. *Geophysics*, 36: 1174—1203.
835. *Kubotera A.*, 1963. Volcanic micro tremor of the second kind. *Geophys. Pap. dedicated to Prof. K. Sassa (Kyoto)*, Publ. Office, Geophys. Inst., Kyoto, pp. 199—209.
836. *Kudo K.* and *Shima E.*, 1970. Attenuation of shear waves in soil. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 48: 145—158.
837. *Kudo K.*, *Allam A. M.*, *Onda I.* and *Shima E.*, 1970. Attenuation of Love waves in soil layers. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 48: 159—170.
838. *Kulhanek O.*, 1966. The spectrum of short-period seismic noise. *Studia Geophys. Geodaet.*, 10: 472—475.
839. *Kulhanek O.*, 1967. Seismic noise filtering using digital computers. *Trav. Inst. Geophys. Acad. Tchecoslov. Sci.*, 273: 255—286.

840. *Kulhanek O.*, 1968. Seismic noise discrete filtering. *Pure Appl. Geophys.*, 69: 5—11.
841. *Kulhanek O.*, 1971. P-wave amplitude spectra of Nevada underground nuclear explosions. *Pure Appl. Geophys.*, 88: 121—136.
842. *Kulhanek O.*, 1973a. Source parameters of some presumed Semipalatinsk underground nuclear explosions. *Pure Appl. Geophys.*, 102: 51—66.
843. *Kulhanek O.*, 1973b. Signal and noise coherence determination for the Uppsala seismograph array station. *Pure Appl. Geophys.*, 109: 1653—1671.
844. *Kulhanek O.* and *Båth M.*, 1972. Power spectra and geographical distribution of short-period microseisms in Sweden. *Pure Appl. Geophys.*, 94: 148—171.
845. *Kulhanek O.* and *Klima K.*, 1970. The reliable frequency band for amplitude spectra corrections. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 21: 235—242.
846. *Kuo J. T.* and *Ewing M.*, 1966. Spatial variations of tidal gravity. *Am. Geophys. Union, Geophys. Monogr.*, 10: 595—610.
847. *Kurita T.*, 1966. Attenuation of long-period P-waves and Q in the mantle. *J. Phys. Earth*, 14: 1—14.
848. *Kurita T.*, 1968. Attenuation of short-period P-waves and Q in the mantle. *J. Phys. Earth*, 16: 61—78.
849. *Kurita T.*, 1969a. Spectral analysis of seismic waves. Part 1. Data windows for the analysis of transient waves. *Spec. Contrib. Geophys. Inst., Kyoto Univ.*, 9: 97—122.
850. *Kurita T.*, 1969b. Crustal and upper-mantle structure in Japan from amplitude and phase spectra of long-period P-waves. Part 1. Central mountain area. *J. Phys. Earth*, 17: 13—41.
851. *Kurita T.*, 1969c. Crustal and upper-mantle structure in Japan from amplitude and phase spectra of long-period P-waves. Part 2. Kanto Plain. *Spec. Contrib. Geophys. Inst., Kyoto Univ.*, 9: 137—166.
852. *Kurita T.*, 1970. Crustal and upper-mantle structure in Japan from amplitude and phase spectra of long-period P-waves. Part 3. Chugoku Region. *J. Phys. Earth*, 18: 53—78.
853. *Kurita T.*, 1971. Inferences of a layered structure from S-wave spectra. Part 2. Study of the structure in selected regions of Japan. *J. Phys. Earth*, 19: 111—142.
854. *Kurita T.*, 1973. A procedure for elucidating fine structure of the crust and upper mantle from seismological data. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 63: 189—209.
855. *Kurita T.* and *Mihumo T.*, 1971. Inferences of a layered structure from S-wave spectra. Part 1. Theoretical considerations of S-wave spectrum method. *J. Phys. Earth*, 19: 93—110.
856. *Lacoss R. T.*, 1971. Data adaptive spectral analysis methods. *Geophysics*, 36: 661—675.
857. *Lacoss R. T.*, *Kelly E. J.* and *Toksöz M. N.*, 1969. Estimation of seismic noise structure using arrays. *Geophysics*, 34: 21—38.
858. *Lai R. J.* and *Shemdin O. H.*, 1971. Laboratory investigation of air turbulence above simple water waves. *J. Geophys. Res.*, 76: 7334—7350.
859. *Lamb H.*, 1945. *Hydrodynamics*. Dover Publ., 6th ed., 738 pp.
860. *Lambert A.* and *Caner B.*, 1965. Geomagnetic «depth-sounding» and the coast effect in western Canada. *Can. J. Earth Sci.*, 2: 485—509.
861. *Lambert D. G.*, *Flinn E. A.* and *Archambeau C. B.*, 1972. A comparative study of the elastic wave radiation from earthquakes and underground explosions. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 29: 403—432.
862. *Lamden R. J.*, 1970. A Fourier covariance analysis of the long period magnetic field variations in the British Isles during 1958. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 20: 177—189.
863. *Lampard D. G.*, 1954. Generalization of the Wiener-Khinchine theorem to nonstationary processes. *J. Appl. Phys.*, 25: 802—803.
864. *Lanczos C.*, 1966. *Discourse on Fourier Series*. Oliver and Boyd, 255 pp.
865. *Landisman M.*, *Mueller S.*, *Bolt B.* and *Ewing M.*, 1962. Transient analysis of seismic core phases. *Geofis. Pura Appl.*, 52: 41—52.
866. *Landisman M.*, *Dziewonski A.* and *Sató, Y.*, 1969. Recent improvements in the analysis of surface wave observations. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 17: 369—403.

867. *Landisman M., Usami T., Satô Y. and Massé R.*, 1970. Contributions of theoretical seismograms to the study of modes, rays, and the earth. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 8: 533—589.
868. *Landsberg H. E., Mitchell J. M., Jr. and Crutcher H. L.*, Power spectrum analysis of climatological data for Woodstock College, Maryland. *Mon. Weather Rev.*, 87: 283—298.
869. *Laning J. H., Jr. and Battin R. H.*, 1956. *Random Processes in Automatic Control*. McGraw—Hill, 434 pp.
870. *Lansraux G. and Delisle C.*, 1962. Diffraction itérée le la figure ($\sin X/X$) par un réseau infini. *Can. J. Phys.*, 40: 1113—1132.
871. *Lappe U. O. and Davidson B.*, 1963. On the range of validity of Taylor's hypothesis and the Kolmogoroff spectral law. *J. Atmos. Sci.*, 20: 569—576.
872. *Lappe U. O., Kirwan A. D., Jr. and Adelfang S. J.*, 1967. Some aspects of boundary-layer turbulence over land and ocean. In: K. F. Bowden, F. N. Frenkiel and I. Tani (Editors), *Boundary Layers and Turbulence. The Physics of Fluids Suppl.* American Institute of Physics, pp. 206—208.
873. *Laster S. J. and Linsville A. F.*, 1966. Application of multichannel filtering to the separation of dispersive modes of propagation. *J. Geophys. Res.*, 71: 1669—1701.
874. *Lastrico R. M., Duke C. M. and Ohta Y.*, 1972. Effects of site and propagation path on recorded strong earthquake motions. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62: 933—954.
875. *Latham G. V. and Nowroozi A. A.*, 1968. Waves, weather, and ocean bottom microseisms. *J. Geophys. Res.*, 73: 3945—3956.
876. *Latham G. V. and Sulton G. H.*, 1966. Seismic measurements on the ocean floor. 1. Bermuda area. *J. Geophys. Res.*, 71: 2545—2573.
877. *Latham G. V., Anderson R. S. and Ewing M.*, 1967. Pressure variations produced at the ocean bottom by hurricanes. *J. Geophys. Res.*, 72: 5693—5704.
878. *Lavin P. M. and Devane J. F., S. J.*, 1970. Direct desing of two-dimensional digital wavenumber filters. *Geophysics*, 35: 1073—1078.
879. *Leblanc G., S. J.*, 1967. Truncated crustal transfer functions and fine crustal structure determination. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 719—733.
880. *Leblanc G. and Howell B. F., Jr.*, 1967. Spectral study of short-period P-waves. *Can. J. Earth Sci.*, 4: 1049—1063.
881. *Lee W. H. K.*, 1963. Heat flow data analysis. *Rev. Geophys.*, 1: 449—479.
882. *Lee W. H. K. and Cox C. S.*, 1966. Time variation of ocean temperatures and its relation to internal waves and oceanic heat flow measurements. *J. Geophys. Res.*, 71: 2101—2111.
883. *Lee W. H. K. and Kaula W. M.*, 1967. A spherical harmonic analysis of the earth's topography. *J. Geophys. Res.*, 72: 753—758. Correction in *J. Geophys. Res.* (1973), 78: 478—481.
884. *Lee W. H. K. and MacDonald G. J. F.*, 1953. The global variation of terrestrial heat flow. *J. Geophys. Res.*, 68: 6481—6492.
885. *Leese J. A. and Epstein E. S.*, 1963. Application of two-dimensional spectral analysis to the quantification of satellite cloud photographs. *J. Appl. Meteorol.*, 2: 629—644.
886. *Leese J. A., Novak C. S. and Clark B. B.*, 1971. An automated technique for obtaining cloud motion from geosynchronous satellite data using cross correlation. *J. Appl. Meteorol.*, 10: 118—132.
887. *Lehmann H. J.*, 1970. Examples for the separation of fields of magnetic sources in different depths by the harmonic analysis method. *Boll. Geofis. Teor. Appl.*, 12: 97—117.
888. *Leith C. E.*, 1971. Atmospheric predictability and two-dimensional turbulence. *J. Atmos. Sci.*, 28: 145—161.
889. *Lenschow D. H.*, 1970. Airplane measurements of planetary boundary layer structure. *J. Appl. Meteorol.*, 9: 874—884.
890. *LeSchack L. A. and Haubrich R. A.*, 1964. Observations of waves on an ice-covered ocean. *J. Geophys. Res.*, 69: 3815—3821.

891. *Levshin A. L., Neigaus M. F. and Sabitova T. M.*, 1965. Spectra of Love waves and the depth of the normal source. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 9: 253—259.
892. *Levshin A. L., Pisarenko V. F. and Pogrebinsky G. A.*, 1972. On a frequency-time analysis of oscillations. *Ann. Geophys.*, 28: 211—218.
893. *Lewis B. T. R. and Dorman L. M.*, 1970. Experimental isostasy. 2. An isostatic model for the U. S. A. derived from gravity and topographic data. *J. Geophys. Res.*, 75: 3367—3386.
894. *Liebermann R. C. and Pomeroy P. W.*, 1969. Relative excitation of surface waves by earthquakes and underground explosions. *J. Geophys. Res.*, 74: 1575—1590.
895. *Lighthill M. J.*, 1958. *Introduction to Fourier Analysis and Generalized Functions*. Cambridge Univ. Press, 79 pp.
896. *Lilley F. E. M. and Bennett D. J.*, 1972. An array experiment with magnetic variometers near the coasts of southeast Australia. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 29: 49—64.
897. *Linde A. T. and Sacks J. S.*, 1971. Errors in the spectral analysis of long-period seismic body waves. *J. Geophys. Res.*, 76: 3326—3336.
898. *Linde A. T. and Sacks J. S.*, 1972. Dimensions, energy, and stress release for South American deep earthquakes. *J. Geophys. Res.*, 77: 1439—1451.
899. *Lindsey J. P.*, 1960. Elimination of seismic ghost reflections by means of a linear filter. *Geophysics*, 25: 130—140.
900. *Linville A. F. and Laster S. J.*, 1966. Numerical experiments in the estimation of frequencywavenumber spectra of seismic events using linear arrays. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 56: 1337—1355.
901. *Linville A. F. and Laster S. J.*, 1967. Near-surface dispersion studies at Tonto Forest Seismological Observatory. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 311—340.
902. *Liou M.-L.*, 1964. Numerical techniques of Fourier transforms with applications. In: *W. R. Perkins and P. M. Hinojosa (Editors), Proc. 2nd Ann. Allerton Conf. on Circuit and System Theory*. Dept. Electrical Eng. and Coordinated Sci. Labor., Univ. of Illinois, pp. 114—134.
903. *Liu S. C.*, 1969. Autocorrelation and power spectral density functions of the Parkfield earthquake of June 27, 1966. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 1475—1493.
904. *Liu S. C.*, 1970. Evolutionary power spectral density of strong-motion earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 891—900.
905. *Liu S. C. and Jhaveri D. P.*, 1969. Spectral and correlation analysis of ground-motion accelerograms. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 1517—1534.
906. *Lomnicki Z. A. and Zaremba S. K.*, 1957. On the estimation of autocorrelation in time series. *Ann. Math. Stat.*, 28: 140—158.
907. *Lomnitz C.*, 1964. Estimation problems in earthquake series. *Tectonophysics*, 2: 193—203.
908. *London L., Ruff I. and Tick L. J.*, 1959. The relationship between geomagnetic variations and the circulation at 100 mbar. *J. Geophys. Res.*, 64: 1827—1833.
909. *Long L. T. and Berg J. W., Jr.*, 1969. Transmission and attenuation of the primary seismic wave, 100 to 600 km. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 131—146.
910. *Longuet-Higgins M. S.*, 1950. A theory of the origin of microseisms *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A*, 243: 1—35.
911. *Longuet-Higgins M. S.*, 1971. On the spectrum of sea level at Oahu. *J. Geophys. Res.*, 76: 3517—3522.
912. *Longuet-Higgins M. S., Cartwright D. E. and Smith N. D.*, 1963. Observations of the directional spectrum of sea waves using the motions of a floating buoy. In: *R. C. Vetter and C. L. Bretschneider (Editors), Ocean Wave Spectra*. Prentice-Hall, pp. 111—132.
913. *Loomis H. G.*, 1966. Spectral analysis of tsunami records from stations in the Hawaiian Islands. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 56: 697—713.
914. *López Arroyo A.*, 1968. Ondas superficiales de largo periodo registradas en Toledo y Málaga. *Rev. Geofis.*, 27: 1—26.

915. *López Arroyo A. and Udías A.*, 1972. Aftershock sequence and focal parameters of the February 28, 1969 earthquake of the Azores-Gibraltar fracture zone. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62: 699-719.
916. *Loyne R. M.*, 1968. On the concept of the spectrum for non-stationary processes. *J. R. Stat. Soc.*, B 30: 1-20.
917. *Lukasik S. J. and Grosch C. E.*, 1963. Pressure-velocity correlation in ocean swell. *J. Geophys. Res.*, 68: 5689-5699.
918. *Lumley J. L. and Panofsky H. A.*, 1964. The Structure of Atmospheric Turbulence. Interscience, 239 pp.
919. *Luyendyck B. P.*, 1969. Origin of short-wavelength magnetic lineations observed near the ocean bottom. *J. Geophys. Res.*, 74: 4869-4881.
920. *Lynch R. D.*, 1969. Response spectra for Pahute Mesa nuclear events. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 2295-2309.
921. *Lysmer J., Seed H. B. and Schnabel P. B.*, 1971. Influence of base-rock characteristics on ground response. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 61: 1213-1231.
922. *Maasha N. and Molnar P.*, 1972. Earthquake fault parameters and tectonics in Africa. *J. Geophys. Res.*, 77: 5731-5743.
923. *MacCready P. B., Jr.*, 1962a. Turbulence measurements by sailplane. *J. Geophys. Res.*, 67: 1041-1050.
924. *MacCready P. B., Jr.*, 1962b. The inertial subrange of atmospheric turbulence. *J. Geophys. Res.*, 67: 1051-1059.
925. *MacDonald G. J. F.*, 1965. The bispectra of atmospheric pressure records. *Proc. IBM Sci. Comp. Symp. Stat.*, 1953, pp. 247-264.
926. *MacDonald G. J. F. and Ness N. F.*, 1961. A study of the free oscillations of the earth. *J. Geophys. Res.*, 66: 1865-1911.
927. *Mack H.*, 1969. Nature of short-period P-wave signal variations at LASA. *J. Geophys. Res.*, 74: 3161-3170.
928. *Mack H. and Flinn E. A.*, 1971. Analysis of the spatial coherence of short-period acoustic-gravity waves in the atmosphere. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 26: 255-269.
929. *Mack H. and Smart E.*, 1972. Frequency domain processing of digital microbarograph array data. *J. Geophys. Res.*, 77: 488-490.
930. *Madden R. A. and Julian P. R.*, 1971. Detection of a 40-50 day oscillation in the zonal wind in the tropical Pacific. *J. Atmos. Sci.*, 28: 702-708.
931. *Mak M.-K.*, 1969. Laterally driven stochastic motions in the tropics. *J. Atmos. Sci.*, 26: 41-64.
932. *Malin S. R. C.*, 1969. Geomagnetic secular variation and its changes, 1942.5 to 1962.5. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 17: 415-441.
933. *Malin S. R. C. and Chapman S.*, 1970. The determination of lunar daily geophysical variations by the Chapman-Miller method. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 19: 15-35.
934. *Malin S. R. C. and Paoock S. B.*, 1969. Geomagnetic spherical harmonic analysis. *Pure Appl. Geophys.*, 75: 117-132.
935. *Malone F. D.*, 1968. An analysis of current measurements in Lake Michigan. *J. Geophys. Res.*, 73: 7065-7081.
936. *Manchee E. B.*, 1972. Short-period seismic discrimination. *Nature*, 239: 152-153.
937. *Manchee E. B. and Hasegawa H. S.*, 1973. Seismic spectra of Yucca Flat underground explosions observed at Yellowknife, Northwest Territories. *Can. J. Earth Sci.*, 10: 421-427.
938. *Mangiarotly R. A. and Turner B. A.*, 1967. Wave radiation Doppler effect correction for motion of a source, observer and the surrounding medium. *J. Sound Vibr.*, 6: 110-116.
939. *Mantley R. G.*, 1945. Waveform Analysis. Chapman and Hall, 275 pp.
940. *Mantis H. T.*, 1963. The structure of winds of the upper troposphere at mesoscale. *J. Atmos. Sci.*, 20: 94-106.
941. *Mantis H. T. and Pepin T. J.*, 1971. Vertical temperature structure of the free atmosphere at mesoscale. *J. Geophys. Res.*, 76: 8621-8628.

942. *Manzoni G.*, 1967. Theoretical evaluation of the perturbation on power spectra due to random errors in the spacing of the sampling instants. *Boll. Geofis. Teor. Appl.*, 9: 248—252.

943. *Marshall P. D.*, 1970. Aspects of the spectral differences between earthquakes and underground explosions. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 20: 397—416.

944. *Marshall P. D.* and *Burton P. W.*, 1971. The source-layering function of underground explosions and earthquakes — an application of a «common path» method. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 24: 533—537.

945. *Martin H. C.*, 1972. Humidity and temperature microstructure near the ground. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 98: 440—446.

946. *Marion P.*, 1970. Secular variation of the geomagnetic virtual dipole field during the last 2000 years as inferred from the spherical harmonic analysis of the available archeomagnetic data. *Pure Appl. Geophys.*, 81: 163—176.

947. *Maruyama T.*, 1968. Time sequence of power spectra of disturbances in the equatorial lower stratosphere in relation to the quasi-biennial oscillation. *J. Meteorol. Soc. Japan*, 46: 327—341.

948. *Masse R. P.*, *Lambert D. G.*, and *Harkrider D. G.*, 1973. Precision of the determination of focal depth from the spectral ratio of Love/Rayleigh surface waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 63: 59—100.

949. *Matsushita S.* and *Campbell W. H.* (Editors), 1967. *Physics of Geomagnetic Phenomena*, 2 vol. Acad. Press, 1398 pp.

950. *Matsushita S.* and *Maeda H.*, 1965a. On the geomagnetic solar quiet daily variation field during the IGY. *J. Geophys. Res.*, 70: 2535—2558.

951. *Matsushita S.* and *Maeda H.*, 1965b. On the geomagnetic lunar daily variation field. *J. Geophys. Res.*, 70: 2559—2578.

952. *Matumoto T.*, 1958. Calibration of an electromagnetic seismograph by means of the frequency analysis. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 36: 55—64.

953. *Matumoto T.*, 1959. On the spectral structure of earthquake waves. Its influence on magnitude scale. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 37: 265—277.

954. *Matumoto T.*, 1960. On the spectral structure of earthquake waves. The relation between magnitude and predominant period. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 38: 13—27.

955. *Matumoto T.*, 1971. Seismic body waves observed in the vicinity of Mount Katmai, Alaska, and evidence for the existence of molten chambers. *Geol. Soc. Am. Bull.*, 82: 2905—2920.

956. *Mauersberger P.*, 1958. *Mathematische Beschreibung und statistische Untersuchung des Hauptfeldes und der Säkularvariation*. In: G. Fanslau (Editor), *Geomagnetismus und Aeronomie III*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, pp. 93—213.

957. *McBean G. A.* and *Miyake M.*, 1972. Turbulent transfer mechanisms in the atmospheric surface layer. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 98: 383—398.

958. *McCamy K.*, 1967. An investigation and application of the crustal transfer ratio as a diagnostic for explosion seismology. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 1409—1428.

959. *McCamy K.* and *Meyer R. P.*, 1964. A correlation method of apparent velocity measurement. *J. Geophys. Res.*, 69: 691—699.

960. *McConnell R. K., Jr.*, 1968. Viscosity of the mantle from relaxation time spectra of isostatic adjustment. *J. Geophys. Res.*, 73: 7089—7105.

961. *McCrorry R. A.*, 1967. Atmospheric pressure waves from nuclear explosions. *J. Atmos. Sci.*, 24: 443—447.

962. *McDonald J. A.*, *Kouze E. J.* and *Herrin E.*, 1971. The structure of atmospheric turbulence and its application to the design of pipe arrays. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 26: 99—109.

963. *McEvilly T. V.*, 1964. Central U. S. crust-upper mantle structure from Love and Rayleigh wave phase velocity inversion. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 1997—2015.

964. *McEvilly T. V.* and *Peppin W. A.*, 1972. Source characteristics of thquakes, explosions and afterevents. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 31: 67—82.

965. *McGarr A.*, 1969. Amplitude variations of Rayleigh waves-propagation across a continental margin. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 1281—1305.
966. *McGarr A.*, *Hofmann R. B.* and *Hair G. D.*, 1964. A moving-time-window signal-spectra process. *Geophysics*, 29: 212—220.
967. *Meltwraith C. G.*, and *Hays S. D.*, 1963. Ocean-wave measurements by sonar. *J. Mar. Res.*, 21: 94—101.
958. *McIvor I. K.*, 1964. Methods of spectral analysis of seismic data. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 1213—1232.
969. *McLeish W.*, 1970. Spatial spectra of ocean surface temperature. *J. Geophys. Res.*, 75: 6872—6877.
970. *McWilliams J.*, 1972. Observations of kinetic energy correspondences in the internal wave field. *Deep-Sea Res.*, 19: 793—811.
971. *Medwin H.*, *Clay C. S.*, *Berkson J. M.* and *Jaggard D. L.*, 1970. Traveling correlation function of the heights of wind blown water waves. *J. Geophys. Res.*, 75: 4519—4524.
972. *Melchior P.*, 1966. *The Earth Tides*. Pergamon Press, 458 pp.
973. *Melchior P.* and *Venedikov A.*, 1968. Derivation of the wave M_3 (8^h , 279) from the periodic tidal deformations of the earth. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 1: 363—372.
974. *Mendiguren J. A.*, 1971. Focal mechanism of a shock in the middle of the Nazca plate. *J. Geophys. Res.*, 76: 3861—3879.
975. *Merilees P. E.*, 1968. The equations of motion in spectral form. *J. Atmos. Sci.*, 25: 736—743.
976. *Merkel R. H.* and *Alexander S. S.*, 1969. Use of correlation analysis to interpret continental margin ECOOE refraction data. *J. Geophys. Res.*, 74: 2683—2697.
977. *Meskó A.*, 1965. Some notes concerning the frequency analysis for gravity interpretation. *Geophys. Prospect.*, 13: 475—488.
978. *Mihail I.* and *Nicolae M.*, 1972. Separation of cumulated effects in the Bonguer map. *Rev. Roum. Géol. Géophys. Géogr., Sér. Géophys.*, 16: 193—199.
979. *Mikumo T.*, 1968. Atmospheric pressure waves and tectonic deformation associated with the Alaskan earthquake of March 28, 1964. *J. Geophys. Res.*, 73: 2009—2025.
980. *Mikumo T.*, 1969. Long-period P waveforms and the source mechanism of intermediate earthquakes. *J. Phys. Earth*, 17: 169—192.
981. *Mikumo T.*, 1971. Source process of deep and intermediate earthquakes as inferred from longperiod P and S waveforms. *J. Phys. Earth*, 19: 1—19.
982. *Mikumo T.*, 1972. Focal process of deep and intermediate earthquakes around Japan as inferred from long-period P and S waveforms. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 6: 293—299.
983. *Mikumo T.* and *Kurita T.*, 1968. Q-distribution for long-period P-waves in the mantle. *J. Phys. Earth*, 16: 11—29.
984. *Mikumo T.* and *Kurita T.*, 1971. Inferences of a layered structure from S-wave spectra. Part 3. SH and SV waves and some related problems. *J. Phys. Earth*, 19: 243—257.
985. *Mikumo T.* and *Nakagawa I.*, 1968. Some problems on the analysis of the earth tides. *J. Phys. Earth*, 16: 87—95.
986. *Milcoveanu D.*, 1971a. Expresiiile marimilor spectrale relative la modelele utilizate in interpretarea gravimetrica. *Stud. Cerc. Geol. Geofiz. Geograf. (Bucuresti)*, Ser. Geofiz., 9: 39—71.
987. *Milcoveanu D.*, 1971b. Expresiiile marimilor spectrale relative la modelele utilizate in interpretarea magnetometrica. *Stud. Cerc. Geol. Geofiz. Geograf. (Bucuresti)*, Ser. Geofiz., 9: 297—322.
988. *Milcoveanu D.*, 1972. Analiza spectrala a modelului strait inclinat bidimensional semiinfinit. *Stud. Cerc. Geol. Geofiz. Geograf. (Bucuresti)*, Ser. Geofiz., 10: 185—205.
989. *Millard R. C., Jr.*, 1971. Wind measurements from buoys: A sampling scheme. *J. Geophys. Res.*, 76: 5819—5828.
990. *Miller G. R.*, *Munk W. H.* and *Snodgrass F. E.*, 1962. Long-period waves over California's continental borderland. Part II. Tsunamis. *J. Mar. Res.*, 20: 31—41.

991. *Mittler W. F.*, 1963. The Caltech digital seismograph. *J. Geophys. Res.*, 68: 841—847.
992. *Milne A. R.*, 1959. Comparison of spectra of an earthquake T-phase with similar signals from nuclear explosions. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 49: 317—329.
993. *Milne A. R.* and *Clark S. R.*, 1964. Resonances in seismic noise under Arctic sea-ice. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 1797—1809.
994. *Milne A. R.* and *Ganton J. H.*, 1964. Ambient noise under Arctic—Sea ice. *J. Acoust. Soc. Am.*, 36: 855—863.
995. *Mino K.*, *Onoguchi T.* and *Mikumo T.*, 1968. Focal mechanism of earthquakes on island arcs in the southwest Pacific region. *Bull. Disaster Prev. Res. Inst. (Kyoto)*, 18 (2): 78—96.
996. *Mishra D. C.* and *Naidu P. S.*, 1971. Two-dimensional power spectral analysis of aeromagnetic fields. *Bull. Natl. Geophys. Res. Inst. (Hyderabad)*, 9: 49—55.
997. *Mitchell B. J.*, 1973. Radiation and attenuation of Rayleigh waves from the southeastern Missouri earthquake of October 21, 1965. *J. Geophys. Res.*, 78: 886—899.
998. *Mitsuta Y.*, *Hanafusa T.* and *Maitani T.*, 1970. Experimental studies of turbulent transfer processes in the boundary layer over bare soil. *Bull. Disaster Prev. Res. Inst. (Kyoto)*, 19 (4): 45—58.
999. *Miyake M.*, *Stewart R. M.* and *Burling R. W.*, 1970a. Spectra and cospectra of turbulence over water. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 96: 138—143.
1000. *Miyake M.*, *Donelan M.* and *Mitsuta Y.*, 1970b. Airborne measurement of turbulent fluxes. *J. Geophys. Res.*, 75: 4506—4518.
1001. *Miyata M.* and *Groves G. W.*, 1968. Note on sea level observations at two nearby stations. *J. Geophys. Res.*, 73: 3965—3967.
1002. *Mizoue M.*, 1967. Modes of secular vertical movements of the earth's crust. Part 1. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 45: 1019—1090.
1003. *Mohammadioun B.*, 1965a. Structure de la croûte et spectres d'énergie des ondes longitudinales. *P. C. R. Acad. Sci. Paris*, 261: 3181—3184.
1004. *Mohammadioun B.*, 1965b. Structure du manteau supérieur et spectres d'énergie des ondes longitudinales. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 261: 4472—4474.
1005. *Mohammadioun B.*, 1966. Structure du manteau inférieur et spectres d'énergie des ondes longitudinales. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 262: 156—159.
1006. *Molnar P.*, 1971. P-wave spectra from underground nuclear explosions. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 23: 273—286.
1007. *Molnar P.* and *Wyss M.*, 1972. Moments, source dimensions and stress drops of shallow-focus earthquakes in the Tonga—Kermadec arc. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 6: 263—278.
1008. *Molnar P.*, *Savino J.*, *Sykes L. R.*, *Liebermann R. C.*, *Hade G.* and *Pomeroy P. W.*, 1969. Small earthquakes and explosions in western North America recorded by new high gain, long period seismographs. *Nature*, 224: 1268—1273.
1009. *Monin A. S.*, 1963. Stationary and periodic time series in the general circulation of the atmosphere. In: *M. Rosenblatt (Editor)*, *Time Series Analysis*, Wiley, pp. 144—151.
1010. *Monin A. S.*, 1967. Turbulence in the atmospheric boundary layer. In: *K. F. Bowden*, *F. N. Frenkiel* and *I. Tani (Editors)*, *Boundary Layers and Turbulence, The Physics of Fluids Suppl.* American Institute of Physics, pp. 31—37.
1011. *Monin A. S.* and *Vullis J. L.*, 1971. On the spectra of long-period oscillations of geophysical parameters. *Tellus*, 23: 337—345.
1012. *Monroe A. J.*, 1962. *Digital Processes for Sampled Data Systems*. Wiley, 490 pp.
1013. *Montalbetti J. F.* and *Kanasewich E. R.*, 1970. Enhancement of teleseismic body phases with a polarization filter. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 21: 119—129.
1014. *Moore C. N. K.* and *Smith R. L.*, 1968. Continental shelf waves off Oregon. *J. Geophys. Res.*, 73: 549—557.
1015. *Mooney H. M.*, 1970. Upper-mantle inhomogeneity beneath New Zealand: seismic evidence. *J. Geophys. Res.*, 75: 285—309.
1016. *Morcelli C.* and *Carozzo M. T.*, 1963. Calculation of the anomalous

gravity gradient in elevation from Bouguer's anomalies. *Boll. Geofis. Teor. Appl.*, 5: 308—336.

1017. *Morelli C. and Mosetti F.*, 1961. Su un tipo di interpretazione semianalitica del risultati dei rilievi geofisici. *Boll. Geofis. Teor. Appl.*, 3: 61—76.

1018. *Morgan W. J., Stoner J. O. and Dicke R. H.*, 1961. Periodicity of earthquakes and the invariance of the gravitational constant. *J. Geophys. Res.*, 66: 3831—3843.

1019. *Moriyasu S.*, 1967. On the anomaly of the sea surface temperature in the East China Sea (I). *Oceanogr. Mag.*, 19: 201—220.

1020. *Morrissey E. G. and Muller F. B.*, 1968. Spectral aspects of upper wind measurement systems. *Can. Meteorol. Mem.*, 26: 1—35.

1021. *Mosetti F. and Carozzo M. T.*, 1971. Some considerations on a method for tides and seiches analysis. *Boll. Geofis. Teor. Appl.*, 13: 76—94.

1022. *Mosetti F. and Manca B.*, 1972. New methods of tides and seiches analysis. Application to the Adriatic Sea. *Boll. Geofis. Teor. Appl.*, 14: 105—127.

1023. *Moskowitz L.*, 1964. Estimates of the power spectrums for fully developed seas for wind speeds of 20 to 40 knots. *J. Geophys. Res.*, 69: 5161—5179.

1024. *Mueller R. A.*, 1969. Seismic energy efficiency of underground nuclear detonations. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 2311—2323.

1025. *Mueller R. A. and Murphy J. R.*, 1971. Seismic characteristics of underground nuclear detonations. Part 1. Seismic spectrum scaling. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 61: 1675—1692.

1026. *Muller F. B.*, 1966. Notes on the meteorological application of power spectrum analysis. *Can. Meteorol. Mem.*, 24: 1—84.

1027. *Mundt W.*, 1966. [Autokorrelationsanalyse für das geomagnetische Feld und die Bouguer-Schwere im Gebiet der DDR. *Gerlands Beitr. Geophys.*, 75: 351—370.

1028. *Munk W. H.*, 1962. Long ocean waves. In: M. N. Hill (Editor), *The Sea*, Vol. 1. Interscience, pp. 647—663.

1029. *Munk W. H. and Bullard E. C.*, 1963. Patching the long-wave spectrum across the tides. *J. Geophys. Res.*, 68: 3627—3534.

1030. *Munk W. H. and Cartwright D. E.*, 1966. Tidal spectroscopy and prediction. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A*, 259: 533—581.

1031. *Munk W. and Hassan El S. M.*, 1961. Atmospheric excitation of the earth's wobble. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 4: 339—358.

1032. *Munk W. H., Snodgrass F. E. and Tucker M. J.*, 1959. Spectra of low-frequency ocean waves. *Bull. Scripps Inst. Oceanogr., Univ. Calif.*, 7: 283—362.

1033. *Munk W. H., Miller G. R. and Snodgrass F. E.*, 1962. Long-period waves over California's continental borderland. Part III. The decay of tsunamis and the dissipation of tidal energy. *J. Mar. Res.*, 20: 119—120.

1034. *Munk W. H., Zeller B. and Groves G. W.*, 1965. Tidal cusps. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 10: 211—219.

1035. *Munkelt K.*, 1959. Formeln zur harmonischen Analyse von Gezeitenerscheinungen denen ein unbekannter Gang überlagert ist. *Dtsche Hydrogr. Z.*, 12: 189—195.

1036. *Munuera J. M.*, 1969. Magnitud sismica determinada por ondas sísmicas. *Rev. Geofis.*, 28: 245—276.

1037. *Murakami T. and Tomatsu K.*, 1964. The spectrum analysis of the energy interaction terms in the atmosphere. *J. Meteorol. Soc. Japan*, 42: 14—25.

1038. *Murphy A. J., Savino J., Rynn J. M.-W., Choy G. L. and McCamy K.*, 1972. Observations of long-period (10—100 sec) seismic noise at several worldwide locations. *J. Geophys. Res.*, 77: 5042—5049.

1039. *Murphy B. L.*, 1972. Variation of Rayleigh-wave amplitude with yield and height of burst for intermediate-altitude nuclear detonations. *J. Geophys. Res.*, 77: 808—817.

1040. *Murphy J. R. and Lahoud J. A.*, 1969. Analysis of seismic peak amplitudes from underground nuclear explosions. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 2325—2341.

1041. *Murphy J. R., Davis A. H. and Weaver N. L.*, 1971. Amplification of seismic body waves by low-velocity surface layers. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 61: 109—145.

1042. *Myrup L. O.*, 1969. Turbulence spectra in stable and convective layers in the free atmosphere. *Tellus*, 21: 341—354.
1043. *Mysak L. A.*, 1967a. On the theory of continental shelf waves. *J. Mar. Res.*, 25: 205—227.
1044. *Mysak L. A.*, 1967b. On the very low frequency spectrum of the sea level on a continental shelf. *J. Geophys. Res.*, 72: 3043—3047.
1045. *Mysak L. A.* and *Hamon B. V.*, 1969. Low-frequency sea level behavior and continental shelf waves off North Carolina. *J. Geophys. Res.*, 74: 1397—1405.
1046. *Nafe J. E.* and *Brune J. N.*, 1960. Observations of phase velocity for Rayleigh waves in the period range 100 to 400 seconds. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 50: 427—439.
1047. *Nagamune T.*, 1971. Source regions of great earthquakes. *Geophys. Mag.*, 35: 833—399.
1048. *Nagata T.*, 1938. Magnetic anomalies and the corresponding subterranean mass distribution. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 16: 550—577.
1049. *Nagata Y.*, 1964. The statistical properties of orbital wave motions and their application for the measurement of directional wave spectra. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, 19: 169—181.
1060. *Naidu P.*, 1968. Spectrum of the potential field due to randomly distributed sources. *Geophysics*, 33: 337—345.
1051. *Naidu P. S.*, 1969. Estimation of spectrum and cross-spectrum of aeromagnetic field using Fast Digital Fourier Transform (FDFT) techniques. *Geophys. Prospect.*, 17: 344—361.
1052. *Naidu P. S.*, 1970a. Fourier transform of large-scale aeromagnetic field using a modified version of Fast Fourier Transform. *Pure Appl. Geophys.*, 81: 17—25.
1053. *Naidu P. S.*, 1970b. A statistical study of the interpolation of randomly spaced geophysical data. *Geoexploration*, 8: 61—70.
1054. *Naidu P. S.*, 1970c. Statistical structure of aeromagnetic field. *Geophysics*, 35: 279—292.
1055. *Naidu P. S.*, 1971. Statistical structure of geomagnetic field reversals. *J. Geophys. Res.*, 76: 2649—2662.
1056. *Nakamura Y.*, 1964. Model experiments of refracted arrivals from a linear transition layer. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 1—8.
1057. *Nakamura Y.*, 1968. Head waves from a transition layer. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58: 963—976.
1058. *Nakamura Y.* and *Howell B. F., Jr.*, 1964. Maine seismic experiment: Frequency spectra of refraction arrivals and the nature of the Mohorovičić discontinuity. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 9—18.
1059. *Nash D. M., Jr.* and *Barnes T. G.*, 1958. Geoacoustic applications of electroseismic sources. *J. Acoust. Soc. Am.*, 44: 1671—1674.
1060. *Neidell N. S.*, 1965. A geophysical application of spectral analysis. *Appl. Stat.*, *R. Stat. Soc.*, C 14: 75—88.
1061. *Neidell N. S.*, 1966. Spectral studies of marine geophysical profiles. *Geophysics*, 31: 122—134.
1062. *Ness N. F.*, *Harrison J. C.* and *Slichter L. B.*, 1961. Observations of the free oscillations of the earth. *J. Geophys. Res.*, 66: 621—629.
1063. *Neumann G.* and *Pierson, W. J., Jr.*, 1966. Principles of Physical Oceanography. Prentice-Hall, 545 pp.
1064. *Niazi M.*, 1969. Source dynamics of the Dasht-e Bayāz earthquake of August 31, 1968. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 1843—1861.
1065. *Niazi M.*, 1971. Seismic dissipation in deep seismic zones from the spectral ratio of pP/P. *J. Geophys. Res.*, 76: 3337—3343.
1066. *Nigam N. C.* and *Jennings P. C.*, 1969. Calculation of response spectra from strong-motion earthquake records. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 909—922.
1067. *Nitta T.*, 1970a. Statistical study of tropospheric wave disturbances in the tropical Pacific region. *J. Meteorol. Soc. Japan*, 48: 47—60.
1058. *Nitta T.*, 1970b. On the role of transient eddies in the tropical troposphere. *J. Meteorol. Soc. Japan*, 48: 348—359.

1069. *Noel T. M.*, 1966. Estimates of spectral energy density applied to vertical profiles of the horizontal wind in the lower ionosphere. *J. Geophys. Res.*, 71: 5749—5752.
1070. *Noll A. M.*, 1964. Short-time spectrum and «cepstrum» techniques for vocal-pitch detection. *J. Acoust. Soc. Am.*, 36: 296—302.
1071. *Noll A. M.*, 1967. Cepstrum pitch determination. *J. Acoust. Soc. Am.*, 41: 293—309.
1072. *Noponen I.*, 1966. Surface wave phase velocities in Finland. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 56: 1093—1104.
1073. *Noponen I.*, 1969. Wave velocities in crust and upper 300 kilometers of mantle in western and central Japan. *Bull. Int. Inst. Seismol. Earthquake Eng.*, 6: 11—37.
1074. *Northrop J., Blaik M. and Tolstoy I.*, 1960. Spectrum analysis of T-phases from the Agadir earthquake. February 29, 1960, 23h 40m 12s GCT, 30° N, 9° W (USCGS). *J. Geophys. Res.*, 65: 4223—4224.
1075. *Nowroozi A. A.*, 1965. Eigenvibrations of the earth after the Alaskan earthquake. *J. Geophys. Res.*, 70: 5145—5156.
1076. *Nowroozi A. A.*, 1966. Terrestrial spectroscopy following the Rat Island earthquake. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 56: 1269—1288.
1077. *Nowroozi A. A.*, 1967. Table for Fisher's test of significance in harmonic analysis. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 12: 517—520.
1078. *Nowroozi A. A.*, 1968. Measurement of Q-values from the free oscillations of the earth. *J. Geophys. Res.*, 73: 1407—1415.
1079. *Nowroozi A. A.*, 1970. Spectrum and prediction of tides off the coast of California. *Ann. Geophys.*, 26: 259—271.
1080. *Nowroozi A. A.*, 1972a. Long-term measurements of pelagic tidal height off the coast of northern California. *J. Geophys. Res.*, 77: 434—443.
1081. *Nowroozi A. A.*, 1972b. Characteristic periods of fundamental and overtone oscillations of the earth following a deep-focus earthquake. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62: 247—274.
1082. *Nowroozi A. A. and Alsop L. E.*, 1968. Torsional free periods of earth observed at six stations around the earth. *Suppl. Nuovo Cimento, Ser. I*, 6: 133—146.
1083. *Nowroozi A. A., Sutton G. and Auld B.*, 1966. Oceanic tides recorded on the sea floor. *Ann. Geophys.*, 22: 512—517.
1084. *Nowroozi A. A., Ewing M., Nafe J. E. and Fleigel M.*, 1968. Deep ocean current and its correlation with the ocean tide off the coast of northern California. *J. Geophys. Res.*, 73: 1921—1932.
1085. *Nowroozi A. A., Kuo J. and Ewing M.*, 1969. Solid earth and oceanic tides recorded on the ocean floor off the coast of northern California. *J. Geophys. Res.*, 74: 605—614.
1086. *Nyquist H.*, 1928. Certain topics in telegraph transmission theory. *Trans. AIEE*, 47: 617—644.
1087. *O'Brien P. N. S.*, 1965. Seismic observations 20 km from explosions in a lake. *Boll. Geofis. Teor. Appl.*, 7: 144—164.
1088. *O'Brien P. N. S.*, 1967a. Analysis of a small number of seismic along an E—W Alpine profile. *Boll. Geofis. Teor. Appl.*, 9: 22—65.
1089. *O'Brien P. N. S.*, 1967b. Quantitative discussion on seismic amplitudes produced by explosions in Lake Superior. *J. Geophys. Res.*, 72: 2569—2575.
1090. *Odaka T. and Usami T.*, 1970. Theoretical seismograms and earthquake mechanism. Part III. Azimuthal variation of the initial phase of surface waves. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 48: 669—689.
1091. *Odegard M. E. and Berg J. W., Jr.*, 1965. Gravity interpretation using the Fourier integral. *Geophysics*, 30: 424—438.
1092. *Officer C. B.*, 1958. *Sound Transmission*. McGraw-Hill, 284 pp.
1093. *Ogura Y.*, 1957a. Spectrum modification due to the use of finite differences. *J. Meteorol.*, 14: 77—80.
1094. *Ogura Y.*, 1957b. The influence of finite observation intervals on the measurement of turbulent diffusion parameters. *J. Meteorol.*, 14: 176—181.
1095. *Ogura Y.*, 1959. Diffusion from a continuous source in relation to a finite observation interval. *Adv. Geophys.*, 6: 149—158.

1096. Okada H., Suzuki S. and Asano S., 1970. Anomalous underground structure in the Matsushiro earthquake swarm area as derived from a fan shooting technique. Bull. Earthquake Res. Inst., 48: 811—833.
1097. Okano K. and Hirano I., 1971. Seismic wave attenuation in the vicinity of Kyoto. Bull. Disaster Prev. Res. Inst. (Kyoto), 21 (1): 99—108.
1098. Oldham C. H. G., 1967. The $(\sin x)/x$ $(\sin y)/y$ method for continuation of potential fields. Mining Geophys., Soc. Explor. Geophys., 2: 591—605.
1099. Oliver J. and Page R., 1963. Concurrent storms of long and ultralong period microseisms. Bull. Seismol. Soc. Am., 53: 15—26.
1100. Olsen K. and Hwang L.-S., 1971. Oscillations in a bay of arbitrary shape and variable depth. J. Geophys. Res., 76: 5048—5064.
1101. Olsen K. H., Stewart J. N., McNeil J. E. and Vitousek M. J., 1972. Long-period water-wave measurements for the MILROW and CANNIKIN nuclear explosions. Bull. Seismol. Soc. Am., 62: 1559—1578.
1102. O'Neill A. D. J. and Ferguson H. L., 1971. A spectral investigation of horizontal moisture flux in the troposphere. J. Appl. Meteorol., 10: 14—22.
1103. Osemethkhan J. E. and Everett J. E., 1968. Anomalous magnetic variations in southwestern Scotland. Geophys. J. R. Astron. Soc., 15: 361—366.
1104. Otnes R. K. and Enochson L., 1972. Digital Time Series Analysis. Wiley, 467 pp.
1105. Otsuka M., 1963. Some considerations on the wave forms of ScS phases. Geophys. Pap. Dedicated to Prof. K. Sassa (Kyoto). Publ. Office, Geophys. Inst., Kyoto, pp. 415—425.
1106. Page C. H., 1952. Instantaneous power spectra. J. Appl. Phys., 23: 103—106.
1107. Pan C., 1970. The gravitational factor from mid-continental body tides and its statistical analysis. Tectonophysics, 9: 15—46.
1108. Pan C., 1971. Fundamental statistical techniques for the analysis of earth tides. Bull. Seismol. Soc. Am., 61: 203—215.
1109. Panofsky H. A., 1953. The variation of the turbulence spectrum with height under superadiabatic conditions. Q. J. R. Meteorol. Soc., 79: 150—153.
1110. Panofsky H. A., 1955. Meteorological applications of power-spectrum analysis. Bull. Am. Meteorol. Soc., 36: 163—166.
1111. Panofsky H. A., 1962. The budget of turbulent energy in the lowest 100 meters. J. Geophys. Res., 67: 3161—3165.
1112. Panofsky H. A., 1967. Meteorological applications of cross-spectrum analysis. In: B. Harris (Editor), Spectral Analysis of Time Series. Wiley, pp. 109—132.
1113. Panofsky H. A., 1969a. Spectra of atmospheric variables in the boundary layer. Radio Sci., 4: 1101—1109.
1114. Panofsky H. A., 1969b. The spectrum of temperature. Radio Sci., 4: 1143—1146.
1115. Panofsky H. A. and Brier G. W., 1958. Some Applications of Statistics to Meteorology. Pa. State Univ., Coll. Mineral Industr., University Park, Pa., 224 p.
1116. Panofsky H. A. and Deland R. J., 1959. One-dimensional spectra of atmospheric turbulence in the lowest 100 metres. Adv. Geophys., 6: 41—62.
1117. Panofsky H. A. and Mares E., 1968. Recent measurements of cospectra for heat-flux and stress. Q. J. R. Meteorol. Soc., 94: 581—585.
1118. Panofsky H. A. and McCormick R. A., 1954. Properties of spectra of atmospheric turbulence at 1000 meters. Q. J. R. Meteorol. Soc., 80: 546—564.
1119. Panofsky H. A. and McCormick R. A., 1960. The spectrum of vertical velocity near the surface. Q. J. R. Meteorol. Soc., 86: 495—503.
1120. Panofsky H. A. and Singer I. A., 1965. Vertical structure of turbulence. Q. J. R. Meteorol. Soc., 91: 339—344.
1121. Panofsky H. A. and Van der Hoven I., 1955. Spectra and cross-spectra of velocity components in the mesometeorological range. Q. J. R. Meteorol. Soc., 81: 603—606.
1122. Panofsky H. A. and Wolff P., 1957. Spectrum and cross-spectrum analysis of hemispheric westerly index. Tellus, 9: 195—200.

1123. *Panofsky H. A., Cramer H. E. and Rao V. R. K.*, 1958. The relation between Eulerian time and space spectra. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 84: 270—273.
1124. *Panter P. F.*, 1965. *Modulation, Noise, and Spectral Analysis*. McGraw-Hill, 759 pp.
1125. *Pao Y.-H.* 1969. Spectra of internal waves and turbulence in stratified fluids. *Radio Sci.*, 4: 1315—1320.
1126. *Papoulis A.*, 1962. *The Fourier Integral and Its Applications*. McGraw-Hill, 318 pp.
1127. *Parkinson W. D.*, 1971. An analysis of the geomagnetic diurnal variation during the International Geophysical Year. *Gerlands Beitr. Geophys.*, 80: 199—232.
1128. *Parks J. K.*, 1960. A comparison of power spectra of ocean waves obtained by an analog and a digital method. *J. Geophys. Res.*, 65: 1557—1563.
1129. *Pasquill F.*, 1962a. *Atmospheric Diffusion*. Van Nostrand, 297 pp.
1130. *Pasquill F.*, 1962b. Recent broad-band spectral measurements of turbulence in the lower atmosphere. *J. Geophys. Res.*, 67: 3025—3028.
1131. *Pasquill F.*, 1972. Some aspects of boundary layer description. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 98: 469—494.
1132. *Passechnik I. P.*, 1968. On determining frequency dependence of absorption coefficient of longitudinal seismic waves propagating in the earth's mantle. In: E. Bisztricsányi (Editor), *Proc. Eighth Assem. Eur. Seismol. Comm. Akad. Kiadó, Budapest*, pp. 183—188.
1133. *Payne F. R. and Lumley J. L.*, 1966. One-dimensional spectra derived from an airborne hotwire anemometer. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 92: 397—401.
1134. *Payo G.*, 1969. Atenuación de ondas sísmicas *Rev. Geofis.*, 28: 277—315.
1135. *Payo G.*, 1970. Structure of the crust and upper mantle in the Iberian shield by means of a long period triangular array. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 20: 493—508.
1136. *Pease C. B.*, 1967. A note on the spectrum analysis of transients and the loudness of sonic bangs. *J. Sound Vibr.*, 6: 310—314.
1137. *Pedlosky J.*, 1962. Spectral considerations in two-dimensional incompressible flow. *Tellus*, 14: 125—132.
1138. *Pekeris C. L., Alterman Z. and Jarosch, H.*, 1961a. Comparison of theoretical with observed values of the periods of free oscillation of the earth. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, 47: 91—98.
1139. *Pekeris C. L., Alterman Z. and Jarosch H.*, 1961b. Rotational multiplets in the spectrum of the earth. *Phys. Rev.*, 122: 1692—1700.
1140. *Penzien J.*, 1965. Applications of random vibration theory in earthquake engineering. *Bull. Int. Inst. Seismol. Earthquake Eng.*, 2: 47—69.
1141. *Petersen D. P. and Middleton D.*, 1963. On representative observations. *Tellus*, 15: 387—405.
1142. *Pfeffer R. L. and Zarichny J.*, 1963. Acoustic-gravity wave propagation in an atmosphere with two sound channels. *Geofis. Pura Appl.*, 55: 175—199.
1143. *Phillips O. M. and Katz E. J.*, 1961. The low-frequency components of the spectrum of windgenerated waves. *J. Mar. Res.*, 19: 57—69.
1144. *Phinney R. A.*, 1964. Structure of the earth's crust from spectral behavior of long-period body waves. *J. Geophys. Res.*, 69: 2997—3017.
1145. *Phinney R. A. and Alexander S. S.*, 1966. P-wave diffraction theory and the structure of the core—mantle boundary. *J. Geophys. Res.*, 71: 5959—5975.
1146. *Phinney R. A. and Cathles L. M.*, 1969. Diffraction of P by the core: a study of long-period amplitudes near the edge of the shadow. *J. Geophys. Res.*, 74: 1566—1574.
1147. *Phinney R. A. and Smith S. W.*, 1963. Processing of seismic data from an automatic digital recorder. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 53: 549—562.
1148. *Pho H. T.*, 1971. Etude comparative des spectres d'énergie de la composante verticale de l'onde P observée en deux stations voisines. *Ann. Geophys.*, 27: 303—310.
1149. *Pierson W. J., Jr.*, 1955. Wind generated gravity waves. *Adv. Geophys.*, 2: 93—178.

1150. *Pierson W. J., Jr.*, 1959. A note on the growth of the spectrum of wind-generated gravity waves as determined by non-linear considerations. *J. Geophys. Res.*, 64: 1007—1011.
1151. *Pierson W. J., Jr.*, 1959—1960. On the use of time series concepts and spectral and cross-spectral analyses in the study of long-range forecasting problems. *J. Mar. Res.*, 18: 112—132.
1152. *Pierson W. J., Jr.*, 1964. The interpretation of wave spectrums in terms of the wind profile instead of the wind measured at a constant height. *J. Geophys. Res.*, 69: 5191—5203.
1153. *Pierson W. J.* and *Marks W.*, 1952. The power spectrum analysis of ocean-wave records. *Trans. Am. Geophys. Union.*, 33: 834—844.
1154. *Pierson W. J., Jr.* and *Moskowitz L.*, 1964. A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii. *J. Geophys. Res.*, 69: 5181—5190.
1155. *Pilani W. L.* and *Knopoff L.*, 1964. Observations of multiple seismic events. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 19—39.
1156. *Pinus N. Z.* and *Sur G. N.*, 1970. Einige Resultate experimenteller Untersuchungen der Turbulenz in der Troposphäre und Stratosphäre. *Gerlands Beitr. Geophys.*, 79: 363—378.
1157. *Pinus N. Z.*, *Reiter E. R.*, *Shur G. N.* and *Vinnichenko N. K.*, 1967. Power spectra of turbulence in the free atmosphere. *Tellus*, 19: 206—213.
1158. *Pisarenko V. F.*, 1972. On the estimation of spectra by means of non-linear functions of the covariance matrix. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 28: 511—531.
1159. *Platzman G. W.*, 1964. An exact integral of complete spectral equations for unsteady one-dimensional flow. *Tellus*, 16: 422—431.
1160. *Platzman G. W.* and *Rao D. B.*, 1964. Spectra of Lake Erie water levels. *J. Geophys. Res.*, 69: 2525—2535.
1161. *Plutchok R.* and *Broome P.*, 1969. Modeling of seismic signals from large underwater explosions to predict the spectra and covariance functions. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 1137—1147.
1162. *Pochapsky T. E.*, 1966. Measurements of deep water movements with instrumented neutrally buoyant floats. *J. Geophys. Res.*, 71: 2491—2504.
1163. *Pollack H. N.*, 1963a. Effect of delay time and number of delays on the spectra of ripple-fired shots. *Earthquake Notes*, 34 (1): 1—12.
1164. *Pollack H. N.*, 1963b. An experimental study of source motion synthesis from first arrivals. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 53: 955—963.
1165. *Pomeroy P. W.*, 1963. Long-period seismic waves from large, near-surface nuclear explosions. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 63: 109—149.
1166. *Pomeroy P. W.* and *Sutton G. H.*, 1960. The use of galvanometers as band-rejection filters in electromagnetic seismographs. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 50: 135—151.
1167. *Porath H.* and *Gough D. I.*, 1971. Mantle conductive structures in the western United States from magnetometer array studies. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 22: 261—275.
1168. *Porcello L. J.*, *Heerema C. E.* and *Massey N. G.*, 1969. Optical processing of planetary radar data: preliminary results. *J. Geophys. Res.*, 74: 1111—1115.
1169. *Posmentier E. S.* and *Hermann R. W.*, 1971. Cophase: an ad hoc array processor. *J. Geophys. Res.*, 76: 2194—2201.
1170. *Power D. V.*, 1969. Analysis of earth motions and seismic sources by power spectral density. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 1071—1091.
1171. *Prentiss D. D.* and *Ewing J. I.*, 1963. The seismic motion of the deep ocean floor. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 63: 765—781.
1172. *Press F.*, 1956a. Rigidity of the earth's core. *Science*, 124: 1204.
1173. *Press F.*, 1956b. Determination of crustal structure from phase velocity of Rayleigh waves. Part I: Southern California. *Bull. Geol. Soc. Am.*, 67: 1647—1658.
1174. *Press F.*, 1964. Long-period waves and free oscillations of the earth. In: *H. Odishaw (Editor), Research in Geophysics*, Vol. 2, M. I. T. Press, pp. 1—26.
1175. *Press F.* and *Ewing M.*, 1948. A theory of microseisms with geologic applications. *Trans. Am. Geophys. Union*, 29: 163—174.
1176. *Press F.*, *Ben-Menahem A.* and *Toksöz M. N.*, 1961. Experimental de-

- termination of earthquake fault length and rupture velocity. *J. Geophys. Res.*, 66: 3471—3485.
1177. *Press F., Dewar G. and Gilman R.*, 1963. A study of diagnostic techniques for identifying earthquakes. *J. Geophys. Res.*, 68: 2909—2928.
1178. *Presti A. J.*, 1966. High-speed sound spectrograph. *J. Acoust. Soc. Am.*, 40: 628—634.
1179. *Priestley M. B.*, 1965a. The role of bandwidth in spectral analysis. *Appl. Stat., R. Stat. Soc., C* 14: 33—47.
1180. *Priestley M. B.*, 1965b. Evolutionary spectra and non-stationary processes. *J. R. Stat. Soc., B* 27: 204—229.
1181. *Priestley M. B.*, 1967. Power spectral analysis of non-stationary random processes. *J. Sound Vibr.*, 6: 86—97.
1182. *Priestley M. B.*, 1971. Time-dependent spectral analysis and its application in prediction and control. *J. Sound Vibr.*, 17: 517—534.
1183. *Prikner K.*, 1969a. Rapid changes in the Fourier spectra of P₁ pulsations during magnetically disturbed periods. Part I. Frequency analysis. *Studia Geophys. Geodaet.*, 13: 276—292.
1184. *Prikner K.*, 1969b. Rapid changes in the Fourier spectra of P₁ pulsations during magnetically disturbed periods. Part II. Amplitude analysis. *Studia Geophys. Geodaet.*, 13: 444—456.
1185. *Prikner K., Střešlík J. and Dobeš K.*, 1972. Frequency analysis of geomagnetic heating-type pulsations in the Pc3 range. *Studia Geophys. Geodaet.*, 16: 262—270.
1186. *Prothero W. A. and Goodkind J. M.*, 1972. Earth-tide measurements with the superconducting gravimeter. *J. Geophys. Res.*, 77: 926—937.
1187. *Proverbio E. and Quesada V.*, 1972. Long-term components in polar motion. *Ann. Geofis.*, 25: 37—54.
1188. *Raiff R. W.*, 1969. Anisotropy of the upper mantle. *Am. Geophys. Union, Geophys. Monogr.*, 13: 250—256.
1189. *Ralston A. and Wilf H. S.* (Editors), 1960. *Mathematical Methods for Digital Computers.* Wiley, 293 pp.
1190. *Randall M. J. and Knopoff L.*, 1970. The mechanism at the focus of deep earthquakes. *J. Geophys. Res.*, 75: 4965—4976.
1191. *Rao V. B. and Rao S. T.*, 1971. A theoretical and synoptic study of western disturbances. *Pure Appl. Geophys.*, 90: 193—208.
1192. *Rassbach M. E., Dessler A. J. and Cameron A. G. W.*, 1966. The lunar period, the solar period, and Kp. *J. Geophys. Res.*, 71: 4141—4146.
1193. *Reed J. W.*, 1971. Low-frequency periodicities in Panama rainfall runoff. *J. Appl. Meteorol.*, 10: 666—673.
1194. *Reed R. J., Wolfe J. L. and Nishimoto H.*, 1963. A spectral analysis of the energetics of the stratospheric sudden warming of early 1957. *J. Atmos. Sci.*, 20: 256—275.
1195. *Reiter E. R. and Burns A.*, 1966. The structure of clear-air turbulence derived from «Topcat» aircraft measurements. *J. Atmos. Sci.*, 23: 206—212.
1196. *Reiter E. R. and Foltz H. P.*, 1967. The prediction of clear-air turbulence over mountainous terrain. *J. Appl. Meteorol.*, 6: 549—556.
1197. *Reitzel J. S., Gough D. I., Porath H. and Anderson C. W.*, III, 1970. Geomagnetic deep sounding and upper-mantle structure in the western United States. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 19: 213—235.
1198. *Revah J.*, 1969. Étude des vents de petite échelle observés au moyen des traînées météoriques. *Ann. Geophys.*, 25: 1—45.
1199. *Richards A. F.*, 1963. Volcanic sounds: investigation and analysis. *J. Geophys. Res.*, 68: 919—928.
1200. *Richter C. F.*, 1958. *Elementary Seismology.* Freeman, 768 pp.
1201. *Ricker N.*, 1940. The form and nature of seismic waves and the structure of seismograms. *Geophysics*, 5: 348—366.
1202. *Ricker N.*, 1943. Further developments in the wavelet theory of seismogram structure. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 33: 197—228.
1203. *Ricker N.*, 1944. Wavelet functions and their polynomials. *Geophysics*, 9: 314—323.

1204. *Ricker N.*, 1953. The form and laws of propagation of seismic wavelets. *Geophysics*, 18: 10—36.
1205. *Rinner K.*, 1960. Einfluss des Ganges auf die Ergebnisse der harmonischen Analyse. *Boll. Geofis. Teor. Appl.*, 2 (5): 223—234.
1206. *Robertson H.*, 1965. Physical and topographic factors as related to short-period wind noise. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 55: 863—877.
1207. *Robinson E. A.*, 1966. Collection of Fortran II programs for filtering and spectral analysis of single channel time series. *Geophys. Prospect.*, 14 (Suppl. 1): 1—52.
1208. *Robinson E. A.*, 1967a. Statistical Communication and Detection with special reference to Digital Data Processing of Radar and Seismic Signals. Griffin, 362 pp.
1209. *Robinson E. A.*, 1967b. Multichannel Time Series Analysis with Digital Computer Programs. Holden-Day, 298 pp.
1210. *Robinson E. A.* and *Treitel S.*, 1967. Principles of digital Wiener filtering. *Geophys. Prospect.*, 15: 311—333.
1211. *Robinson G. D.*, 1959. Vertical motion and the transfer of heat and momentum near the ground. *Adv. Geophys.*, 6: 259—267.
1212. *Roden G. I.*, 1960. On the nonseasonal variations in sea level along the west coast of North America. *J. Geophys. Res.*, 65: 2809—2826.
1213. *Roden G. I.*, 1962. On sea-surface temperature, cloudiness and wind variations in the tropical Atlantic. *J. Atmos. Sci.*, 19: 66—80.
1214. *Roden G. I.*, 1963a. On statistical estimation of monthly extreme sea-surface temperatures along the west coast of the United States. *J. Mar. Res.*, 21: 172—190.
1215. *Roden G. I.*, 1963b. On sea level, temperature, and salinity variations in the central, tropical Pacific and on Pacific Ocean islands. *J. Geophys. Res.*, 68: 455—472.
1216. *Roden G. I.*, 1963c. Sea level variations at Panama. *J. Geophys. Res.*, 68: 5701—5710.
1217. *Roden G. I.*, 1964. Shallow temperature inversions in the Pacific Ocean. *J. Geophys. Res.*, 69: 2899—2914.
1218. *Roden G. I.*, 1966a. A modern statistical analysis and documentation of historical temperature records in California, Oregon and Washington. 1821—1964. *J. Appl. Meteorol.*, 5: 3—24.
1219. *Roden G. I.*, 1966b. Low-frequency sea level oscillations along the Pacific coast of North America. *J. Geophys. Res.*, 71: 4755—4776.
1220. *Roden G. I.*, 1968. Spectral analysis and interpretation of salinity-temperature-depth records. *J. Geophys. Res.*, 73: 635—639.
1221. *Roden G. I.* and *Groves G. W.*, 1960. On the statistical prediction of ocean temperatures. *J. Geophys. Res.*, 65: 249—263.
1222. *Rodriguez-Portugal C.* and *Udias A.*, 1972. Estudio del mecanismo y determinacion de los parametros dinamicos del foco del terremoto de Azores del 17 de mayo de 1964. *Rev. Geofis.*, 31: 63—86.
1223. *Rogers A. M., Jr.* and *Kisslinger C.*, 1972. The effect of a dipping layer on P-wave transmission. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62: 301—324.
1224. *Rogers R. R.*, 1963. Radar measurement of velocities of meteorological scatterers. *J. Atmos. Sci.*, 20: 170—174.
1225. *Rogers R. R.* and *Tripp B. R.*, 1964. Some radar measurements of turbulence in snow. *J. Appl. Meteorol.*, 3: 603—610.
1226. *Roper R. G.*, 1966. The semidiurnal tide in the lower thermosphere. *J. Geophys. Res.*, 71: 5746—5748.
1227. *Rosenblatt M.* and *Van Ness J. W.*, 1965. Estimation of the bispectrum. *Ann. Math. Stat.*, 36: 1120—1136.
1228. *Rosenthal S. L.*, 1960. Some estimates of the power spectra of large-scale disturbances in low latitudes. *J. Meteorol.*, 17: 259—263.
1229. *Rossiter J. R.*, 1962. Long-term variations in sea-level. In: M. N. Hill (Editor), *The Sea*, Vol. 1, Interscience, pp. 590—610.
1230. *Rossiter J. R.*, 1967. An analysis of annual sea level variations in European waters. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 12: 259—299.

1231. *Rossiter J. R. and Lennon G. W.*, 1988. An intensive analysis of shallow water tides. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 16: 275—293.
1232. *Roth R.*, 1971. Turbulence spectra with two separated regions of production. *J. Appl. Meteorol.*, 10: 430—432.
1233. *Roy A.*, 1970. Gravity and magnetic interpretation on uneven topography by $(\sin X)/X$ method of continuation. *Geoexploration*, 8: 37—40.
1234. *Royer T. C. and Reid R. O.*, 1971. The detection of secondary tsunamis. *Tellus*, 23: 136—142.
1235. *Rudnick P.*, 1956. The spectrum of the variation in latitude. *Trans. Am. Geophys. Union*, 37: 137—142.
1236. *Rudnick P.*, 1969. Wave directions from a large spar buoy. *J. Mar. Res.*, 27: 7—21.
1237. *Rushton S. and Neumann J.*, 1957. Some applications of time series analysis to atmospheric turbulence and oceanography. *J. R. Stat. Soc., A* 120: 409—425.
1238. *Ryall A., VanWormer J. D. and Jones A. E.*, 1968. Triggering of micro-earthquakes by earth tides, and other features of the Truckee, California, earthquake sequence of September, 1966. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58: 215—248.
1239. *Rygg E.*, 1971. The dispersive effect of a medium expressed as a convolutional filter. *Seismol. Obs., Bergen, Sci. Rep.*, 7: 1—28.
1240. *Sacks I. S.*, 1972. The Q at the base of the mantle. *Carnegie Inst. Year Book*, 71: 325—327.
1241. *Sacks S.*, 1966. Diffracted wave studies of the earth's core. I. Amplitudes, core size, and rigidity. *J. Geophys. Res.*, 71: 1173—1181.
1242. *Saito T.*, 1960. Period analysis of geomagnetic pulsations by a sonagraph method. *Sci. Rep. Tôhoku Univ., Geophys.*, 12: 105—113.
1243. *Saltzman B.*, 1957. Equations governing the energetics of the larger scales of atmospheric turbulence in the domain of wave number. *J. Meteorol.*, 14: 513—523.
1244. *Saltzman B.*, 1958. Some hemispheric spectral statistics. *J. Meteorol.*, 15: 259—263.
1245. *Saltzman B. and Fleisher A.*, 1960. The modes of release of available potential energy in the atmosphere. *J. Geophys. Res.*, 65: 1215—1222.
1246. *Saltzman B. and Fleisher A.*, 1962. Spectral statistics of the wind at 500 mbar. *J. Atmos. Sci.*, 19: 195—204.
1247. *Saltzman B. and Peixoto J. P.*, 1957. Harmonic analysis of the mean northern-hemisphere wind field for the year 1950. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 83: 360—364.
1248. *Saltzman B. and Tewelez S.*, 1964. Further statistics on the exchange of kinetic energy between harmonic components of the atmospheric flow. *Tellus*, 16: 432—435.
1249. *Sanford A. R., Carapeltan A. G. and Long L. T.*, 1968. High-frequency microseisms from a known source. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58: 325—338.
1250. *Santirocco R. A. and Parker D. G.*, 1963. The polarization and power spectrums of Pc micropulsations in Bermuda. *J. Geophys. Res.*, 68: 5545—5558.
1251. *Sasai Y.*, 1966. The anomalous behaviour of geomagnetic variations of short period in Japan and its relation to the subterranean structure. The 11th report. (Spectral analysis of geomagnetic disturbances). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 44: 167—178.
1252. *Sasai Y.*, 1967. Spatial dependence of short-period geomagnetic fluctuations on Oshima island (I). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 45: 137—157.
1263. *Sato R.*, 1967. Attenuation of seismic waves. *J. Phys. Earth*, 15: 32—61.
1254. *Sato R. and Espinosa A. F.*, 1967. Dissipation in the earth's mantle and rigidity and viscosity in the earth's core determined from waves multiply reflected from the mantle-core boundary. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 829—856.
1255. *Satô Y.*, 1955. Analysis of dispersed surface waves by means of Fourier transform (I). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 33: 33—48.
1256. *Satô Y.*, 1956a. Analysis of dispersed surface waves by means of Fourier transform (II). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 34: 9—18.
1257. *Satô Y.*, 1956b. Analysis of dispersed surface waves by means of Fourier transform (III). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 34: 131—138.

1258. *Satō Y.*, 1958. Attenuation, dispersion, and the wave guide of the G wave. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 48: 231—251.
1259. *Satō Y.*, 1960. Synthesis of dispersed surface waves by means of Fourier transform. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 50: 417—426.
1260. *Satō Y.*, 1964. Soft core spectrum splitting of the torsional oscillation of an elastic sphere and related problems. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 42: 1—10.
1261. *Satō Y.*, *Usami T.* and *Landisman M.*, 1963a. Spectrum, phase and group velocities of the theoretical seismograms and the idea of the equivalent surface source of disturbance. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 8: 1—11.
1262. *Satō Y.*, *Takeuchi H.*, *Nishimura E.* and *Nakagawa I.*, 1963b. Free oscillation of the earth observed by gravimeters installed in Kyoto, Japan. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 41: 699—703.
1263. *Savage J. C.*, 1965. The effect of rupture velocity upon seismic first motions. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 55: 263—275.
1264. *Savage J. C.*, 1967. Spectra of S-waves radiated from bilateral fracture. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 39—54.
1265. *Savage J. C.* and *Hasegawa H. S.*, 1965. A two-dimensional model study of the directivity function. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 55: 27—45.
1266. *Savarensky E. F.*, *Proskurjakova T. A.* and *Voronina E. V.*, 1967. On microseism phase velocities and the directions to the excitation source. In: H. Jensen (Editor), *European Seismological Commission, Copenhagen Assembly 1966*, pp. 347—356.
1267. *Savino J.*, *Sykes L. R.*, *Liebermann R. C.* and *Molnar P.*, 1971. Excitation of seismic surface waves with periods of 15 to 70 seconds for earthquakes and underground explosions. *J. Geophys. Res.*, 76: 8003—8020.
1268. *Savino J.*, *McCamy K.* and *Hade G.*, 1972a. Structures in earth noise beyond twenty seconds — a window for earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62: 141—176.
1269. *Savino J. M.*, *Murphy A. J.*, *Rynn J. M. W.*, *Tatham R.*, *Sykes L. R.*, *Choy G. L.* and *McCamy K.*, 1972b. Results from the high-gain long-period seismograph experiment. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 31: 179—203.
1270. *Savit C. H.*, *Brustad J. T.* and *Sider J.*, 1958. The moveout filter. *Geophysics*, 23: 1—25.
1271. *Saxton J. A.* (Editor), 1969. Spectra of meteorological variables. *Radio Sci.*, 4: 1099—1387.
1272. *Scheidegger A. E.*, 1960. General spectral theory for the onset of instabilities in displacement processes in porous media. *Geofis. Pura Appl.*, 47: 41—54.
1273. *Schenk V.*, 1971. Attenuation coefficients of the maximum amplitude and the spectral amplitude of stress waves in non-elastic zones of explosive sources. *Pure Appl. Geophys.*, 90: 61—69.
1274. *Schevill W. E.*, *Backus R. H.* and *Hersey J. B.*, 1962. Sound production by marine animals. In: M. N. Hill (Editor), *The Sea*, Vol. 1. Interscience, pp. 540—566.
1275. *Schick R.*, 1968. Untersuchungen über die Bruchausdehnung und Bruchgeschwindigkeit bei Erdbeben mit kleinen Magnituden ($M < 4$). *Z. Geophys.*, 34: 267—286.
1276. *Schick R.*, 1970. A method for determining source parameters of small-magnitude earthquakes. *Z. Geophys.*, 35: 205—224.
1277. *Schiff A.* and *Bogdanoff J. L.*, 1967. Analysis of current methods of interpreting strong-motion accelerograms. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 857—874.
1278. *Schnabel P.*, *Seed H. B.* and *Lysmer J.*, 1972. Modification of seismograph records for effects of local soil conditions. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62: 1649—1664.
1279. *Schneider G.*, 1961. Mikroseismik-Ausbreitung in Nord- und Mitteleuropa. *Z. Geophys.*, 27: 118—135.
1280. *Schneider W. A.* and *Backus M. M.*, 1964. Ocean-bottom seismic measurements off the California coast. *J. Geophys. Res.*, 69: 1135—1143.
1281. *Schneider W. A.*, *Farrell P. J.* and *Brannian R. E.*, 1964. Collection and analysis of Pacific ocean-bottom seismic data. *Geophysics*, 29: 745—771.
1282. *Schott F.*, 1971. On horizontal coherence and internal wave propagation in the North Sea. *Deep-Sea Res.*, 18: 291—307.

1283. *Schroeder M. R.*, 1968. Period histogram and product spectrum: New methods for fundamental-frequency measurement. *J. Acoust. Soc. Am.*, 43: 829—834.
1284. *Schroeder M. R.* and *Atal B. S.*, 1962. Generalized short-time power spectra and autocorrelation functions. *J. Acoust. Soc. Am.*, 34: 1679—1683.
1285. *Schule J. J., Jr.*, *Simpson L. S.* and *DeLeonibus P. S.*, 1971. A study of fetch-limited wave spectra with an airborne laser. *J. Geophys. Res.*, 76: 4160—4171.
1286. *Scollar I.*, 1970. Fourier transform methods for the evaluation of magnetic maps. *Prospezioni Archeol.*, 5: 9—41.
1287. *Scott J. R.*, 1969. Some average wave lengths on short-crested seas. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 95: 621—634.
1288. *Seidl D.*, *Müller St.* and *Knopoff L.*, 1966. Dispersion von Rayleigh-Wellen in Südwestdeutschland und in den Alpen. *Z. Geophys.*, 32: 472—481.
1289. *Setuwell H. R.*, 1949. The principles of time series analysis applied to ocean wave data. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, 35: 518—528.
1290. *Sen A. K.*, 1968. A theory of geomagnetic micropulsations II. *J. Geomagn. Geoelectr.*, 20: 245—261.
1291. *Sengupta S.* and *Ganguli D. K.*, 1971. On attenuation and spectral analysis of Rayleigh waves in alluvium and lateritic soil near small blasts. *Pure Appl. Geophys.*, 90: 70—77.
1292. *Shapiro H. S.* and *Silverman R. A.*, 1960. Alias-free sampling of random noise. *J. Soc. Ind. Appl. Math.*, 8: 225—248.
1293. *Shapiro R.* and *Ward F.*, 1960. The time-space spectrum of the geostrophic meridional kinetic energy. *J. Meteorol.*, 17: 621—626.
1294. *Shapiro R.* and *Ward F.*, 1963. The kinetic energy spectrum of meridional flow in the midtroposphere. *J. Atmos. Sci.*, 20: 353—358.
1295. *Shapiro R.* and *Ward F.*, 1966. Three peaks near 27 days in a high-resolution spectrum of the international magnetic character figure, C_1 . *J. Geophys. Res.*, 71: 2385—2388.
1296. *Sharma B.* and *Geldart L. P.*, 1968. Analysis of gravity anomalies of two-dimensional faults using Fourier transforms. *Geophys. Prospect.*, 16: 77—93.
1297. *Sharma B.*, *Geldart L. P.* and *Gill D. E.*, 1970. Interpretation of gravity anomalies of dike-like bodies by Fourier transformation. *Can. J. Earth Sci.*, 7: 512—516.
1298. *Shaw D. M.* and *Donn W. L.*, 1964. Sea-level variations at Iceland and Bermuda. *J. Mar. Res.*, 22: 111—122.
1299. *Shaw L.*, *Paul I.* and *Henrikson P.*, 1969. Statistical models for the vertical deflection from gravity-anomaly models. *J. Geophys. Res.*, 74: 4259—4265.
1300. *Sherwood J. W. C.* and *Spencer T. W.*, 1962. Signal-to-noise ratio and spectra of explosion-generated Rayleigh waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 52: 573—594.
1301. *Shima E.*, 1962. Modifications of seismic waves in superficial soil layers as verified by comparative observations on and beneath the surface. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 40: 187—259.
1302. *Shima E.*, 1969. Vibration characteristics of subsoil layers in downtown Tokyo during the earthquakes. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 47: 145—163.
1303. *Shima E.*, *McCamy K.* and *Meyer R. P.*, 1964. A Fourier transform method of apparent velocity measurement. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 1843—1854.
1304. *Shimamura H.*, 1969. Model study on core-mantle boundary structure. *J. Phys. Earth*, 17: 133—168.
1305. *Shimozuru D.*, *Kamo K.* and *Kinoshita W. T.*, 1966. Volcanic tremor of Kilauea volcano, Hawaii, during July—December, 1963. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 44: 1093—1133.
1306. *Shimozuru D.*, *Miyazaki T.*, *Gyoda N.* and *Matahelumual J.*, 1969. Volcanological survey of Indonesian volcanoes. Part 2. Seismic observation at Merapi volcano. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 47: 969—990.
1307. *Shimshoni M.*, 1967. The determination of periods in seismic records. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 1347—1354.
1308. *Shimshoni M.*, 1968a. Improved accuracy in the determination of periods in seismic records. *Suppl. Nuovo Cimento, Ser. I*, 6: 160—165.
1309. *Shimshoni M.*, 1968b. The separation to two close hidden periodicities. *J. Phys. Earth*, 16 (Spec. Issue): 195—202.

1310. *Shimshoni M.*, 1971. On Fisher's test of significance in harmonic analysis. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 23: 373—377.
1311. *Shimshoni M.* and *Ben-Menahem A.*, 1970. Computation of the divergence coefficient for seismic phases. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 21: 285—294.
1312. *Shlien S.* and *Toksöz M. N.*, 1970. A clustering model for earthquake occurrences. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 1765—1787.
1313. *Shonting D. H.*, 1968. Autospectra of observed particle motions in wind waves. *J. Mar. Res.*, 26: 43—65.
1314. *Shopland R. C.* and *Kirklin R. H.*, 1969. Application of strain seismographs to the discrimination of seismic waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 673—689.
1315. *Shopland R. C.* and *Kirklin R. H.*, 1970. Application of a vertical strain seismograph to the enhancement of P-waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 105—124.
1316. *Shugart T. R.*, 1944. Frequency discrimination in the low-velocity zone. *Geophysics*, 9: 19—28.
1317. *Siebert M.*, 1961. Atmospheric tides. *Adv. Geophys.*, 7: 105—187.
1318. *Siedler G.*, 1971. Vertical coherence of short-periodic current variations. *Deep-Sea Res.*, 18: 179—191.
1319. *Silverman B. A.*, 1968. The effect of spatial averaging on spectrum estimation. *J. Appl. Meteorol.*, 7: 168—172.
1320. *Silverman D.*, 1967. The digital processing of seismic data. *Geophysics*, 32: 988—1002.
1321. *Simons R. S.*, 1968. A surface wave particle motion discrimination process. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58: 629—637.
1322. *Simpson J. H.*, 1959. Observations of the directional characteristics of sea waves. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 17: 93—120.
1323. *Singh S. J.*, *Ben-Menahem A.* and *Shimshoni M.*, 1972. Theoretical amplitudes of body waves from a dislocation source in the earth, 1. Core reflections. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 5: 231—263.
1324. *Siskind D. E.* and *Howell B. F., Jr.*, 1967. Scale-model study of refraction arrivals in a three-layered structure. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 437—442.
1325. *Sitaraman V.*, 1970. Spectra and cospectra of turbulence in the atmospheric surface layer. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 96: 744—749.
1326. *Slaucitajs L.*, 1964. Variación secular geomagnética en Sudamerica y alrededores con relación a todo el Hemisferio Sur. *Pure Appl. Geophys.*, 59: 75—83.
1327. *Slichter L. B.*, 1965. Earth's free modes and a new gravimeter. *Geophysics*, 30: 339—347.
1328. *Smart E.*, 1971. Erroneous phase velocities from frequency—wavenumber spectral sections. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 26: 247—253.
1329. *Smart E.* and *Flinn E. A.*, 1971. Fast frequency-wavenumber analysis and Fisher signal detection in real-time infrasonic array data processing. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 26: 279—284.
1330. *Smith F. B.*, 1961. An analysis of vertical wind-fluctuations at heights between 500 and 5,000 ft. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 87: 180—193.
1331. *Smith F. B.*, 1962. The effect of sampling and averaging on the spectrum of turbulence. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 88: 177—180.
1332. *Smith H. W.*, *Prouvazek L. D.* and *Bostick F. X., Jr.*, 1961. Directional properties and phase relations of the magnetotelluric fields at Austin, Texas. *J. Geophys. Res.*, 66: 879—888.
1333. *Smith M. K.*, 1958. A review of methods of filtering seismic data. *Geophysics*, 23: 44—57.
1334. *Smith P. F.*, *Richard J. D.* and *Stephens F. H.*, 1955. A technique for the spectral analysis of sound in the ocean. *Trans. Am. Geophys. Union*, 36: 413—418.
1335. *Smith S. D.*, 1967. Thrust-anemometer measurements of wind-velocity spectra and of Reynolds stress over a coastal inlet. *J. Mar. Res.*, 25: 239—262.
1336. *Smith S. D.*, 1970. Thrust-anemometer measurements of wind turbulence, Reynolds stress, and drag coefficient over the sea. *J. Geophys. Res.*, 75: 6758—6770.
1337. *Smith S. D.*, 1972. Wind stress and turbulence over a flat ice floe. *J. Geophys. Res.*, 77: 3886—3901.
1338. *Smith S. D.*, *Banke E. G.* and *Johannessen O. M.*, 1970. Wind stress and

- turbulence over ice in the Gulf of St. Lawrence. *J. Geophys. Res.*, 75: 2803—2812.
1339. *Smith S. W.*, 1963. Generation of seismic waves by unbergground explosions and the collapse of cavities. *J. Geophys. Res.*, 68: 1477—1483.
1340. *Smith S. W.*, 1965. Seismic digital data acquisition systems. *Rev. Geophys.*, 3: 151—156.
1341. *Smith S. W.*, 1966. Free oscillations excited by the Alaskan earthquake. *J. Geophys. Res.*, 71: 1183—1193.
1342. *Smith S. W.*, 1972. The anelasticity of the mantle. *Tectonophysics*, 13: 601—622.
1343. *Smith S. W. and Kind R.*, 1972. Regional secular strain fields in southern Nevada. *Tectonophysics*, 14: 57—69.
1344. *Snodgrass F. E., Munk W. H. and Miller G. R.*, 1962. Long-period waves over California's continental borderland. Part I. Background spectra. *J. Mar. Res.*, 20: 3—30.
1345. *Snodgrass F. E., Groves G. W., Hasselmann K. F., Miller G. R., Munk W. H. and Powers W. H.*, 1966. Propagation of ocean swell across the Pacific. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A*, 259: 431—497.
1346. *Snyder R. L. and Cox C. S.*, 1966. A field study of the wind generation of ocean waves. *J. Mar. Res.*, 24: 141—178.
1347. *Soga N. and Anderson O. L.*, 1967. Elastic properties of taktites measured by resonant sphere technique. *J. Geophys. Res.*, 72: 1733—1739.
1348. *Sokolowski T. J. and Miller G. R.*, 1967. Automated epicenter locations from a quadrupartite array. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 269—275.
1349. *Solomon S. C. and Toksöz M. N.*, 1970. Lateral variation of attenuation of P- and S-waves beneath the United States. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 819—838.
1350. *Southworth R. W.*, 1960. Autocorrelation and spectral analysis. In: *A. Ralston and H. S. Will (Editors), Mathematical Methods for Digital Computers*. Wiley, pp. 213—220.
1351. *Spector A. and Bhattacharyya B. K.*, 1966. Energy density spectrum and autocorrelation function of anomalies due to simple magnetic models. *Geophys. Prospect.*, 14: 242—272.
1352. *Spector A. and Grant F. S.*, 1970. Statistical models for interpreting aeromagnetic data. *Geophysics*, 35: 293—302.
1353. *Spetner L. M.*, 1954. Errors in power spectra due to finite sample. *J. Appl. Phys.*, 25: 653—659.
1354. *Spitznogle F. R. and Quazi A. H.* 1970. Representation and analysis of time-limited signals using a complex exponential algorithm. *J. Acoust. Soc. Am.*, 47: 1150—1155.
1355. *Spizzichino A.*, 1969. Etude experimentale des vents dans la haute atmosphère. *Ann. Geophys.*, 25: 697—720.
1356. *Springer D., Denny M., Healy J. and Mickey W.*, 1958. The Sterling experiment: Decoupling of seismic waves by a shot-generated cavity. *J. Geophys. Res.*, 73: 5995—6011.
1357. *Srivastava H. N., Drakopoulos J. and Terashima T.*, 1971. Spectra of seismic waves of Matsushiro micro-earthquakes. *Pure Appl. Geophys.*, 92: 26—35.
1358. *Srivastava S. P. and White A.*, 1971. Inland, coastal, and offshore magnetotelluric measurements in eastern Canada. *Can. J. Earth Sci.*, 8: 204—216.
1359. *Stabler C. L.*, 1968. Simplified Fourier analysis of fold shapes. *Tectonophysics*, 6: 343—350.
1360. *Stacey F. D. and Westcott P.*, 1972. The record of a vector proton magnetometer after the earthquake. In: *Comm. Alaska Earthquake, Div. Earth Sci., Natl. Res. Council (Editors), The Great Alaska Earthquake of 1964. Seismology and Geodesy. Natl. Acad. Sci.*, pp. 523—525.
1361. *Starovoit O. E.*, 1971. Spectra of long-period seismic surface waves. *Obs. R. Belg., Comm. A13, Ser. Geophys.*, 101: 71—79.
1362. *Sterling A. and Smets E.*, 1971. Study of earth tides, earthquakes and terrestrial spectroscopy by analysis of the level fluctuations in a borehole at Heibaart (Belgium). *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 23: 225—242.
1363. *Stern D.*, 1962. The low-frequency power spectrum of cosmic-ray variations during IGY. *J. Geophys. Res.*, 67: 2133—2144.

1364. *Stewart R. W.*, 1967. Mechanics of the air-sea interface. In: K. F. Bowden F. N. Frenkiel and I. Tani (Editors), Boundary Layers and Turbulence. The Physics of Fluids Suppl. American Institute of Physics, pp. 47—55.
1365. *Stewart R. W.*, 1969. Turbulence and waves in a stratified atmosphere. *Radio Sci.*, 4: 1269—1278.
1366. *Stilwell D., Jr.*, 1969. Directional energy spectra of the sea from photographs. *J. Geophys. Res.*, 74: 1974—1986.
1367. *Šteštitk J.*, 1969a. Properties of spectra of geomagnetic Pi2 pulsations recorded at the Budkov Observatory. *Studia Geophys. Geodaet.*, 13: 42—59.
1368. *Šteštitk J.*, 1969b. Comparison of data on geomagnetic pulsations recorded by various instruments. *Studia Geophys. Geodaet.*, 13: 293—307.
1369. *Šteštitk J.*, 1970. Determination of the original shape of pulsations from their spectra. *Studia Geophys. Geodaet.*, 14: 344—349.
1370. *Šteštitk J.*, 1971. Irregular Pi2 pulsations resolved into a superposition of sinusoidal oscillations. *Studia Geophys. Geodaet.*, 15: 64—75.
1371. *Šteštitk J., Prikner K. and Dobes K.*, 1973. Daily variations of the characteristics of beating-type Pc3 (Bpc3) pulsations. *Studia Geophys. Geodaet.*, 17: 27—35.
1372. *Stringer E. I.*, 1972. *Techniques of Climatology*. Freeman, 539 pp.
1373. *Stuart R. D.*, 1969. *An Introduction to Fourier Analysis*. Methuen, 128 pp.
1374. *Stuart W. F., Sherwood V. and Macintosh S. M.*, 1971. The power spectral density technique applied to micropulsation analysis. *Pure Appl. Geophys.*, 92: 150—164.
1375. *Stumpff K.*, 1937. *Grundlagen und Methoden der Periodenforschung*. Springer, 332 pp.
1376. *Stumpff K.*, 1940. Ermittlung und Realität von Periodizitäten. *Korrelationsrechnung. Handbuch Geophysik, Borntraeger*, 10 (1): 117 pp.
1377. *Sudo K.*, 1972. The focal process of the Taiwan-Oki earthquake of March 12, 1966. *J. Phys. Earth*, 20: 147—164.
1378. *Sugitara M.*, 1960. A note on harmonic analysis of geophysical data with special reference to the analysis of geomagnetic storms. *J. Geophys. Res.*, 65: 2721—2725.
1379. *Sumner R. D.*, 1967. Attenuation of earthquake generated P-waves along the western flank of the Andes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 173—190.
1380. *Sutton G. H. and Pomeroy P. W.*, 1963. Analog analyses of seismograms recorded on magnetic tape. *J. Geophys. Res.*, 68: 2791—2815.
1381. *Suyehiro S.*, 1962. Deep earthquakes in the Fiji region. *Pap. Meteorol. Geophys.*, 13: 216—238.
1382. *Suyehiro S.*, 1968. Change in earthquake spectrum before and after the Matsushiro swarm. *Pap. Meteorol. Geophys.*, 19: 427—435.
1383. *Suyehiro S., Furuta M., Sato K. and Hirono T.*, 1970. Noise attenuation in shallow holes (III). Improvement of signal to noise ratio. *Pap. Meteorol. Geophys.*, 21: 473—487.
1384. *Suzuki S.*, 1972. Anomalous attenuation of P-waves in the Matsushiro earthquake swarm area. *J. Phys. Earth*, 20: 1—21.
1385. *Suzuki Y. and Sato R.*, 1970. Viscosity determination in the earth's outer core from ScS and SKS phases. *J. Phys. Earth*, 18: 157—170.
1386. *Syberg F. J. R.*, 1972. A Fourier method for the regional-residual problem of potential fields. *Geophys. Prospect.*, 20: 47—75.
1387. *Takahasi R. and Aida I.*, 1961. Studies on the spectrum of tsunami. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 39: 523—535.
1388. *Takahasi R. and Aida I.*, 1962. Spectral analyses of long-period ocean waves observed at Izu-Oshima. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 40: 561—573.
1389. *Takahasi R. and Aida I.*, 1963. Spectra of several tsunamis observed on the coast of Japan. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 41: 299—314.
1390. *Takano K.*, 1970. Attenuation of short-period seismic waves in the upper mantle and its regional difference. *J. Phys. Earth*, 18: 171—179.
1391. *Takano K.*, 1971a. A note on the attenuation of short-period P- and S-waves in the mantle. *J. Phys. Earth*, 19: 155—163.

1392. *Takano K.*, 1971b. Analysis of seismic coda waves of ultra microearthquakes in the Matsushiro area — A comparison with Parkfield, California. *J. Phys. Earth*, 19: 209—215.
1393. *Takano K.* and *Hagiwara T.*, 1966. Preliminary observation of microearthquakes with a deep well seismometer. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 44: 1135—1148.
1394. *Takano K.* and *Hagiwara T.*, 1968. Observations of microearthquakes with a deep well seismometer (II). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 46: 1293—1300.
1395. *Takeuchi H.*, *Saito M.*, *Kobayashi N.* and *Nakagawa I.*, 1962. Eree oscillations of the earth observed on gravimeters. *Zisin, Ser. II*, 15: 122—137 (in Japanese).
1396. *Tanaka T.*, 1966. Study on the relation between local earthquakes and minute ground deformation. Part 2. *Bull. Disaster Prev. Res. Inst. (Kyoto)*, 16 (1): 59—67.
1397. *Tanaka T.*, 1967a. Study on the relation between local earthquakes and minute ground deformation. Part 3. *Bull. Disaster Prev. Res. Inst. (Kyoto)*, 16 (2): 17—36.
1398. *Tanaka T.*, 1967b. Study on the relation between local earthquakes and minute ground deformation. Part 4. *Bull. Disaster Prev. Res. Inst. (Kyoto)*, 17 (3): 7—20.
1399. *Tanaka T.*, 1968. On the effect of atmospheric pressure upon ground tilt. *Bull. Disaster Prev. Res. Inst. (Kyoto)*, 18 (2): 23—36.
1400. *Tanaka T.*, 1969. Study on meteorological and tidal influences upon ground deformations. *Spec. Contrib. Geophys. Inst. Kyoto Univ.*, 9: 29—90.
1401. *Tanaka T.*, *Dutta T. K.* and *Kanai K.*, 1966. Study of microtremor amplitude spectrum in relation to ground amplification character for sites in southern California. *Bull. Int. Inst. Seismol. Earthquake Eng.*, 3: 21—37.
1402. *Tanaka Y.*, 1969. A seismometrical study of Izu-Oshima (II). On the 4 kinds of volcanic tremors at the volcano Mihara-yama. *Pap. Meteorol. Geophys.*, 20: 385—416.
1403. *Taner M. T.* and *Koehler F.*, 1969. Velocity spectra — digital computer derivation and applications of velocity functions. *Geophysics*, 34: 859—881.
1404. *Tarr A. C.*, 1969. Rayleigh-wave dispersion in the North Atlantic Ocean, Caribbean Sea, and Gulf of Mexico. *J. Geophys. Res.*, 74: 1591—1607.
1405. *Taylor G. I.* 1938. The spectrum of turbulence. *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 164: 476—490.
1406. *Teng T.-L.*, 1968. Attenuation of body waves and the Q-structure of the mantle. *J. Geophys. Res.*, 73: 2195—2208.
1407. *Teng T.-L.* and *Ben-Menahem A.*, 1965. Mechanism of deep earthquakes from spectrums of isolated body-wave signals. I. The Banda Sea earthquake of March 21, 1964. *J. Geophys. Res.*, 70: 5157—5170.
1408. *Terashima T.*, 1968. Magnitude of microearthquake and the spectra of microearthquake waves. *Bull. Int. Inst. Seismol. Earthquake Eng.*, 5: 31—108.
1409. *Thakur T. R.*, and *Scheidegger A. E.*, 1970. Chain model of river meanders. *J. Hydrol.*, 12: 25—47.
1410. *Thatcher W.*, 1972. Regional variations of seismic source parameters in the northern Baja California area. *J. Geophys. Res.*, 77: 1546—1565.
1411. *Thompson M. C., Jr.* *Janes H. B.* and *Kirkpatrick A. W.*, 1960. An analysis of time variations in tropospheric refractive index and apparent radio path length. *J. Geophys. Res.*, 65: 193—201.
1412. *Thompson N.*, 1962. Intensities and spectra of vertical wind fluctuations at heights between 100 and 500 ft. in neutral and unstable conditions. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 88: 328—334.
1413. *Thompson N.*, 1972. Turbulence measurements over the sea by a tethered-balloon technique. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 98: 745—762.
1414. *Thomson W. T.*, 1950. Transmission of elastic waves through a stratified solid medium. *J. Appl. Phys.*, 21: 89—93.
1415. *Thomson W. T.*, 1959. Spectral aspect of earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 49: 91—98.

1416. Toksöz M. N. and Anderson D. L., 1966. Phase velocities of long-period surface waves and structure of the upper mantle. 1. Great-circle Love and Rayleigh wave data. *J. Geophys. Res.*, 71: 1649—1658.
1417. Toksöz M. N. and Ben-Menahem A., 1963. Velocities of mantle Love and Rayleigh waves over multiple paths. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 53: 741—764.
1418. Toksöz M. N. and Ben-Menahem A., 1964. Excitation of seismic surface waves by atmospheric nuclear explosions. *J. Geophys. Res.*, 69: 1639—1648.
1419. Toksöz M. N. and Kehler H. H., 1972. Tectonic strain-release characteristics of CANNIKIN. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62: 1425—1438.
1420. Toksöz M. N., Ben-Menahem A. and Harkrider D. G., 1964. Determination of source parameters of explosions and earthquakes by amplitude equalization of seismic surface waves. 1. Underground nuclear explosions. *J. Geophys. Res.*, 69: 4355—4366.
1421. Toksöz M. N., Harkrider D. G. and Ben-Menahem A., 1965. Determination of source parameters by amplitude equalization of seismic surface waves. 2. Release of tectonic strain by underground nuclear explosions and mechanisms of earthquakes. *J. Geophys. Res.*, 70: 907—922.
1422. Toksöz M. N., Arkani-Hamed J. and Knight C. A., 1969. Geophysical data and long-wave heterogeneities of the earth's mantle. *J. Geophys. Res.*, 74: 3751—3770.
1423. Tolstoy I. and Clay C. S., 1966. *Ocean Acoustics*. McGraw-Hill, 293 pp.
1424. Toman K., 1965. The spectral shifts of truncated sinusoids. *J. Geophys. Res.*, 70: 1749—1750.
1425. Toman K., 1966. Fourier transform of the sunspot cycle. *J. Geophys. Res.*, 71: 3285—3286.
1426. Tomoda Y., 1954. A simplified method for harmonic analysis by means of square wave expansion. *Zisin, Ser. II*, 7: 201—208 (in Japanese).
1427. Tomoda Y. and Aki K., 1955. Use of the function $\sin x/x$ in gravity problems. *Proc. Japan Acad.*, 31: 443—448.
1428. Treitel S., Clement W. G. and Kaul R. K., 1971. The spectral determination of depths to buried magnetic basement rocks. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 24: 415—428.
1429. Trembly L. D. and Berg J. W., Jr., 1966. Seismic source characteristics from explosion-generated P-waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58: 1833—1848.
1430. Trifunac M. D., 1971a. Response envelope spectrum and interpretation of strong earthquake ground motion. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 61: 343—356.
1431. Trifunac M. D., 1971b. Zero baseline correction of strong-motion accelerograms. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 61: 1201—1211.
1432. Trifunac M. D., 1971c. A method for synthesizing realistic strong ground motion. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 61: 1739—1753.
1433. Trifunac M. D., 1972. Tectonic stress and the source mechanism of the Imperial Valley, California, earthquake of 1940. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62: 1283—1302.
1434. Trifunac M. D. and Brune J. N., 1970. Complexity of energy release during the Imperial Valley, California, earthquake of 1940. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 137—160.
1435. Trifunac M. D., Udvardia F. E. and Brady A. G., 1973. Analysis of errors in digitized strongmotion accelerograms. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 63: 157—187.
1436. Tryggvason E., 1965. Dissipation of Rayleigh wave energy. *J. Geophys. Res.*, 70: 1449—1455.
1437. Tsai N. C., 1970. A note on the steady-state response of an elastic half-space. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 795—808.
1438. Tsai N. C. and Housner G. W., 1970. Calculation of surface motions of a layered half-space. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 1625—1651.
1439. Tsai Y.-B., 1972. Use of LP surface waves for source characterization. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 31: 111—130.
1440. Tsai Y.-B. and Aki K., 1969. Simultaneous determination of the seismic moment and attenuation of seismic surface waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 275—287.

1441. *Tsai Y.-B.* and *Aki K.*, 1970a. Source mechanism of the Truckee, California, earthquake of September 12, 1966. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60: 1199—1208.
1442. *Tsai Y.-B.* and *Aki K.*, 1970b. Precise focal depth determination from amplitude spectra of surface waves. *J. Geophys. Res.*, 75: 5729—5743.
1443. *Tsai Y.-B.*, and *Aki K.*, 1971. Amplitude spectra of surface waves from small earthquakes and underground nuclear explosions. *J. Geophys. Res.*, 76: 3940—3952.
1444. *Tsuboi C.*, 1954. A new and simple method for calculating the deflections of the vertical from gravity anomalies with the aid of the Bessel Fourier series. *Proc. Japan Acad.*, 30: 461—466.
1445. *Tsuboi C.* and *Fuchida T.*, 1937. Relation between gravity anomalies and the corresponding mass distribution (I). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 15: 636—649.
1446. *Tsuboi C.* and *Fuchida T.*, 1938. Relation between gravity anomalies and the corresponding mass distribution (II). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 16: 273—284.
1447. *Tsuboi C.* and *Tomoda Y.*, 1958. The relation between the Fourier series method and the sin x/x method for gravity interpretations. *J. Phys. Earth*, 6: 1—5.
1448. *Tsujiura M.*, 1966. Frequency analysis of seismic waves (I). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 44: 873—891.
1449. *Tsujiura M.*, 1967. Frequency analysis of seismic waves (2). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 45: 973—995.
1450. *Tsujiura M.*, 1969. Regional variation of P-wave spectrum (1). *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 47: 613—633.
1451. *Tsujiura M.*, 1972. Spectra of body waves and their dependence on source depth. I. Japanese arc. *J. Phys. Earth*, 20: 251—266.
1452. *Tukey J. W.*, 1961. Discussion, emphasizing the connection between analysis of variance and spectrum analysis. *Technometrics*, 3: 191—219.
1463. *Tukey J. W.*, 1967. An introduction to the calculations of numerical spectrum analysis. In: B. Harris (Editor), *Spectral Analysis of Time Series*. Wiley, pp. 25—46.
1454. *Turner C. H. M.*, 1954. On the concept of an instantaneous power spectrum, and its relationship to the autocorrelation function. *J. Appl. Phys.*, 25: 1347—1351.
1455. *Udias A.*, 1971. Source parameters of earthquakes from spectra of Rayleigh waves. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 22: 353—376.
1456. *Udias Vallina A.*, S. J., 1969. Estudio del mecanismo focal de los terremotos por medio de ondas superficiales. *Rev. Geofis.*, 28: 427—472.
1457. *Udias A.* and *López Arroyo A.*, 1970. Body and surface wave study of source parameters of the March 15, 1964 Spanish earthquake. *Tectonophysics*, 9: 323—346.
1466. *Ulrych T. J.*, 1971. Application of homomorphic deconvolution to seismology. *Geophysics*, 36: 650—660.
1459. *Ulrych T. J.*, 1972. Maximum entropy power spectrum of truncated sinusoids. *J. Geophys. Res.*, 77: 1396—1400.
1460. *Usami T.*, *Kotake Y.* and *Satō Y.*, 1967. Soft core spectrum splitting and related problems of the spheroidal oscillations of an elastic sphere with a homogeneous mantle and core. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 45: 945—961.
1461. *Utsu T.*, 1966. Variations in spectra of P-waves recorded at Canadian Arctic seismograph stations. *Can. J. Earth Sci.*, 3: 597—621.
1462. *Utsu T.*, 1971. Seismological evidence for anomalous structure of island arcs with special reference to the Japanese region. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 9: 839—890.
1463. *Utsu T.*, 1972. Aftershocks and earthquake statistics (IV). *J. Fac. Sci. Hokkaido Univ.*, Ser. 7 (Geophys.), 4: 1—42.
1464. *Utsu T.* and *Okada H.*, 1968. Anomalies in seismic-wave velocity and attenuation associated with a deep earthquake zone, 2. *J. Fac. Sci. Hokkaido Univ.*, Ser. 7 (Geophys.), 3: 65—84.

1465. Valenzuela G. R., Laing M. B. and Daley J. C., 1971. Ocean spectra for the high-frequency waves as determined from airborne radar measurements. *J. Mar. Res.*, 29: 69—84.
1466. Valle P. E., 1949. Sulla misura della velocità di gruppo delle onde sismiche superficiali. *Ann. Geofis.*, 2: 370—376.
1467. Van den Heuvel E. P. J., 1966. On the precession as a cause of Pleistocene variations of the Atlantic Ocean water temperatures. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 11: 323—336.
1468. Van der Hoven I., 1957. Power spectrum of horizontal wind speed in the frequency range from 0.007 to 900 cycles per hour. *J. Meteorol.*, 14: 160—164.
1469. Van Isacker J., 1961. Generalized harmonic analysis. *Adv. Geophys.*, 7: 189—214.
1470. Van Mieghem J., 1961. Zonal harmonic analysis of the Northern Hemisphere geostrophic wind field. *IUGG Monogr.*, 8: 57 pp.
1471. Vere-Jones D. and Davies R. B., 1966. A statistical survey of earthquakes in the main seismic region of New Zealand. Part 2 — Time series analysis. *N. Z. J. Geol. Geophys.*, 9: 251—284.
1472. Vesanen E., 1942. Über die typenanalytische Auswertung der Seismogramme. *Ann. Acad. Sci. Fenn., Ser. A, III. Geol.-Geogr.*, 5: 244 pp.
1473. Vesanen E., 1946. On seismogram types and focal depth of earthquakes in the north Japan and Manchuria region. *Ann. Acad. Sci. Fenn., Ser. A, III. Geol. Geogr.*, 11: 25 pp.
1474. Vetter R. C. and Breltschneider C. L. (Editors), 1963: *Ocean Wave Spectra*. Proc. Conf. Natl. Acad. Sci. Prentice-Hall, 357 pp.
1475. Vigoureux P. and Hersey J. B., 1962. Sound in the sea. In: M. N. Hill (Editor), *The Sea*, Vol. 1. Interscience, pp. 476—497.
1476. Vinnichenko N. K., 1970. The kinetic energy spectrum in the free atmosphere — 1 second to 5 years. *Tellus*, 22: 158—166.
1477. Vinnichenko N. K. and Dutton J. A., 1969. Empirical studies of atmospheric structure and spectra in the free atmosphere. *Radio Sci.*, 4: 1115—1126.
1478. Vinni L. P., 1967c. Structure of microseisms. In: H. Jensen (Editor), *European Seismological Commission, Copenhagen Assembly 1966*, pp. 333—346.
1479. Volkov V. A., 1971. Determination des caractéristiques de phase des systèmes enregistreurs de marées — gravimètre — galvanomètre. *Marées Terr.*, *Bull. d'Inform.*, 62: 3149—3163.
1480. Von Hann J. and Süring R., 1940—1951. *Lehrbuch der Meteorologie*. Keller and Hirzel, 1092 pp.
1481. Von Seggern D., 1972. Relative location of seismic events using surface waves. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 26: 499—513.
1482. Von Seggern D. and Blandford R., 1972. Source time functions and spectra for underground nuclear explosions. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 31: 83—97.
1483. Von Seggern D. and Lambert D. G., 1970. Theoretical and observed Rayleigh-wave spectra for explosions and earthquakes. *J. Geophys. Res.*, 75: 7382—7402.
1484. Voorhis A. D., 1968. Measurements of vertical motion and the partition of energy in the New England slope water. *Deep-Sea Res.*, 15: 599—608.
1485. Wada T., Furuzawa T. and Ono H., 1963. Source-mechanism of the Chilean earthquake from spectra of long-period surface waves. *J. Seismol. Soc. Japan*, 16: 181—187 (in Japanese).
1486. Wada T., Kamo K., Furuzawa T. and Onoue K., 1972. The observation of microtremors correlated with the existence of cracks at the landslide area. *Bull. Disaster Prev. Res. Inst. (Kyoto)*, 21 (3): 217—226.
1487. Walden H. and Rubach H.-J., 1967. Gleichzeitige Messungen des Seegangs mit nicht-stabilisierten Beschleunigungsschreibern an Orten mit unterschiedlicher Wassertiefe in der Deutschen Bucht. *Dtsche Hydrogr. Z.*, 20: 157—167.
1488. Walker R. A., Menard J. Z. and Bogert B. P., 1964. Real-time, high-resolution spectroscopy of seismic background noise. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 501—509.

1489. *Wallace J. M.*, 1971. Spectral studies of tropospheric wave disturbances in the tropical western Pacific. *Rev. Geophys.*, 9: 557—612.
1490. *Wallace J. M.* and *Chang C.-P.*, 1969. Spectrum analysis of large-scale wave disturbances in the tropical lower troposphere. *J. Atmos. Sci.*, 26: 1010—1025.
1491. *Walsh J. L.*, 1923. A closed set of orthogonal functions. *Am. J. Math.*, 45: 5—24.
1492. *Walzer U.*, 1972a. Comparison of microseisms of Cuban and Central European stations. *Pure Appl. Geophys.*, 95: 89—99.
1493. *Walzer U.*, 1972b. The distribution of continents and oceans and its relation to mantle convection. *Gerlands Beitr. Geophys.*, 81: 471—480.
1494. *Ward F. W., Jr.*, 1960. The variance (power) spectra of C_1 , K_p , and A_p . *J. Geophys. Res.*, 65: 2359—2373.
1495. *Ward F.* and *Shapiro R.*, 1961a. Solar, geomagnetic, and meteorological periodicities. *Ann. N. Y. Acad. Sci.*, 95: 200—224.
1496. *Ward F.* and *Shapiro R.*, 1961b. Meteorological periodicities. *J. Meteorol.*, 18: 635—656.
1497. *Ward R. W.* and *Toksöz M. N.* 1971. Causes of regional variation of magnitudes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 61: 649—670.
1498. *Wardell J.*, 1970. A comparison of land seismic sources. *Geoexploration*, 8: 205—229.
1499. *Webster F.*, 1969a. Turbulence spectra in the ocean. *Deep-Sea Res.*, 16 (Suppl.): 357—368.
1500. *Webster F.*, 1969b. On the representativeness of direct deep-sea current measurements. In: M. Sears (Editor), *Progress in Oceanography*, Vol. 5. Pergamon Press, pp. 3—15.
1501. *Weichert D. H.*, 1971. Short-period spectral discriminant for earthquake-explosion differentiation. *Z. Geophys.*, 37: 147—152.
1502. *Weiler H. S.* and *Burling R. W.*, 1967. Direct measurements of stress and spectra of turbulence in the boundary layer over the sea. *J. Atmos. Sci.*, 24: 653—664.
1503. *Weinstein M. S.*, 1968. Spectra of acoustic and seismic signals generated by underwater explosions during Chase experiment. *J. Geophys. Res.*, 73: 5473—5476.
1504. *Welch P. D.*, 1967. The use of the Fast Fourier Transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Trans. Audio Electroacoustics*, AU-15: 70—73.
1505. *Wendell L. L.*, 1969. A study of large-scale atmospheric turbulent kinetic energy in wave-number frequency space. *Tellus*, 21: 760—788.
1506. *Wenz G. M.*, 1962. Acoustic ambient noise in the ocean: Spectra and sources. *J. Acoust. Soc. Am.*, 34: 1936—1956.
1507. *Werth G. C.* and *Herbst R. F.*, 1963. Comparison of amplitudes of seismic waves from nuclear explosions in four mediums. *J. Geophys. Res.*, 68: 1463—1475.
1508. *Weston D. E.*, 1960. The low-frequency scaling laws and source levels for underground explosions and other disturbances. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 3: 191—202.
1509. *Whitcomb J. H.*, 1969. Array data processing techniques applied to long-period shear waves at Fennoscandian seismograph stations. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 59: 1863—1887.
1510. *White P. H.*, 1969. Cross-correlation in structural systems: Dispersion and nondispersion waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, 45: 1118—1128.
1511. *White R. M.* and *Cooley D. S.*, 1956. Kinetic-energy spectrum of meridional motion in the mid-troposphere. *J. Meteorol.*, 13: 67—69.
1512. *Whitham K.*, 1963. An anomaly in geomagnetic variations at Mould Bay in the Arctic archipelago of Canada. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 8: 26—43.
1513. *Whitham K.* and *Andersen F.*, 1965. Magneto-telluric experiments in northern Ellesmere Island. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 10: 317—345.
1514. *Whittle P.*, 1954. The statistical analysis of a seiche record. *J. Mar. Res.*, 13: 76—100.

1515. *Whorf T.*, 1972. Teleseismic and earth noise monitoring with the Block-Moore quartz accelerometer. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 31: 205—238.
1516. *Wickens A. J.* and *Kollar F.*, 1967. A wide range seismogram digitizer. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 91—98.
1517. *Wickens A. J.* and *Pec K.*, 1968. A crust-mantle profile from Mould Bay, Canada, to Tucson, Arizona. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58: 1821—1831.
1518. *Wiener N.*, 1959. *The Fourier Integral and Certain of Its Applications*. Dover Publ., 201 pp.
1519. *Wiggins J. H., Jr.*, 1962. Note on the effect of record balancing upon strong motion earthquake response spectra. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 52: 963—970.
1520. *Wiggins R. A.*, 1966. w-k filter design. *Geophys. Prospect.*, 14: 427—440.
1521. *Wiggins R. A.* and *Miller S. P.*, 1972. New noise-reduction technique applied to long-period oscillations from the Alaskan earthquake. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62: 471—479.
1522. *Witn-Nielsen A.*, 1967. On the annual variation and spectral distribution of atmospheric energy. *Tellus*, 19: 540—559.
1523. *Williams R. B.*, 1968. Horizontal temperature variations in the upper water of the open ocean. *J. Geophys. Res.*, 73: 7127—7132.
1524. *Willis D. E.*, 1960. Some observations on the attenuation of seismic waves. *Earthquake Notes*, 31 (4): 37—45.
1525. *Willis D. E.*, 1963a. A note on the effect of ripple firing on the spectra of quarry shots. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 53: 79—85.
1526. *Willis D. E.*, 1963b. Seismic measurements of large underwater shots. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 53: 789—809.
1527. *Willis D. E.*, 1963c. Comparison of seismic waves generated by different types of source. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 63: 965—978.
1528. *Willis D. E.*, 1964. Short period spectral measurements of seismic waves in the northeastern U. S. A. *Earthquake Notes*, 35: 1—13.
1529. *Willis D. E.*, 1965. Variations in compressional waves at teleseismic distances. *J. Geophys. Res.*, 70: 1877—1883.
1530. *Willis D. E.* and *DeNoyer J. M.*, 1966. Seismic attenuation and spectral measurements from the Lake Superior experiment. *Am. Geophys. Union. Geophys. Monogr.*, 10: 218—226.
1531. *Willis D. E.* and *Johnson J. C.*, 1959. Some seismic results using magnetic tape recording. *Earthquake Notes*, 30 (3): 21—25.
1532. *Willis D. E.* and *Wilson J. T.*, 1962. Effects of decoupling on spectra of seismic waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 52: 123—131.
1533. *Willis D. E.*, *DeNoyer J.* and *Wilson J. T.*, 1963. Differentiation of earthquakes and underground nuclear explosions on the basis of amplitude characteristics. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 53: 979—987.
1534. *Winch D. E.*, 1965. Noncyclic variation and Sq. *Pure Appl. Geophys.*, 61: 45—51.
1535. *Winch D. E.*, *Bolt B. A.* and *Staucaits L.*, 1963. Geomagnetic fluctuations with the frequencies of torsional oscillations of the earth. *J. Geophys. Res.*, 68: 2685—2693.
1536. *Wirth H.* and *Byl J.*, 1965. Beobachtung freier Schwingungen der Erde. *Gerlands Beitr. Geophys.*, 74: 14—19.
1537. *Wirth H.* and *Skalsky L.*, 1965. Freie Schwingungen des Erdkörpers. *Gerlands Beitr. Geophys.*, 74: 230—232.
1538. *Wirth H.*, *Buchheim W.* and *Schneider M.*, 1965. Zur Anregung von Eigenschwingungen des Erdkörpers durch das Erdbeben in Alaska am 28.3.1964. *Gerlands Beitr. Geophys.*, 74: 408—412.
1539. *Wonnacott T. H.*, 1961. Spectral analysis combining a Bartlett window with an associated inner window. *Technometrics*, 3: 235—243.
1540. *Wood D. E.*, 1964. New display format and a flexible-time integrator for spectral-analysis instrumentation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 36: 639—643.
1541. *Wood L. C.*, 1968. A review of digital pass filtering. *Rev. Geophys.*, 6: 73—97.

1542. Woods J. D., 1969. On Richardson's number as a criterion for laminar-turbulent-laminar transition in the ocean and atmosphere. *Radio Sci.*, 4: 1289—1298.
1543. Wooldridge G. and Reiter E. R., 1970. Large-scale atmospheric circulation characteristics as evident from ghost balloon data. *J. Atmos. Sci.*, 27: 163—194.
1544. Wright J. K., Carpenter E. W. and Savill R. A., 1962. Some studies of the P-waves from underground nuclear explosions. *J. Geophys. Res.*, 67: 1155—1160.
1545. Wu F. T., 1968. Parkfield earthquake of June 28, 1966: magnitude and source mechanism. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58: 689—709.
1546. Wu F. T. and Ben-Menahem A., 1965. Surface wave radiation pattern and source mechanism of the September 1, 1962. Iran earthquake. *J. Geophys. Res.*, 70: 3943—3949.
1547. Wu F. T., and Hannon W. J., 1966. PP and crustal structure. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 56: 733—747.
1548. Wunsch C., 1972a. Bermuda sea level in relation to tides, weather, and baroclinic fluctuations. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 10: 1—49.
1549. Wunsch C., 1972b. The spectrum from two years to two minutes of temperature in the main thermocline at Bermuda. *Deep-Sea Res.*, 19: 577—593.
1550. Wunsch C. and Dahlen J., 1970. Preliminary results of internal wave measurements in the main thermocline at Bermuda. *J. Geophys. Res.*, 75: 6899—5908.
1551. Wunsch C., Hansen D. V. and Zeller B. D. 1969. Fluctuations of the Florida current inferred from sea level records. *Deep-Sea Res.*, 16 (Suppl.): 447—470.
1552. Wyngaard J. C. and Coté O. R., 1972. Cospectral similarity in the atmospheric surface layer. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 98: 590—603.
1553. Wyrthi K., 1967. The spectrum of ocean turbulence over distances between 40 and 1000 kilometers. *Dtsche Hydrogr. Z.*, 20: 176—186.
1554. Wyrthi K. and Graefe V., 1967. Approach of tides to the Hawaiian Islands. *J. Geophys. Res.*, 72: 2069—2071.
1555. Wyss M. and Hanks T. C., 1972. The source parameters of the San Fernando earthquake inferred from teleseismic body waves. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62: 591—602.
1556. Wyss M. and Molnar P., 1972. Source parameters of intermediate and deep focus earthquakes in the Tonga arc. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 6: 279—292.
1557. Wyss M., Hanks T. G. and Liebermann R. C., 1971. Comparison of P-wave spectra of underground explosions and earthquakes. *J. Geophys. Res.*, 76: 2716—2729.
1558. Yanai M. and Murakami M., 1970a. A further study of tropical wave disturbances by the use of spectrum analysis. *J. Meteorol. Soc. Japan*, 48: 185—197.
1559. Yanai M. and Murakami M., 1970b. Spectrum analysis of symmetric and antisymmetric equatorial waves. *J. Meteorol. Soc. Japan*, 48: 331—347.
1660. Yanai M., Maruyama T., Nitta T. and Hayashi Y., 1968. Power spectra of large-scale disturbances over the tropical Pacific. *J. Meteorol. Soc. Japan*, 46: 308—323.
1561. Yokosi S. 1967. The structure of river turbulence. *Bull. Disaster Prev. Res. Inst. (Kyoto)*, 17 (2): 1—29.
1562. Yoshikawa S., Shima M. and Irikura K., 1967. Vibrational characteristics of the ground investigated by several methods. *Bull. Disaster Prev. Res. Inst. (Kyoto)*, 16 (2): 1—16.
1563. Yoshiyama R., 1959. Maximum amplitude and epicentral distance. Proposed a theoretical elucidation of empiricas and some development. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 37: 389—404.
1564. Yoshiyama R., 1960. Propagation of surface waves and internal friction. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 38: 361—368.
1565. Yoshizawa S., Tanaka T. and Kanai K., 1968. Some features of strong underground earthquake motions computed from observed surface records. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 46: 667—686.
1566. Yukutake T., 1962. The westward drift of the magnetic field of the earth. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 40: 1—65.
1567. Yukutake T., 1971. Spherical harmonic analysis of the earth's magnetic field for the 17th and the 18th centuries. *J. Geomagn. Geoelectr.*, 23: 11—31.

1568. *Yukutake T. and Tachinaka H.*, 1968. The non-dipole part of the earth's magnetic field. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, 46: 1027—1074.
1569. *Zadro M.*, 1961. «Power spectrum analysis» delle deviazioni della verticale registrate durante l'eclissi totale di Sole del 15 Febbraio 1961. *Atti Conv. Ann. Assoc. Geofis. Ital.*, 11: 63—78.
1570. *Zadro M. B.*, 1966. Marce terrestri ed effectti di carico. *Boll. Geofis. Teor. Appl.*, 8: 173—195.
1571. *Zadro M. B.*, 1971. Non-linear effects in the free oscillations of the earth. *Boll. Geofis. Teor. Appl.*, 13: 187—195.
1572. *Zadro M. B. and Caputo M.*, 1968. Spectral, bispectral analysis and Q of the free oscillations of the earth. *Suppl. Nuovo Cimento, Ser. I*, 6: 67—81.
1573. *Zadro M. B. and Marussi A.*, 1967. Polarization and total energy spectra of the eigenvibrations of the earth recorded at Trieste. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 12: 425—436.
1574. *Zadro M. B. and Poretti G.*, 1972. Spectral techniques for the analysis of tidal time series. *Pure Appl. Geophys.*, 95: 18—26.
1575. *Zalkan R. L.*, 1970. High frequency internal waves in the Pacific Ocean. *Deep-Sea Res.*, 17: 91—108.
1576. *Zeevaert L.*, 1964. Strong ground motions recorded during earthquakes of May the 11 th and 19th, 1962 in Mexico City. *Bull. Seimol. Soc. Am.*, 54: 209—231.
1577. *Zel'ei A.*, 1971. On the desing of numerical filters. *Ann. Geofis.*, 24: 457—474.
1578. *Zeller B. D.*, 1960. The effect of instrumental drift on the harmonic analysis of gravity at Washington, D. C. *Boll. Geofis. Teor. Appl.*, 2: 235—237.
1579. *Zeller B. D.*, 1964. The use of power spectrum analysis for earth tides. *Marées Terr.*, *Bull. d'Inform.*, 35: 1157—1164.
1580. *Zeller B. D. and Cummings R. A.*, 1967. A harmonic method for predicting shallow-water tides. *J. Mar. Res.*, 25: 103—114.
1581. *Zeller B. D. and Lennon G. W.*, 1967. Some comparative tests of tidal analytical processes. *Int. Hydrogr. Rev.*, 44: 139—147.
1582. *Zeller B. D., Schuldt M. D., Whipple R. W. and Hicks S. D.*, 1965. Harmonic analysis of tides from data randomly spaced in time. *J. Geophys. Res.*, 70: 2805—2811.
1583. *Zeller B., Cartwright D. and Munk W.*, 1970. Tidal constants derived from response admittances. *Obs. R. Belg., Comm. (Géophys.)*, A9: 175—178.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Автоковариация 187
 Автоспектр 87
 Акселерограмма 125, 131, 138, 140, 143, 358
 Акселерограф 263
 Алгоритм Кули—Тьюки 183
 Амплитуда 12, 110
 Аналоговые данные 126
 Аномалия силы тяжести 461
 Асимметрия 39, 46
 Астеносфера 382
 Афтершок 349, 358, 369, 371, 373
 Аэромагнитные данные 460

 Быстрое преобразование Уолша 116
 — Фурье 180, 397, 461

 Вексная фильтрация 252
 Весовая функция 152, 211, 266, 478
 — — Даниеля 155, 211
 — — корреляционная 153
 — — косинусная 154, 156
 — — Парзена 158
 — — прямоугольная 152, 154, 155, 211
 — — Ханна 154, 156, 211
 — — Хэмминга 157, 211
 — — Чезаро 156, 211
 Взаимный спектр 87
 — двумерный спектр 122
 Взрыв в атмосфере 363, 365, 369
 — подводный 361, 364
 — подземный 361, 363, 365, 367, 369, 377
 — с задержками во времени 363
 Волна атмосферная 22, 413
 — внутренняя 429, 430, 431
 — звуковая 413, 431, 432
 — Лява 20, 304, 327
 — объемная 19, 22, 26, 28, 113, 118
 — отраженная от ядра 329
 — поверхностная 20, 125, 301, 327
 — Релея 20, 278, 279, 304, 327
 Волновое число 22, 69, 151, 456
 Временная весовая функция 152, 211
 Выборка данных 450
 Высокочастотный фильтр 233, 243, 244, 248

 Гармонический анализ 13, 37, 108, 185, 189, 266, 394, 423
 Геоматричный частотный спектр 444
 Геометрическое расхождение 261, 262, 326, 327, 345
 Глубина разрыва 362
 — очага 334, 343, 381, 389
 Глубинное сейсмическое зондирование 293, 364
 Граница ядро—мантия 327, 385, 446
 Гребенка Дирака 62
 Групповая скорость 229, 244, 262, 308, 309

 Движение земной коры 140, 244, 268, 450
 Двойная пара сил 336
 Двумерная фильтрация 252, 452, 456
 Двумодальный спектр 199
 Децибел 213
 Динамическая дисперсионная кривая 308
 Диполь 333
 Дискретизация 127, 168
 Дискретизованные данные 126
 Дискретное преобразование Фурье 170
 Дисперсия 20, 28, 125, 200, 229, 301, 309, 431, 463
 Дифференциальное поглощение 323
 Дифракция Фраунгофера 29
 Длина разрыва 343, 348

 Импульсная реакция 226, 227, 228, 230
 Интегральное уравнение Фредгольма 45

 Интервала Найквиста 144
 Интерференция 108, 204, 316, 364, 385, 387, 431
 Интеграл Дюамеля 80
 — Коши 35
 — Фурье 43

 Калибровочная функция 375
 Квадратурный спектр 120
 Кинематическое свойство 272
 Климатология 120, 395, 415
 Ковариация 93
 Когерентность 80, 94, 223
 Компенсация амплитуд 239
 — фаз 238
 Коспектр 48, 86, 177, 222
 Коэффициент добротности 322, 324
 — когерентности 88
 — корреляции 91
 — ослабления 262
 — поглощения 262
 — расхождения 262
 — Фурье 37, 168, 179
 Красный шум 93

 Линейная система 274
 Линейный тренд 140
 Линейчатый спектр 33, 66, 107, 109
 Логарифмический спектр 212, 400

 Магнитуда 326, 334, 367, 374
 — в полосе частот 376
 — проинтегрированная 375
 Маскировка частот 143, 146, 398, 403
 Мгновенная энергия 83, 124
 Механизм очага землетрясения 225, 318, 335
 Микроземлетрясение 29, 289, 321, 356, 357, 379
 Микросейсмь 11, 14, 15, 16, 22, 28, 29, 84, 94, 99, 106, 107, 109, 191, 194, 196, 197, 205
 — первичные 438
 — вторичные 438
 Многомерное преобразование Фурье 67
 Множитель временной 344
 — пространственный 343
 — распространения 343
 Момент распределения 198
 — сейсмический 354, 355, 356, 357, 369
 — спектра 372

 Наклон спектральной кривой 16, 204, 205, 212, 322, 401, 419, 429, 430, 441, 443
 Накопленный спектр 207
 Начальная фаза 316, 338, 343
 Несканирующий фильтр 229
 Неравномерная дискретизация 141, 149, 451
 Низкоскоростной слой 382, 465
 Низкочастотный фильтр 229, 230, 232, 233, 234, 240, 242, 243
 Номинальная линия 316

 Обратная фильтрация 231, 239, 263, 264, 285, 387
 Обратное преобразование Фурье 45
 Оптимальный фильтр 237, 256, 387
 Осреднение 240
 Островной эффект 463, 465
 Ошибки дискретизации 130, 298

 Пара преобразований Фурье 45
 Передаточная функция 226, 227, 427, 446
 — — земной коры 276
 Периодичность землетрясений 391
 Периодограмма 17, 85, 179, 180
 Поглощение 205, 260, 317, 318, 386

- Показатель преломления 402, 412
 Полоса, активная 209
 Поляризационная фильтрация 238
 Помеха 25, 29, 62, 76, 93, 94, 98, 109
 Последовательная фильтрация 250
 Преобразование Ганкеля 71
 — комплексное 45, 178
 — косинусное 44, 61, 178
 — Лапласа 56, 58
 — Фурье 35, 43, 45, 67, 68, 108, 169, 178
 Прикладная сейсмология 16, 135, 138, 218, 268, 286, 289, 295, 311, 327
 Приливно-отливное движение 14, 73, 109, 126, 140, 141, 244, 246, 248, 251, 317, 358, 400, 412
 Продолжение потенциального поля в нижнее полупространство 452, 460
 — — — в верхнее полупространство 452, 460
 Производная сперки 32
 Прореживание по времени 184
 — по частоте 184
- Разложение по сферическим функциям 452
 — по цилиндрическим 453
 Разрыв двусторонний 336, 350
 Распознавание 368, 391
 Реперберация 119, 281, 282, 364, 384, 442
 Ретрокорреляция 94, 292
 Рой землетрясений 358
 Ряд Фурье 34, 36, 67, 108, 113, 168, 266, 392, 451
- Свертка 80, 94, 171, 226, 231, 292
 Свободные колебания Земли 33, 73, 108, 121, 140, 244, 301, 312, 333, 340
 Сглаживание биномиальное 246
 Сейши 16, 268, 422, 424
 Сигнал аперриодический 106
 — периодический 106, 107
 Синк-функция 64
 Скольжение, двухкомпонентное 336, 390
 Скоростной спектр 111, 353
 Скорость разрыва 343, 348
 Скрытая периодичность 190
 Смещение 354, 380
 Спектр амплитуд 371, 372
 — второго порядка 353, 386
 — гармонических производных 119, 120
 — двумерный 120
 — когерентности 88
 — направлений 418
 — непрерывный 107, 109
 — скорости частиц 357, 371, 433
 — Уолша 115, 185
 — ускорения 288, 295
 Спектральная плотность 46
 — энергия 206
 Сила-функция 453
 — двойная, кубическая 451, 452
 Способ компенсации факторов 337
 — общего пути 340
 — разности фаз 301
 — сравнения волн 320, 329
 — — расстояний 323
 — — станций 320, 322
- Способ компенсации частот 320
 — частоты излома спектра 354
 Степенная весовая функция 160
 Степень свободы 176, 192, 193, 196
- Теорема об интеграле
 — о временном сдвиге 50, 233
 — о производной 51
 — о симметрии 49
 — о частотном сдвиге 51
 — Парселаля 83
 — полноты 83
 — свертки 80
 — сложения 49
- Теория конечных динамических дислокаций 342
 Тепловой поток 65, 448, 462
 Термоклин 431
 Турбулентность 80, 84, 99, 107, 152, 195, 205, 212, 225, 241, 395, 400, 401, 403, 427
- Узкополосный фильтр 426
 Уровень моря 33, 121, 140, 243, 426
 Условия Дирихле 35, 94, 98
 Устранение тренда 140, 141, 174, 249, 386, 447
- Фазовая скорость 76, 229
 — характеристика 242, 243
 Фазовый спектр 24, 45, 55, 61, 178
 Фильтр Баттеруорта 248
 — заградительный 235
 — полюсовой 233, 237, 238, 243, 251, 447
 — широкополосный 233
 Фильтрация по волновому числу 253
 Форшок 358
 Функция автокорреляции
 — Берлага 60, 113, 134, 135
 — Бесселя 71, 112
 — бикорреляционная 121
 — взаимной корреляции 32, 79, 86, 87, 177, 239, 273, 362, 386, 395
 — единичного скачка (Хевисайда) 60, 100, 226
 — источника 343, 381
 — корреляции 92, 171
 — направленности излучения 337, 342, 346, 351
 — ошибки 158, 160
 — системы 224, 227
 — Эрмита 48
- Частота Найквиста 144
 Частотная фильтрация 238, 253
 — характеристика 228
- Центроид 200, 202
 Цунами 421
 Эквивалентная ширина 208, 210, 211
 Эквессе 200
 Эффект, береговой 448, 462, 465
 — Доплера 269, 317, 348, 415, 447
- Явление Гиббса 40
 Ядро Дирихле 44
 — Фурье 59

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редактора	5
Введение	7
Список обозначений	9
Глава 1. Методы изучения формы и спектров сигналов	11
1.1. Анализ сейсмограмм и других геофизических записей	11
1.2. Способы анализа до появления ЭВМ	14
1.2.1. Гармонический анализ	14
1.2.2. Частота появления событий	15
1.2.3. Амплитудно-периодные графики	17
1.3. Анализ и синтез волновых импульсов	18
1.3.1. Объемные волны	19
1.3.2. Поверхностные волны	20
1.3.3. Синтетические сейсмограммы	21
1.4. Частотный и спектральный анализы	23
1.5. Сопоставление спектрального и временного представлений	25
1.6. Неаналитические (аналоговые) способы определения спектров	26
1.6.1. Резонаторы и способы фильтрации	27
1.6.2. Звуковой или акустический спектрограф	27
1.6.3. Световой или оптический спектрограф	29
1.6.4. Другие аналоговые методы	31
1.7. Сравнение электромагнитных и механических спектров	32
Глава 2. Ряды и преобразования Фурье	34
2.1. Ряды Фурье	34
2.1.1. Теория рядов Фурье	36
2.1.2. Разложение аналитических функций в ряд Фурье	38
2.1.3. Разложение эмпирических кривых в ряд Фурье	41
2.2. Интеграл и преобразование Фурье	42
2.2.1. Вывод интеграла Фурье	42
2.2.2. Вывод преобразования Фурье	43
2.2.3. Соответствие свойств $f(t)$ и $F(\omega)$	46
2.2.4. Ко-спектр и квадратурный спектр	48
2.3. Основные теоремы преобразования Фурье	49
2.3.1. Теорема сложения	49
2.3.2. Теорема о симметрии	49
2.3.3. Теорема о подобии	50
2.3.4. Теорема о временном сдвиге	50
2.3.5. Теорема о частотном сдвиге	51
2.3.6. Теорема о производной	51
2.3.7. Теорема об интеграле	53
2.3.8. Общие замечания о теоремах преобразования Фурье	53
2.4. Вычисление преобразований Фурье-функций, заданных в аналитической форме	55
2.4.1. Различные системы перехода записи от прямого преобразования Фурье к обратному	55
2.4.2. Практические правила вычисления преобразований Фурье	57
2.4.3. Примеры вычисления преобразований Фурье	58
2.4.4. Общие замечания по преобразованиям Фурье	65

2.5. Многомерные ряды и преобразования Фурье	67
2.5.1. Математическое описание многомерной зависимости	67
2.5.2. Круговая симметрия — преобразование Ганкеля	70
2.5.3. Применение многомерных преобразований в геофизике	71
2.5.4. Применение сферических гармоник в геофизике	72
2.5.5. Применение преобразования Фурье к обработке групповых наблюдений	73
Глава 3. Энергетические спектры и основные свойства спектров наблюдаемых данных:	77
3.1. Корреляционные функции	77
3.1.1. Функция автокорреляции	77
3.1.2. Функция взаимной корреляции	79
3.2. Свертка	80
3.2.1. Определение свертки	80
3.2.2. Теорема свертки	80
3.2.3. Производная свертки	82
3.3. Энергетические спектры	82
3.3.1. Понятие об энергии	82
3.3.2. Теорема Парсевала	83
3.3.3. Функция автокорреляции и энергетический спектр	84
3.3.4. Функция взаимной корреляции и взаимный энергетический спектр	85
3.3.5. Когерентность	88
3.4. Примеры функций корреляции и энергетических спектров, определяемых аналитически	89
3.4.1. Схема вычислений	89
3.4.2. Истолкование различных функций	91
3.5. Основные проблемы спектров наблюдаемых данных	95
3.5.1. Основные соображения, касающиеся расчета спектров наблюдаемых данных	95
3.5.2. Усечение сигналов, заданных в аналитическом виде	101
3.5.3. Различные типы геофизических сигналов	106
3.5.4. Спектральная терминология	109
3.6. Дополнения к спектральным методам	111
3.6.1. Разложения, отличные от рядов Фурье	111
3.6.2. Спектр Уолша	114
3.6.3. Спектральный анализ второго порядка	117
3.6.4. Двумерные преобразования	120
3.6.5. Спектры нестационарных процессов	123
Глава 4. Вычисление спектров наблюдаемых данных.	126
4.1. Цифровые и аналоговые данные	126
4.1.1. Сравнение цифровых и аналоговых способов	126
4.1.2. Способы дискретизации	127
4.1.3. Магнитная запись	130
4.2. Погрешности дискретизации	130
4.2.1. Погрешности аппроксимации непрерывных кривых дискретными величинами	131
4.2.2. Проверка точности с использованием теоретических кривых	133
4.2.3. Проверка точности наблюдаемых данных	135
4.2.4. Характеристика нулевой линии	135
4.2.5. Неравномерная дискретизация	141
4.3. Явления маскировки частот из-за эффектов дискретизации	143
4.3.1. Теорема отсчетов	143
4.3.2. Частотные границы спектров	144
4.3.3. Маскировка частот и ее устранение	145
4.3.4. Практические рекомендации	149
4.3.5. Обобщающие выражения для оценки влияния T и Δt	151

4.4. Весовые функции	152
4.4.1. Общие замечания	152
4.4.2. Прямоугольная весовая функция	154
4.4.3. Весовые синк-функции	155
4.4.4. Косинусные весовые функции	156
4.4.5. Степенные весовые функции	158
4.4.6. Показательные весовые функции	160
4.4.7. Практическое применение весовых функций	161
4.4.8. Форма и длина весовой функции	163
4.4.9. Обзор информации о весовых функциях	165
4.5. Дискретные формулы	166
4.5.1. Основные положения	166
4.5.2. Коэффициенты ряда Фурье	168
4.5.3. Преобразование Фурье	169
4.5.4. Корреляционные функции и свертка	171
4.6. Способы вычисления спектров	173
4.6.1. Косвенный способ или способ преобразования корреляционной функции	173
4.6.2. Прямой способ или способ периодограмм	178
4.6.3. Способ быстрого преобразования Фурье (БПФ)	180
4.6.4. Последние разработки	184
4.6.5. Практические рекомендации	185
Глава 5. Надежность и способы представления спектров	187
5.1. Надежность гармонического анализа и спектральных оценок	188
5.1.1. Основы дисперсионного анализа	188
5.1.2. Критерии надежности в гармоническом анализе	189
5.1.3. Проверка надежности спектральных оценок	191
5.1.4. Проверка надежности спектральных кривых	194
5.1.5. Общие замечания о надежности спектральных оценок	195
5.2. Теоретический подход к спектральным параметрам	197
5.2.1. Интегралы и производные	197
5.2.2. Характеристики вероятностных распределений	199
5.2.3. Соотношения между моментами и производными	200
5.3. Эмпирический подход к спектральным параметрам	204
5.3.1. Уровень, наклон и кривизна спектра	204
5.3.2. Площадь и ширина спектра	206
5.3.3. Взаимно-обратное соответствие временной и частотной областей	209
5.4. Спектральные координаты	212
5.4.1. Логарифмические и линейные шкалы	212
5.4.2. Частота и период	216
5.4.3. Трехсторонние диаграммы	218
5.4.4. Воздействие аппаратуры	218
5.4.5. Поворот координатных осей	221
Глава 6. Принципы и применение фильтрации в геофизике	223
6.1. Принципы фильтрации	223
6.1.1. Свойства системы	224
6.1.2. Формула свертки	226
6.2. Классификация процессов фильтрации	229
6.2.1. Свойства фильтрации	229
6.2.2. Механизм фильтрации	233
6.2.3. Цель фильтрации	235
6.2.4. Параметры фильтрации	238
6.2.5. Корреляционные функции и энергетические спектры сигнала и помехи	239
6.3. Примеры операций фильтрации	240
6.3.1. Низкочастотная фильтрация — сглаживание	240
6.3.2. Высокочастотная фильтрация — выравнивание амплитуд спектральных составляющих	248

6.3.3. Каскадная фильтрация	250
6.3.4. Общие замечания	251
6.4. Двумерная фильтрация	252
6.4.1. Частотно-волночисловая или скоростная фильтрация	252
6.4.2. Волночисловая или двумерная пространственная фильтрация	254
6.5. Фильтрация и выравнивание в геофизике	257
6.5.1. Каскадная фильтрация и выравнивание в общем случае	257
6.5.2. Каскадная фильтрация и коррекция частотных искажений в геофизике	259
6.5.3. Затухание и геометрическое расхождение	261
6.5.4. Аппаратурная характеристика	262
6.6. Общие замечания по геофизической спектроскопии	266
6.6.1. Развитие спектрального анализа	266
6.6.2. Преимущества спектрального анализа	267
6.6.3. Области использования спектральных методов в геофизике	268
Глава 7. Спектральное изучение строения Земли	270
7.1. Кинематические свойства местного масштаба (объемные волны)	272
7.1.1. Скорости объемных волн	272
7.1.2. Основные понятия о передаточном отношении земной коры	273
7.1.3. Применение передаточного отношения земной коры	279
7.1.4. Реверберация в земной коре	283
7.1.5. Геологическое строение верхней части коры	286
7.1.6. Исследование земной коры методами сейсморазведки	292
7.1.7. Прикладная сейсмология	295
7.1.8. Опыты на моделях	300
7.2. Региональные кинематические свойства (поверхностные волны)	301
7.2.1. Дисперсия фазовой скорости	301
7.2.2. Дисперсия групповой скорости	308
7.3. Глобальные кинематические свойства (свободные колебания Земли)	311
7.3.1. Методические вопросы	315
7.3.2. Изучение строения Земли	317
7.4. Поглощение сейсмических волн	319
7.4.1. Способ сравнения частот	321
7.4.2. Способ сравнения станций	323
7.4.3. Способ сравнения волн	329
Глава 8. Спектральное изучение свойств сейсмических источников	334
8.1. Механизм очага землетрясения	335
8.1.1. Краткий обзор исследований механизма очагов	335
8.1.2. Способы компенсации для поверхностных и объемных волн	337
8.1.3. Способы, основанные на теории распространяющихся смещений (поверхностные волны)	342
8.1.4. Способы, основанные на теории распространяющихся смещений (объемные волны)	350
8.1.5. Способ частоты излома спектра	354
8.1.6. Специальные приложения	356
8.2. Распознавание взрывов и землетрясений	359
8.2.1. Спектральные свойства параметров взрыва	359
8.2.2. Временные функции взрывных источников	366
8.2.3. Признаки различия источников	369
8.2.4. Спектральные способы распознавания источников	370
8.3. Магнитуда	374
8.3.1. Формула магнитуды	374
8.3.2. Вычисление магнитуды спектральными методами	375
8.3.3. Магнитуда как параметр источника	378
8.4. Глубина очага	381
8.4.1. Функция источника и окружающая среда	381
8.4.2. Положение очага относительно свободной поверхности	383

8.4.3. Интерференционный анализ	387
8.4.4. Возбуждение поверхностных волн в зависимости от глубины очага	389
8.5. Явления периодичности землетрясений	392
Глава 9. Спектральные исследования в метеорологии, океанографии и микросейсмологии	394
9.1. Метеорология	394
9.1.1. Сравнение спектральных и традиционных методов обработки данных	394
9.1.2. Спектральные методы	397
9.1.3. Спектральные характеристики (координаты, параметры, ложные минимумы)	400
9.1.4. Применение спектрального анализа в метеорологии	403
9.2. Океанография	415
9.2.1. Волны поверхности океана	415
9.2.2. Цунами	421
9.2.3. Сейши и приливно-отливные движения океана	424
9.2.4. Длиннопериодные колебания уровня моря	426
9.2.5. Спектральные исследования других океанографических явлений	428
9.3. Микросейсмология	432
9.3.1. Короткопериодные микросейсмы ($T \leq 2c$)	432
9.3.2. Среднепериодные и длиннопериодные микросейсмы ($T > 2c$)	438
9.3.3. Форма спектров	441
Глава 10. Спектральные исследования силы тяжести и земного магнетизма	444
10.1. Анализ временных рядов	444
10.1.1. Геомагнитные частотные спектры	444
10.1.2. Спектры приливных движений	448
10.1.3. Движение земной коры	450
10.2. Анализ пространственных рядов	451
10.2.1. Представление двумерных полей	451
10.2.2. Пространственная фильтрация	456
10.2.3. Волночисловые спектры	458
10.3. Совместные исследования	461
10.3.1. Пространственные исследования гравитационных и магнитных полей	461
10.3.2. Пространственные исследования поля силы тяжести и рельефа	462
10.3.3. Пространственно-временные исследования геомагнитных данных	462
10.3.4. Временно-пространственные исследования геомагнитных и геоэлектрических данных	464
10.3.5. Связь геомагнитного поля с другими явлениями	465
Список литературы	467
Предметный указатель	529

МАРКУС БАТ

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
В ГЕОФИЗИКЕ

Редактор издательства *Т. И. Борущко*
Переплет художника *А. Е. Григорьева*
Художественный редактор *В. В. Шутько*
Технический редактор *О. Ю. Треленок*
Корректор *Э. А. Лахова*
ИБ № 3340

Сдано в набор 19.12.79. Подписано в печать 17.06.80.

Формат 60×90¹/₁₆. Бумага типографская № 2.

Гарнитура «Литературная». Печать высокая.

Усл. печ. л. 33,5. Уч.-изд. л. 37,8. Тираж 2600 экз.

Заказ 39/7905—3. Цена 2 р. 90 к.

Издательство «Недра», 103633, Москва, К-12, Третьяковский проезд, 1/19

Ленинградская типография № 6 ордена Трудового Красного Знамени
Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой
Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
193144, Ленинград, ул. Монсеенко, 10.